

國 立 中 央 大 學

大 氣 科 學 學 系
碩 士 論 文

求解雷達資料反演熱動力場未知常數之新方法的
發展及驗證

The verification of a new method for solving the unknown
constants in the retrieved thermodynamic field using
multiple radar data

研 究 生：陳 思 婷

指 導 教 授：廖 宇 慶 博 士

中 華 民 國 112 年 09 月

國立中央大學圖書館學位論文授權書

填單日期： 2023 / 10 / 06

2019.9 版

授權人姓名	陳思婷	學號	110621005
系所名稱	大氣科學學系大氣物理碩士班	學位類別	<input checked="" type="checkbox"/> 碩士 <input type="checkbox"/> 博士
論文名稱	求解雷達資料反演熱動力場未知常數之新方法的發展及驗證	指導教授	廖宇慶

學位論文網路公開授權

授權本人撰寫之學位論文全文電子檔：

·在「國立中央大學圖書館博碩士論文系統」.

() 同意立即網路公開

() 同意於西元_____年_____月_____日網路公開

() 不同意網路公開，原因是：_____

·在國家圖書館「臺灣博碩士論文知識加值系統」

() 同意立即網路公開

() 同意於西元_____年_____月_____日網路公開

() 不同意網路公開，原因是：_____

依著作權法規定，非專屬、無償授權國立中央大學、台灣聯合大學系統與國家圖書館，不限地域、時間與次數，以文件、錄影帶、錄音帶、光碟、微縮、數位化或其他方式將上列授權標的基於非營利目的進行重製。

學位論文紙本延後公開申請 (紙本學位論文立即公開者此欄免填)

本人撰寫之學位論文紙本因以下原因將延後公開

·延後原因

() 已申請專利並檢附證明，專利申請案號：

() 準備以上列論文投稿期刊

() 涉國家機密

() 依法不得提供，請說明：_____

·公開日期：西元_____年_____月_____日

※繳交教務處註冊組之紙本論文(送繳國家圖書館)若不立即公開，請加填「國家圖書館學位論文延後公開申請書」

研究生簽名： 陳思婷 指導教授簽名： 廖宇慶

*本授權書請完整填寫並親筆簽名後，裝訂於論文封面之次頁。

國立中央大學碩士班研究生
論文指導教授推薦書

大氣科學學系大氣物理碩士班學系/研究所 陳思婷 研究生
所提之論文 求解雷達資料反演熱動力場未知常數之新方法的
發展及驗證

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授

廖宇慶

(簽章)

112年9月23日

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

大氣科學學系大氣物理碩士班 學系/研究所 陳思婷 研究生
所提之論文 求解雷達資料反演熱動力場未知常數之新方法的
發展及驗證

經由委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人
委員

劉清煌

廖宇慶

鍾高陞

張偉毅

中華民國 112 年 9 月 23 日

摘要

本研究採用一新發展的方法，嘗試解決一個自 1987 年即存在於熱動力反演演算法中的問題，也就是用都卜勒雷達合成風場所反演出來的熱動力場(即：溫度及氣壓的擾動場)，在垂直結構上的不確定性。這個不確定性來自於傳統方法上的限制：也就是反演的熱動力場在每個水平面上與真實值都相差一個未知常數，這個未知常數以擾動場的水平平均的形式存在。本研究所用的新方法，其優勢在於首創藉由結合狀態方程和垂直方向動量方程式，可由一個單點的地面站觀測開始垂直積分，獲得該未知常數的垂直分布，而非如前人研究所採用的，必須仰賴時間解析度極低的探空氣球資料。

本研究使用 Observing System Simulation Experiment(OSSE)的架構，測試此方法的可行性，並進一步應用於 2008 年西南氣流實驗#IOP 8 的真實個案。首先使用都卜勒雷達觀測的徑向風進行風場合成，並利用此三維風場資訊反演熱動力場，再使用新方法校正熱動力場垂直結構。結果顯示，以新方法得之水平平均相似於探空觀測得之，並且成功校正其垂直結構，證實了此方法在分析劇烈天氣的情形下有一定的可信度。

Abstract

This study adopts a newly developed method in solving the vertical structure uncertainty of retrieved thermodynamic fields (e.g., pressure and temperature perturbations) from multiple-Doppler radars synthesized winds, which hadn't been solved yet since 1987. This uncertainty comes from the limitation of the traditional method: an unknown constant exists at each layer. This unknown constant exists with a form of horizontal average. The advantages of this new method is that the vertical uncertainty can be solved by a single in-situ observation only by combining the Equation of State and vertical integration instead of relying a sounding observation with much lower temporal resolution.

We conduct OSSE framework at first and the data collected during SoWMEX (Southwestern Monsoon Experiment) IOP #8 , which is a heavy rainfall event occurred on June 14 2008, are further investigated the performance of the new scheme. In this study, using the data from Doppler radar, WISSDOM(WInd Synthesis System using DOppler radar Measurements) helps to provide the wind information and a thermodynamic retrieval is conducted by TPTRS(Terrain Permitting Thermodynamic Retrieval Scheme). The horizontal average of each layer can be obtained either by the sounding or the station. The results show that the horizontal averages of thermodynamic fields obtained from the stations are quite similar to which obtained from the soundings. The vertical structure has been correctly solved. Overall, it demonstrates a high reliability using the new scheme.

誌謝

還記得大四那年因緣際會下踏入中央大氣系，心想著隔年的我一定要在這裡開學。三年後，我即將在這裡畢業了。碩士班這兩年很感謝指導老師廖宇慶教授願意收留我，無論在研究或學業方面，都給予了許多關心與資源，也無私的分享自身寶貴的經驗，能跟著您的腳步學習讓我感到相當幸運。另外也非常感謝鍾高陞教授、張偉裕教授在課堂上及 group meeting 上提出不同面向的建議和砥礪，使我能仔細思忖研究上不足的地方。也謝謝劉清煌教授擔任口試委員，讓我的論文更豐富。還有絕對要謝謝每位學長姐，感謝小那學姊幫忙處理實驗室的大小事；感謝 Allen 和伯謙學長時常在程式及知識的邏輯上給予我許多突破性的觀念，幫我們維護工作站運作；感謝大柯學姊的程式支援；感謝秉學學長提供的系集預報，讓我的研究能順利進行；感謝 Peggy 學姊一直以來的關心與協助，還記得你在我第一次書報完馬上過來鼓勵我；感謝子睿學長，在我入學前就分享了許多經驗，無論是程式或 ppt 上，你一直都是我的榜樣；感謝佳靜學妹的出現，好喜歡跟你聊天。能和雷達實驗室的大家們一起共事，感到既不可思議又幸運，謝謝你們。

一路上最感謝家人們支持我的決定，從不曾質疑我，讓我能無後顧之憂的完成學業，希望自己是能讓你們驕傲的小孩。另外也非常感謝實驗室同學在我初來乍到時，主動來找我講話吃飯，讓我熟悉這個環境。記得展皇一開始在課業上和當助教的過程就很幫忙我；華恩一肩 carry 我雷達 QC 報告；倩瑜第一次約我一起出發 group meeting；沁全在我第一次書報時餵食的芝麻球；泓寬主動幫忙我印數值模擬的講義；還有育蕎在我焦慮爆炸的時候，因為我隨口的一句煩惱就很認真地給我建議，甚至在隔了好久後還繼續關心我。這些看似微小的事，我一直都放在心上，讓我有無數個時刻都覺得「有你們真好」。再來也非常感謝陳嘉妮、張宇暄和呂湛弘，跟你們打屁聊天的時光讓我好像回到 H504，你們永遠是我的 comfort zone。

碩士兩年道阻且長，但依然謝謝自己的決定與堅持，並持續信奉「人生沒有一條路是白走的」。

目錄

摘要	i
Abstract	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	vii
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 論文架構	3
第二章 風場反演與熱動力反演法	4
2.1 多都卜勒雷達風場合成	4
2.1.1 價值函數	4
2.1.2 沈浸邊界法	7
2.2 熱動力場反演	8
第三章 垂直方向未知常數之處理	11
第四章 觀測系統模擬實驗	14
4.1 定量校驗方法	14
4.2 實驗設計	15
4.3 敏感度測試	15
4.3.1 門檻值	15

4.3.2 垂直距離	16
4.4 結果分析	17
第五章 真實個案分析與反演結果	18
5.1 SoWMEX IOP #8 個案介紹	18
5.2 反演設定與使用資料	18
5.2.1 反演設定	18
5.2.2 七股雷達(RCCG)	19
5.2.3 SPOL 雷達(SPOL)	19
5.2.4 墾丁雷達(RCKT)	19
5.2.5 雷達資料品質控管與處理	20
5.2.6 探空觀測資料	20
5.2.7 測站觀測資料	20
5.3 風場合成背景場製作	21
5.4 反演風場及驗證	21
5.4.1 定量校驗	21
5.4.2 風場合成結果	22
5.5 熱動力反演場	23
第六章 結語與展望	25
6.1 結語	25
6.2 未來展望	26
參考文獻	27
附錄	30
附表	32
附圖	33

表目錄

表 4.1 敏感度測試——門檻值，壓力與溫度的 SCC 及 RMSE 值。N/A 為對照組。	32
表 4.2 敏感度測試——垂直距離，壓力與溫度的 SCC 及 RMSE 值。N/A 為對照 組。	32

圖目錄

- 圖 2.1 使用沈浸邊界法區分網格類別示意圖。黑色粗線為地形；F 表示流域點；G 為虛網格點(ghost cell)；I 為地形內部點。每一個虛網格點會以垂直於地形之法向延伸至流域，並形成一鏡像點。 33
- 圖 4.1 敏感度測試——門檻值。(a)(b)(c)(d)分別為門檻 20%、10%、3%及 1%之 $\langle \pi' \rangle$ (單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$)；(e)(f)(g)(h)為 $\langle \theta c' \rangle$ (單位為 K)。實線為 True；虛線為反演結果；縱軸為高度(單位:km)。 34
- 圖 4.2 敏感度測試——垂直距離。 $\langle \pi' \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度(單位:km)。(a)(b)(c)(d)(e)(f)(g)分別為垂直距離為 10、5、4、3、2、1 和 0.25km；實線為 True，虛線為反演結果。(單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$) 35
- 圖 4.3 敏感度測試——垂直距離。 $\langle \theta c' \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度(單位:km)。(a)(b)(c)(d)(e)(f)(g)分別為垂直距離為 10、5、4、3、2、1 和 0.25km；實線為 True，虛線為反演結果。(單位為 K) 36
- 圖 4.4 沿 Y=50 的垂直剖面圖，縱軸為高度(單位 km)，黑色陰影為地形。(a)等值線為 TRUE 的 π' ；(b)等值線為反演的 $\pi' - \langle \pi' \rangle$ ；(c)等值線為反演並經垂直校正的 π' 。(單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$) 37
- 圖 4.5 沿 Y=50 的垂直剖面圖，縱軸為高度(單位 km)，黑色陰影為地形。(a)等值線為 TRUE 的 $\theta c'$ ；(b)等值線為反演的 $\theta c' - \langle \theta c' \rangle$ ；(c)等值線為反演並經垂直校正的 $\theta c'$ 。(單位為 K) 38
- 圖 4.6 反演 $\langle \pi' \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度(單位:km)。黑色實線為 True；黑色虛線為由 VI(垂直積分)和 EoS(Equation of State)校正後的結果；藍色虛線為二次 TPTRS 的結果。(單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$) 39
- 圖 5.1 2008 年 6 月 14 日 1200UTC 之地面天氣圖。一地面低壓位於上海出海口並延伸一條滯留鋒，台灣位於鋒面前緣。 40
- 圖 5.2 當日 1500UTC 之最大雷達回波合成圖。色階為回波(單位：dBZ)。 40

圖 5.3	SoWMEX IOP #8 個案所使用之資料。色階為地勢高度 (單位: m); 藍色三角形為雷達位置(RCCG、SPOL 及 RCKT); 綠色星形為探空位置(台南及六龜); 紅色圓圈為測站位置(包含局屬站及自動站)。	41
圖 5.4	於 2008 年 06 月 14 日 1500UTC, RCCG、RCKT 及 SPOL 在合成範圍中的觀測覆蓋量。(a)、(b)、(c)和(d)分別代表在 0.5、1、3 和 5km 高度。粉色陰影為只有 1 座雷達覆蓋; 綠色為 2 座; 藍色為 3 座。	42
圖 5.5	於 2008 年 6 月 14 號 15UTC, RCCG、RCKT 和 SPOL 於分析範圍中觀測的覆蓋範圍比例。藍色線代表該層有雷達觀測的比例; 黑線為無。	43
圖 5.6	系集預報之 WRF 模式 domain 設計, 最外圍為 d01, 逐漸縮小至 d04。	43
圖 5.7	示意圖。於 2008 年 06 月 14 日 1500UTC 前後各四個小時, 每一個小時取出一筆系集預報作為 WISSDOM 背景場的選擇。	44
圖 5.8	50 個系集成員與 9 個時間點, 總共 450 支預報, 將預報結果投影到各個雷達和雷達觀測徑向風比較的 RMSE 值。縱軸為 RMSE 數值, 最小的預報 RMSE 為 3.6 (ms ⁻¹)。	44
圖 5.9	將合成後的三維風場投影至各個雷達, 與真正雷達觀測徑向風於各個平面上比較出的 SCC 和 RMSE(單位:ms-1)值。縱軸為高度; 紅色橫軸代表 SCC 數值; 藍色橫軸代表 RMSE 數值。(a)為 RCCG; (b)為 RCKT; (c)為 SPOL。	45
圖 5.10	2008 年 06 月 14 日 15UTC, 反演風場渦度診斷分析。黑線為趨勢項、藍線為平流、抽拉及傾斜項總和(單位: s ⁻²)。左行為高度位於 0.5km, 右行為 2km。剖線位於(a)(b) y=120; (c)(d) y=160; (e)(f) x=80; (g)(h) x=100。	46
圖 5.11	RCCG 觀測、模式及反演之徑向風, 上排為 0.25km 高; 下排為 0.75km 高。陰影為徑向風風速(單位: ms ⁻¹)。 (a)(d)為雷達觀測; (b)(e)為模式輸出; (c)(f)為反演風場。	47
圖 5.12	RCKT 觀測、模式及反演之徑向風, 上排為 0.25km 高; 下排為 0.75km 高。陰影為徑向風風速(單位: ms ⁻¹)。 (a)(d)為雷達觀測; (b)(e)為模式輸出; (c)(f)為反演風場。	48

- 圖 5.13 SPOL 觀測、模式及反演之徑向風，上排為 0.25km 高；下排為 0.75km 高。陰影為徑向風風速(單位： ms^{-1})。(a)(d)為雷達觀測；(b)(e)為模式輸出；(c)(f)為反演風場。..... 49
- 圖 5.14 (a)-(c)為 2008 年 06 月 14 日 15UTC 反演風場，箭頭為水平風場(單位： ms^{-1})，色階為水平輻散場(單位： s^{-1})；依序分別為高度 0.25、1、2.5km 之水平剖面。(d)最大雷達回波合成圖，色階為回波(單位：dBZ)。黃色虛線為圖 5.15 的剖線位置。..... 50
- 圖 5.15 2008 年 06 月 14 日 15UTC 反演風場垂直剖面。色階為垂直輻散場(單位： s^{-1})；黑色陰影為地形；等值線為垂直速度(單位： ms^{-1})。(a)-(d)分別為沿 $x=65$ 、 $y=58$ 、 $y=80$ 及 $y=160$ 之垂直剖面圖。剖線位置可參考圖 5.14。..... 51
- 圖 5.16 SoWMEX 個案。第一層每個格點的 $|\pi'|$ 、 $|\theta c'|$ 和 $|\rho'|$ 分別與使用第三章方法反演之 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta c' \rangle$ 誤差之散佈圖。(a) $|\pi'|$ 對反演 $\langle \pi' \rangle$ 之誤差；(b) $|\theta c'|$ 對反演 $\langle \pi' \rangle$ 之誤差；(c) $|\rho'|$ 對反演 $\langle \pi' \rangle$ 之誤差；(d) $|\pi'|$ 對反演 $\langle \theta c' \rangle$ 之誤差；(e) $|\theta c'|$ 對反演 $\langle \theta c' \rangle$ 之誤差；(f) $|\rho'|$ 對反演 $\langle \theta c' \rangle$ 之誤差。.... 52
- 圖 5.17 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta c' \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度。黑點線(黑虛線)為台南(六龜)探空得之；藍實線為兩個探空之平均；紅線為測站應用新方法得之。 $\langle \pi' \rangle$ 單位： $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ； $\langle \theta c' \rangle$ 單位： K 。..... 53
- 圖 5.18 同圖 5.17。(a)(b)小琉球；(c)(d)嘉義市；(e)(f)屏東縣九如鄉；(g)(h)台南曾文。..... 54
- 圖 5.19 同圖 5.17。(a)(b)嘉義縣大埔鄉；(c)(d)高雄美濃；(e)(f)屏東縣長治鄉 (g)(h)高雄六龜。..... 55
- 圖 5.20 同圖 5.17。(a)(b)測站位於屏東枋寮；(c)(d)高雄那瑪夏；(e)(f)阿里山；(g)(h)玉山。..... 56
- 圖 5.21 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta c' \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度。黑點線(黑虛線)為台南(六龜)探空得之；藍實線為兩個探空之平均；紅線為測站應用新方法得之，並將高度 250m 以下的測站(共 13 個)做平均。(b)同(a)，但最高高度為 5km。 .57

圖 5.22 沿 Y=160 垂直剖面圖。黑色陰影為地形；(a)為壓力和溫度的偏差量，(b) 為經垂直校正後的擾動量。等值線為壓力(單位: $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$)；色階為溫度(單位:K)。	58
圖 5.23 同圖 5.22，沿 X=65 垂直剖面圖。	59

第一章 緒論

1.1 前言

台灣位於亞熱帶及熱帶季風區域間，四面環海且地形多樣，使得天氣型態相當多變，時常出現短延時強降雨的天氣系統，為了減少劇烈降水造成的災害，學者們及作業單位致力於發展短期的定量降水預報技術，如資料同化及雷達回波外延法。而資料同化就是將真實的觀測資料適時地加進模式之中，使模式預報的結果更貼近實際狀況，常見的觀測資料有雙偏極化雷達參數、衛星遙測等等…。

台灣擁有密集的雷達觀測網，雷達的觀測範圍達數百公里，且能提供高時間空間解析度的資料，對於掌握快速生成及消散的對流結構非常有幫助。雙偏極化都卜勒雷達的觀測參數除了與雨滴粒徑及形狀有關的參數如回波強度(Z)、差異反射率(ZDR)及相關係數(RHV)等等…外，還有徑向風(VR)，這些即時的資料都可進一步同化進數值模式中，提升預報能力。其中，我們可以利用雷達徑向風(VR)去反演出更多的物理量，例如利用多部都卜勒雷達的徑向風去合成三維風場，以及使用風場反演出熱動力場(壓力、溫度)，以上的反演產品都可以作為資料同化的來源，但是為了確保模式預報的準確性，我們必須保障同化進模式的觀測資料品質。

然而，過去的研究中，以風場反演的熱動力擾動場都不是唯一解，在每個水平面上都會與真值相差一個未知的常數(此未知常數隨高度變化)，這個不確定性使得我們無法進一步解析對流系統的垂直結構，除非在每個水平面上都有額外的觀測資訊，才可計算出真正的擾動場。本研究將針對此問題採用一套全新的方法，透過結合狀態方程式以及垂直方向的動量方程，只需要一個單點的量測，便可得到未知常數的垂直分佈。

1.2 文獻回顧

多都卜勒雷達合成的三維風場資訊可用來反演熱動力場，Gal-Chen(1978)(簡稱 GC78)為第一位作者提出反演熱動力場的邊界條件可由風場給定，而 Lin et al. (1993) 為第一次將 GC78 應用於數值模式的學者，結果顯示由雷達合成風場和反演的熱動力變數對於初始化數值模式非常有幫助，模擬出的風暴和觀測非常相近。然而 GC78 是在解 Poisson's equation，因此限制其只能在平坦的地形上進行熱動力反演，且因為 GC78 是以水平方向的動量方程式作為約束條件，其中包含微分形式，因此反演變數將包含一個隨高度變化之常數，唯一解為將擾動量扣除其水平平均，此數值稱為偏差量(deviation)。為了校正這個偏差並得到真正的擾動場，GC78 提議可以以飛機提供每個水平面上的熱動力場觀測；Protat et al. (1998)則提議以探空(或投落送)提供一個垂直方向上的觀測。過去有許多研究試圖解決熱動力反演演算法中存在一個未知常數的問題，例如 Roux (1985)引入一條簡化的熱力方程式作為其中一個約束條件，其忽略次網格尺度的亂流消散及許多微物理過程，並且對於熱的源匯項做了特定假設，最後僅需要一個單點的觀測便能還原三維的熱動力擾動場。Liou (2001)和 Liou et al. (2003)以三維動量方程和簡化的熱動力方程當作約束條件，並將熱動力方程中的源匯項同時視為反演變數。Weygandt et al. (2002)在解 GC78 中的 Poisson's equation 時套用了 Dirichlet condition，將壓力擾動在邊界視為 0，但也意味著天氣系統必須完全在分析範圍內。Liou et al. (2014)分析 SoWMEX IOP #8 個案，將模式提供的壓力水平平均取代探空觀測，並證實了只需要兩筆鄰近時間的雷達資料反演產品，便可有效改善模式的短期降水預報。

另外，Liou et al. (2012, 2014, 2016)提出了一套以變分為基礎的多都卜勒風場合成的技術——Wind Synthesis System using Doppler Measurements (WISSDOM)，透過給定約束條件，此方法可以反演在雷達基線上的風場，另外，Protat and Zawadzki(2000)提出，反演的風場若滿足垂直渦度方程，便可降低後續熱動力反演的誤差，因此渦度方程也是其約束條件之一。接著也透過沈浸邊界法(immersed

boundary method, IBM), 反演沿著地形上的風, 讓反演風場表現出受地形效應影響的特徵, 此方法也能容納任何數目之雷達及各個種類的風場資訊, 如模式預報或探空, 以填滿無雷達觀測之區域。為了更良好的運用 WISSDOM 所建構出的三維風場, Liou et al.(2019)提出一套以變分為基礎的熱動力反演法, 不同於以往, 此方法可應用於複雜地形上, 其全名為 Terrain-Permitting Thermodynamic Retrieval Scheme (TPTRS), 以梯度下降法(descending method; Liu and Nocedal 1988)做極小化, 將流域點區分成起始點、中間點和結束點, 並分別撰寫它們的梯度, 便可實現在複雜的地形上進行熱動力反演。

為了更進一步解決傳統熱動力反演法中在垂直結構的不確定性, Liou and Teng (2023)提出一套新方法去校正反演場中的垂直偏差, 此方法僅需要一個單點的壓力及溫度的量測, 不同於前人提議利用時空解析度低的探空或飛機觀測, 新方法透過結合狀態方程及垂直向的動量方程, 以垂直積分的方式獲得熱動力變數水平平均的垂直結構, 建立完整的三維熱動力擾動場。其建立的 OSSE 證實了此方法在無地形下可完好的反演出未知常數的垂直分佈, 如此一來, 便可以利用有著高時間、空間解析度的地面測站觀測, 去除掉熱動力場垂直結構的誤差。本研究接續 Liou and Teng (2023)工作內容, 將此方法結合 TPTRS 應用於地形上, 並使用 SoWMEX IOP #8 進行個案分析, 利用真實測站觀測資料檢驗新方法的可行性。

1.3 論文架構

本研究共有六個章節。第一章為緒論; 第二章詳述研究方法, 包含風場合成 (WISSDOM), 和於地形上反演熱動力場的方法 (TPTRS); 第三章為本研究的核心方法——校正熱動力場垂直結構的演算法; 第四章為以 OSSE 進行新方法的敏感度測試及結果分析; 第五章為真實個案分析, 包含個案簡介、合成風場反演流程和熱動力反演結果, 並將此結果與探空觀測比較; 第六章為總結和未來展望。

第二章 風場反演與熱動力反演法

本章節主要分成兩大部分，第一部分為利用都卜勒雷達觀測的徑向風反演三維風場；第二部分為將反演的三維風場進一步反演熱動力場(溫度及壓力)的方法。

2.1 多都卜勒雷達風場合成

本研究採用 Liou et al.(2009、2012、2014)提出的多都卜勒雷達合成風場方法(WInd Synthesis System DOppler Radar Measurement，簡稱 WISSDOM)進行風場合成。因雷達觀測的風場為徑向風，也就是風場沿著電磁波束的投影量，我們僅能知道風向為朝向或遠離該雷達，因此，WISSDOM 可透過結合多部都卜勒雷達的徑向風場，反演一個三維(u、v、w)的風場。WISSDOM 是一個以變分為基礎的風場合成方法，將價值函數極小化，便可反演出一組最符合約束條件的風場。此風場合成方法的優點包含：(1)沿著雷達基線(baseline)的風場可被復原；(2)使用沈浸邊界法(Immersed Boundary Method)，可在複雜的地形上進行風場反演；(3)約束條件包含垂直渦度方程，根據 Protat and Zawadzki (2000)，滿足垂直渦度方程的風場，可降低後續熱動力反演之誤差；(4)可結合任意數目之雷達；(5)可容納各種種類之背景場(如探空、模式預報等)，用以填補無雷達資料覆蓋之區域。

2.1.1 價值函數

WISSDOM 的價值函數是由許多弱勢約束條件構成的，透過變分極小化，此價值函數可取得一組最佳化的三維風場，其價值函數如下：

$$J = \sum_{M=1}^6 J_M \quad (2.1)$$

J 為總價值函數，由 J_M (M=1~6) 構成，此 6 個價值函數分別為徑向風(V_r)和三維風場(u、v、w)的關係式、背景風場、連續方程式、渦度方程式、Laplacian 二次微分平滑項及垂直 fitting 項。以下是價值函數：

$$J_1 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \sum_{i=1}^N \alpha_{1,i} (T_{1,i,t})^2 \quad (2.2)$$

$$T_{1,i,t} = (V_r)_{i,t} - \frac{(x-P_x^i)}{r_i} u_t - \frac{(y-P_y^i)}{r_i} v_t - \frac{(z-P_z^i)}{r_i} (w_t + W_{T,t}) \quad (2.3)$$

$$r_i = \sqrt{(x - P_x^i)^2 + (y - P_y^i)^2 + (z - P_z^i)^2} \quad (2.4)$$

式(2.2)為第一個約束條件，意義為反演風場在投影回雷達後，應大致等於雷達觀測的徑向風場。其中 α_1 為有無雷達覆蓋的權重係數；若該位置無雷達覆蓋，則 α_1 為0。下標*i*(1~*N*)代表第*i*座雷達；*t*(1~2)代表分析時間最鄰近的兩筆資料； V_r 為徑向風； (u_t, v_t, w_t) 為在(x, y, z)位置下的三維風場； W_T 為終端落速； (P_x^i, P_y^i, P_z^i) 為第*i*座雷達的座標位置； r_i 為(x, y, z)位置和第*i*座雷達的距離。 W_T 可由雨水混合比(q_r)及雪水混合比(q_s)估計，而根據 Tong and Xue(2005)提出，符合 Marshall-Palmer 分佈的雨滴粒徑的 q_r 和 q_s 又可由雷達回波估計，可參考下列式子：

$$\text{dBZ} = 43.4 + 17.5 \log_{10} \rho q_r \quad , \text{ if } T \geq 0^\circ\text{C} \quad (2.5)$$

$$\text{dBZ} = 37.3 + 17.5 \log_{10} \rho q_s \quad , \text{ if } T < 0^\circ\text{C} \quad (2.6)$$

其中 ρ 為空氣密度(單位： kg m^{-3})；*T*為攝氏溫度； q_r 和 q_s 單位為 g kg^{-1} 。

根據 Lin et al. (1983)，終端落速可由質量權重之平均終端落速估計，如下列式子：

$$U_r = \frac{a\Gamma(4+b)}{6\lambda_r^b} \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{0.5} \quad (2.7)$$

$$\lambda_r = \left(\frac{\pi \rho_r n_{0r}}{\rho_a q_r} \right)^{0.25} \quad (2.8)$$

$$U_s = \frac{c\Gamma(4+d)}{6\lambda_s^d} \left(\frac{\rho_0}{\rho_a} \right)^{0.5} \quad (2.9)$$

$$\lambda_s = \left(\frac{\pi \rho_s n_{0s}}{\rho_a q_s} \right)^{0.25} \quad (2.10)$$

U_r 和 U_s 分別為雨水和雪的終端落速(ms^{-1})； $a = 2115.0 \text{cm}^{1-b} \text{s}^{-1}$ ； $b=0.8$ ； $c = 152.93 \text{cm}^{1-d} \text{s}^{-1}$ ； $d = 0.8$ 。 ρ_a 和 ρ_0 分別為空氣密度和環境空氣密度(單位： kgm^{-3})；

n_{0r} 和 n_{0s} 為雨水和雪的截距參數，分別為 $8.0 \times 10^{-2} \text{cm}^{-4}$ 和 $3.0 \times 10^{-2} \text{cm}^{-4}$ 。因此，透過觀測回波，再結合經驗公式便可估算雨水和雲水的終端落速； q_r 和 q_s 單位為 kg kg^{-1} 。

$$J_2 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \alpha_2 (\mathbf{V}_t - \mathbf{V}_{B,t})^2 \quad (2.11)$$

式(2.11)為第二約束條件，為反演風場($\mathbf{V}_t = u_t \mathbf{i} + v_t \mathbf{j} + w_t \mathbf{k}$)和背景風場($\mathbf{V}_{B,t}$)的差異。若該區域有雷達覆蓋，則 α_2 設定為0，意即背景風場僅用以填補無雷達覆蓋之區域，此背景風場可由探空資料、模式預報或再分析資料提供，本研究採用模式的系集預報當作背景風場，將在第五章詳細說明。

$$J_3 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \alpha_3 \left[\frac{\partial(\rho_a u_t)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_a v_t)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_a w_t)}{\partial z} \right]^2 \quad (2.12)$$

式(2.12)為第三個約束條件，為非彈性連續方程； α_3 為此價值函數之權重係數； ρ_a 為空氣密度，為高度的函數。

$$J_4 = \sum_{xyz} \alpha_4 \left\{ \frac{\partial \xi}{\partial t} + \left[u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} + w \frac{\partial \xi}{\partial z} + (\xi + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \right\}^2 \quad (2.13)$$

其中

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = - \left[u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} + w \frac{\partial \xi}{\partial z} + (\xi + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (2.14)$$

$$\xi = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.15)$$

$$f \equiv 2\Omega \sin \phi \quad (2.16)$$

式(2.13)為第四項約束條件，為垂直渦度方程，在此忽略混合項及斜壓項； α_4 為此價值函數之權重係數； f 為科氏參數，定義如式(2.16)； $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{rad s}^{-1}$ ，為地球自轉角速度； ϕ 為該格點位處緯度；上標橫線為兩時間平均。

$$J_5 = \sum_{t=1}^2 \sum_{x,y,z} \alpha_5 [\nabla^2 (u_t + v_t + w_t)]^2 \quad (2.17)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.18)$$

式(2.17)為第五項約束條件，為 Laplacian 平滑項； α_5 為此價值函數之權重係數。

$$J_6 = \sum_{t=1}^2 \sum_{x,y} \sum_{z=nz-3}^{nz} \alpha_6 [w_t - w_{B,t}]^2 \quad (2.19)$$

式(2.19)為第六項約束條件，限制離上邊界最近的三層反演的垂直速度(w_t)趨近背景風場的垂直速度($w_{B,t}$)，避免有不正常的局部大值出現； α_6 為此價值函數之權重係數。

以下為本研究風場合成的權重值設定： $\alpha_1 = 10^2$ ； $\alpha_2 = 10^{-3}$ ； $\alpha_3 = 4 \times 10^8$ ； $\alpha_4 = 4 \times 10^{13}$ ； α_5 在水平風沿水平方向為 10^{15} 、垂直方向為 10^{11} ，在垂直風沿水平方向為 10^{14} 、垂直方向為 10^{12} ； $\alpha_6 = 10^2$ 。在此迭代 1000 次，得到一組最佳的反演風場。

2.1.2 沈浸邊界法

Liou et al.(2012)採用 Tseng and Ferziger(2003)提出的沈浸邊界法(Immersed Boundary Method)，將地形效應考慮進風場合成方法，另一好處在於不需使用地勢追隨座標，在卡氏座標上便可完成。首先將網格區分為流域點(flow region)、虛網格點(ghost cell)及內部點(在地形內)，可參考圖 2.1。虛網格點為最靠近地形邊界的內部點。此方法會先找出虛網格點根據地形的鏡像點(此鏡像點位於流域區，並且虛網格點和鏡像點的連線會垂直於地形邊界)。再將鄰近於鏡像點的網格資料點，以反距離權重的方式內插計算鏡像點之值，如下式所示：

$$W_m = \left(\frac{R-r_m}{Rr_m} \right)^a \quad (2.20)$$

$$q = \sum_{i=1}^N \left(\frac{R-r_i}{Rr_i} \right)^a \quad (2.21)$$

$$\phi_0 = \frac{1}{q} \sum_{m=1}^N (W_m \phi_m)^a \quad (2.22)$$

R 為最遠可內插距離； r_m 為資料點與鏡像點之距離； m 為 1~ N 個點； W_m 為第 m 點之權重； q 為第 1~ N 個點權重總和。

將這些鄰近鏡像點之格點資料 ϕ_m 內插至鏡像點上得 ϕ_0 後，再根據距離，將此鏡像點的資訊換算成虛網格點的資訊，如此重複更新地形邊界條件，便可將風場反演應用於複雜地形上。

2.2 熱動力場反演

都卜勒雷達觀測到的徑向風經過風場合成後可建立出三維風場，而熱動力反演便是藉由三維風場求出大氣中壓力和溫度的擾動場在三維空間的分佈，本研究的反演技術可由 GC78 演算法中的非彈性動量方程(momentum equations)開始進行，其在卡氏座標下可表示為：

$$\frac{1}{\theta_{v0}} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla u - fv + turb(u) \right] = -\frac{\partial \pi'}{\partial x} \equiv -F \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{\theta_{v0}} \left[\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla v + fu + turb(v) \right] = -\frac{\partial \pi'}{\partial y} \equiv -G \quad (2.24)$$

$$\frac{1}{\theta_{v0}} \left[\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla w + turb(w) + gq_r \right] = -\frac{\partial \pi'}{\partial z} + g \frac{\theta'_c}{\theta_{v0}\theta_0} \equiv -H \quad (2.25)$$

\vec{V} 為風場 u 、 v 、 w ； f 為科氏參數； g 是重力； π 代表標準化氣壓，定義為：

$$\pi = C_p \left(\frac{P}{P_{00}} \right)^{\frac{R}{C_p}} \quad (2.26)$$

P 為氣壓(單位：hPa)； P_{00} 為參考氣壓 1000hPa；氣體常數 $R = 287 J kg^{-1} K^{-1}$ ；等壓比熱常數 $C_p = 1005 J kg^{-1} K^{-1}$ 。

θ 為位溫； θ_v 為虛位溫； θ'_c 為虛雲位溫擾動量，定義為：

$$\theta'_c = \theta' + (0.61q'_v - q_c)\theta_0 \quad (2.27)$$

q_v 為水氣混合比； q_c 為雲水混合比(單位 $kg kg^{-1}$)。下標「0」表示基本態，代表降水系統發生前的大氣狀態，假設此變數在水平上為均質，僅隨高度變化，本研究以分析時間 15 小時前之探空觀測資訊當作基本態。上標「'」代表相對於基本態

之擾動量。

根據 Sun and Crook (1997)，式(2.25)中之 $q_r(\text{kg kg}^{-1})$ 可由雷達回波 $\eta(\text{dBZ})$ 估算之：

$$\eta = 43.1 + 17.5 \log(\rho_0 q_r) \quad (2.28)$$

$turb()$ 為參數化次網格亂流項(單位： $m^{-1}s^{-1}$)，在此用參數化方式估計，參考式(2.29)，括號內可為任何風場， K 為次網格黏滯係數。

$$turb(\quad) = K \left(\frac{\partial^2(\quad)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\quad)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\quad)}{\partial z^2} \right) \quad (2.29)$$

動量方程式等號左式以三維風場及探空觀測之基本態構成，因此首先可將雷達觀測徑向風，以 WISSDOM 進行風場合成得到一組三維風場，遂可計算出 F 、 G 、 H 。

Gal-Chen(1978)提出的熱動力反演法是採用水平方向上的動量方程當作強勢約束條件進行極小化，相當於解 Poisson equation，參考式(2.30)，並給定 Neumann boundary condition，如式(2.31)，使解在 x - y 邊界可滿足。

$$\frac{\partial^2 \pi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \pi'}{\partial y^2} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \pi'}{\partial x} = F \quad \text{and} \quad \frac{\partial \pi'}{\partial y} = G \quad (2.31)$$

因採用 Neumann boundary condition，計算範圍內若出現空洞會使計算過程變得相當繁瑣，因此此方法只適用於完全平坦的地形上。不同於 GC78，本研究依據 Liou et al.(2019)所發展的 Terrain-Permitting Thermodynamic Retrieval Scheme (簡稱 TPTRS)，透過給定一系列弱勢約束條件便可將熱動力反演應用於複雜地形上。合成後的三維風場可提供熱動力資訊 F 、 G 、 H (參考式(2.23)-(2.25))，並可求出 π' (壓力)在水平方向的一階微分並約束，分別對每個水平面進行極小化，經過重複迭代後得到一組最佳的壓力擾動量的二維結構，續再疊合出三維的壓力擾動場。首先將網格點區分為流域點(flow region)及地形點，其針對流域點之總價值函數 J 可表示為：

$$J = \sum_{i=1}^2 J_i \quad (2.32)$$

J_i 為各約束條件之價值函數，如下：

$$J_1 = \sum_{xy} \alpha_1 \left[\frac{\partial \pi'}{\partial x} - F \right]^2 \quad (2.33)$$

$$J_2 = \sum_{xy} \alpha_2 \left[\frac{\partial \pi'}{\partial y} - G \right]^2 \quad (2.34)$$

式中 α_1 和 α_2 為權重係數，在此皆為1。

極小化方法使用 Liu and Nocedal(1988)提出的準牛頓共軛梯度法(quasi-Newtonian conjugate-gradient)，將價值函數 J 對各格點之 π' 取其梯度 $\frac{\partial J}{\partial \pi'}$ ，並且將流域點(flow region)依照與地形的相對位置分類為起始點(starting-point)、中間點(interior point)和結束點(end-point)，再分別以單邊差分或中央差分的方式撰寫其梯度，經持續迭代更新使價值函數對 π' 的梯度趨近極小值，如此便可實現沿著地形進行熱動力反演。本研究之迭代條件為當本次更新之 π' 和前次 π' 的相對誤差小於 10^{-4} 即停止迭代。

將更新完畢後之最佳 π' 帶入式，即可得到 θ'_c (溫度)之三維分佈。然而式(2.33)、式(2.34)約束條件中反演變數 π' 為微分項，解會包含一個常數，因此所得之解並不唯一。根據 Foerster and Bell(2017)， $\pi' + C(z)$ 和 $\theta'_c + (\theta_0 \theta_{v0}/g)(dC/dz)$ 均為解的形式，而因每一層高度的熱動力場的水平平均 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ ($\langle \rangle$ 代表每一水平面的平均量)僅有一值，此水平平均會隨高度變化，因此將反演變數扣除掉其水平平均： $\pi' - \langle \pi' \rangle$ 及 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$ 為唯一解，此數值亦稱作擾動量相對於水平平均的「偏差量」。

第三章 垂直方向未知常數之處理

於 2.2 節提及，傳統的熱動力反演演算法中，僅能解出擾動場相對於水平平均「偏差量」，此偏差量的意義為每個水平面上反演出的熱動力場，都與真實值相差一個隨高度變化的未知常數，所以只能解析熱動力場之水平結構。為了得到此未知常數，過去 GC78 提出只要每一個高度都有一點真實的量測 π' 和 θ'_c ，再結合已反演出的熱動力偏差量場 ($\pi' - \langle \pi' \rangle$ 及 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$)，即可還原出每一個高度的水平平均 ($\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$)，續將此水平平均加於其他格點上，便能還原出真正的三維的熱動力擾動場。GC78 曾經提出可以以野外實驗中的飛行機數據當作在每個高度上都有獨立的觀測；另一方面，Protat et al. (1998) 提議以無線電探空儀或投落送等裝置提供一個垂直方向的觀測資料。但實際上，無論是上述哪種觀測儀器，即使於密集觀測時期中，資料的時空解析度還是很低，因此對於快速發展的天氣系統，從生成至消散也不過數小時，傳統方法就無法及時掌握天氣系統的熱動力結構。

本研究採用 Liou and Teng(2023)提出的新方法(簡稱 LT23)，以解決傳統熱動力反演方法中存在不確定性的問題。此方法僅需要一個單點的觀測，便可利用垂直積分的方式向上(或向下)還原出其他層的熱動力擾動值，並得到該層熱動力變數的水平平均。

首先，LT23 引入一簡化過後的狀態方程式(Equation of State)，如式(3.1)，詳細公式推導過程可參考附錄。

$$\theta'_c = \tilde{T}_1 \pi' + \tilde{T}_2 (0.61 q'_v - q_c) - \tilde{T}_3 \rho' - \tilde{T}_4 q'_v \quad (3.1)$$

其中

$$\tilde{T}_1 = \left[\left(\frac{P_{00}}{P_0} \right)^\kappa \frac{1}{\rho_0 R (1 + 0.61 q_{v0})} - \frac{R \theta_0}{C_p P_0} \right] \frac{P_0}{R} \left(\frac{P_{00}}{P} \right)^\kappa \quad (3.2)$$

$$\tilde{T}_2 = \theta_0 \quad (3.3)$$

$$\tilde{T}_3 = \left(\frac{P_{00}}{P_0} \right)^\kappa \frac{T_0}{\rho_0} \quad (3.4)$$

$$\tilde{T}_4 = \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{0.61T_0}{(1+0.61q_{v0})} \quad (3.5)$$

ρ' 為空氣密度擾動； $\kappa = \frac{R}{c_p}$ ； \tilde{T}_1 、 \tilde{T}_2 、 \tilde{T}_3 、 \tilde{T}_4 皆為基本態的函數，只隨高度變化，可以由在天氣系統發生前的探空資料提供。在真實世界中，較無法取得式中 q'_v 和 q_c 之三維結構，在 LT23 經過測試後發現，忽略其值對於結果的負面影響有限，因此可忽略得到更簡化的狀態方程式，如式(3.6)，其意義為其連結了壓力和溫度，且並不包含微分項。

$$\theta'_c = \tilde{T}_1 \pi' - \tilde{T}_3 \rho' \quad (3.6)$$

另外，垂直動量方程式(2.25)亦可改寫為：

$$\frac{\partial \pi'}{\partial z} = g \frac{\theta'_c}{\theta_{v0} \theta_0} + H \quad (3.7)$$

LT23 結合狀態方程式(3.6)及垂直動量方程式(3.7)，以向上(或向下)垂直積分的方式，得到每一個高度未知的 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ ，流程如下：

步驟(1) 本研究將雷達觀測到的徑向風由 WISSDOM 進行風場合成並計算出 F·G·H，再透過 TPTRS 反演得到三維空間中每個格點之 $\pi' - \langle \pi' \rangle$ 以及 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$ 。

步驟(2) 假設有一在地觀測得 π' 和 θ'_c 於某格點上(k=1)，結合由步驟(1)得到之 $\pi' - \langle \pi' \rangle$ 和 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$ ，即可獲得該層之 $\langle \pi' \rangle$ 及 $\langle \theta'_c \rangle$ 。

步驟(3) 將此水平平均套用於該層其他格點上，便可得到此層(k=1)的熱動力擾動場 π' 和 θ'_c 。且可另外透過式(3.6)估算每個格點的空氣密度擾動 ρ' 。LT23 中提到，使用 $|\theta'_c|$ 較小的格點當作積分起點，可以得到比較好的反演結果。本研究遵循其方法，挑選 $|\theta'_c|$ 小於某門檻(門檻值參考式(3.8))的網格點。

$$threshold = [(|\theta'_c|_{max} - |\theta'_c|_{min}) \times \alpha] + |\theta'_c|_{min} \quad (3.8)$$

其中 α 為比例(單位：%)。

步驟(4) 延續步驟(3)，假設其中有 N 個點 $(x_1, y_1, 1) \cdots (x_N, y_N, 1)$ 符合篩選的門檻，則由符合門檻的 N 個點當作積分起點，利用式(3.7)向上積分得到

$(x_1, y_1, 2) \cdots (x_N, y_N, 2)$ 之 π' ，這 N 個點都可以各自結合步驟(1)的 $\pi' - \langle \pi' \rangle$ ，計算出 $\langle \pi' \rangle$ ，也就是會得到 N 個在 $k=2$ 之 $\langle \pi' \rangle$ ，將這 N 個數值做平均當成 $k=2$ 的 $\langle \pi' \rangle$ 最終結果 (理論上若毫無誤差的話，不管由哪一點算出的水平平均都該是相同的，但因為考慮誤差干擾則進行此運算)，並將此最終的 $\langle \pi' \rangle$ 套用於 $k=2$ 其他格點上，便可得到 $k=2$ 的壓力擾動場 π' 。

步驟(5) 另外，假設 $k=2$ 和 $k=1$ 的 ρ' (由步驟(3)得) 是相同的。如此便可利用式(3.6) 計算 $(x_1, y_1, 2) \cdots (x_N, y_N, 2)$ 的 θ'_c 進而結合偏差量推算 $\langle \theta'_c \rangle$ ，再將此 N 個 $\langle \theta'_c \rangle$ 平均得最終 $\langle \theta'_c \rangle$ ，將此水平平均套用回該層其餘格點上，得到 $k=2$ 的溫度擾動場 θ'_c 。

重複步驟(3)-(5)，即可建構一個三維的熱動力擾動場。

LT23 的研究中發現正確的 ρ' 對反演結果的好壞相當關鍵，然而現實中較難取得式(3.6)的空氣密度擾動 ρ' 在三維空間的分佈，通常只能獲得地面上 ρ' 的觀測資訊，因此最方便的做法便是假設在該垂直距離內的 ρ' 都是相同的(如步驟(5)，而該垂直距離可以自由設定為每隔數百公尺的高度)。但在這個假設下，為了降低 ρ' 在式(3.6)的影響程度，由哪個點開始向上積分變得相當重要，避免該地的 ρ' 在垂直方向上的變化過大，LT23 發現，該點通常位於天氣系統的外圍，也就是 $|\theta'_c|$ (或 $|\rho'|$) 較小的地方(LT23 顯示 $|\theta'_c|$ 和 $|\rho'|$ 的量值有很好的線性關係)。

而在步驟(3)中，由於天氣系統為三維結構，低層的溫度擾動小，並不代表中高層亦是如此，因此在此步驟可以自由設定要在第幾層重新尋找符合門檻的格點，以確保在積分的過程中都是由溫度擾動最小的格點開始積分。

第四章 觀測系統模擬實驗

本章節根據前述方法，建構一組觀測系統模擬實驗(Observing System Simulation Experiment, OSSE)，目的為利用數值模式提供一組虛擬的理想大氣狀態變數進行反演，相比於真實世界，數值模式可提供更完整的大氣資料，且不會發生觀測誤差，如此進一步證實此方法的可行性。概念如下：

- (1) WRF 模擬出一套天氣系統，其中包含許多物理量(壓力、溫度、水氣混合比……等等)，將其視為真值「True」。
- (2) 輸出其中某些變數，利用 TPTRS 反演熱動力場的「偏差量」。
- (3) 假設 True 在第一層上的其中一點為假觀測，並將這個假觀測應用於第三章節的演算法上，計算出目標的反演變數。
- (4) 將反演變數與「True」比較，確定演算法的可行性。

4.1 定量校驗方法

此研究使用的量化指標有：空間相關係數(Spatial Correlation Coefficient, SCC)和方均根誤差(Root Mean Square Error, RMSE)，其意義如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(A_r - A_t)^2}{N}} \quad (4.1)$$

A 可為任一物理量(風場、壓力或溫度)；下標“r”和“t”分別代表 A 的反演數值與真實值；總和範圍可為平面或空間；N 為所有被計算進去的格點數目。RMSE 為衡量反演值和真實值的誤差統計量，較小的 RMSE 值表示結果越好。

$$SCC = \frac{\sum(A_r - \bar{A}_r)(A_t - \bar{A}_t)}{\sqrt{\sum(A_r - \bar{A}_r)^2 \sum(A_t - \bar{A}_t)^2}} \quad (4.2)$$

\bar{A}_r 和 \bar{A}_t 分別代表反演值和真實值在該分析區域內的平均量。SCC 為評估兩個空間上相同屬性值在相鄰位置上相似程度的統計指標，其值介於-1 和 1 之間，-1 表示負相關，+1 表示正相關。SCC、RMSE 也當作本章節 OSSE 進行敏感度測試之參考指標，以及評估使用熱動力反演新方法與 WRF 之理想大氣真值之相似度。

4.2 實驗設計

本研究使用 WRF3.8.1 版本建立一組虛擬真實大氣。網格數目為 $81 \times 81 \times 41$ ，水平解析度為 1km，垂直解析度為 0.25km，也就是在應用式(3.7)時， ∂z 皆固定為 0.25km。並且在分析範圍中放置 3 座山，高度分別為 2.5、1.5 和 1km，山形為理想鐘型狀態，如式(4.3)所示，山的半寬為 5km。於初始化時，放置一個熱胞於山附近，熱胞中心位溫比境位溫大 3K。

$$H(x, y) = \frac{h}{\left[\left(\frac{x-x_c}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-y_c}{b}\right)^2 + 1\right]^{1.5}} \quad (4.3)$$

h 是山岳高度； (x_c, y_c) 為山的中心點； a 和 b 分別為山東西和南北向的半寬。

$$\theta' = \theta'_{max} \cos^2\left(\frac{\pi}{2} Rad\right) \quad (4.4)$$

$$Rad = \sqrt{\left(\frac{x-x_0}{4.0}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{4.0}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{1.5}\right)^2} \quad (4.5)$$

溫度分佈如式(4.4)， (x_0, y_0, z_0) 熱胞中心。

4.3 敏感度測試

在第三章提及，LT23 發現若格點的 $|\theta'_c|$ 越小(也就是在天氣系統外圍的地方)，從該格點積分出來的結果誤差越小。因此 LT23 挑選格點 $|\theta'_c|$ 為最小的前 10% 的格點當作積分起點，並且每上升 1km，就會重新篩選出 $|\theta'_c|$ 最小的格點當做積分起點，同時也假設在此 1km 的垂直距離內 ρ' 是一樣的。而本章節的敏感度測試有兩個變數：第一、門檻值；第二、重新挑選符合門檻值的垂直距離。討論在有地形的情況下，改變不同的門檻值對反演熱動力場所帶來的差異。

4.3.1 門檻值

首先挑選第一層符合門檻的格點後，直接以這些格點進行運算到最頂端，也就是說，不會在運算過程中重新尋找中高層符合門檻的格點。然後以不同的門檻值：20%、10%、3%和 1%逐步提升嚴格度去篩選 $|\theta'_c|$ 最小的積分格點。初步比較定量

分析的結果，表 4.1 為各實驗組在三維空間 π' 和 θ'_c 的 SCC 和 RMSE。以在未做垂直校正前的偏差量($\pi' - \langle \pi' \rangle$ 和 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$)作為對照組，對照組的壓力和溫度的 SCC 分別為 0.92 和 0.85，RMSE 分別為 0.16 和 0.4。在最小的前 20%門檻值下，經垂直校正後的結果效果並無顯著提升，推測是納入了過多格點使誤差被放大。逐漸縮緊門檻後發現在門檻值為 3%-10%的情況下 SCC 有顯著地提升到 0.96 和 0.86，RMSE 也降至 0.04 和 0.39。在門檻值為 1%的條件下，SCC 在壓力和溫度也都並無顯著提升，推測是因為門檻過於嚴苛，挑選的格點數過少，因此結果缺少了一點代表性。

圖 4.1 為比較 True 和反演的 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 之垂直分佈，可以看到門檻 20%反演的 $\langle \pi' \rangle$ 較 True 雜訊較多，門檻值 10%和 3%的結果相近， $\langle \pi' \rangle$ 的走勢在中低層相當接近 True，並於高層開始背離。門檻 1%反演的 $\langle \pi' \rangle$ 雖在 4km 以下與 True 相似，但 4km 在以上有明顯的偏離。綜合評估後，無論 $\langle \pi' \rangle$ 或 $\langle \theta'_c \rangle$ 在門檻值 10%和 3%的情況下表現最為適當。

4.3.2 垂直距離

為了討論當以不同的垂直距離去重新尋找 $|\theta'_c|$ 最小的格點是否會有影響，本研究比較了以 10km、5km、4km、3km、2km、1km 及 0.25km 作為垂直距離的結果，此節根據上一小節得出之結論，以格點 $|\theta'_c|$ 為最小的前 3%當作篩選門檻。三維空間 SCC 分數和 RMSE 的結果可參考表 4.2，在此研究中，以 10km 為垂直距離代表僅於第一層篩選符合門檻的格點，相較於其他實驗組，結果顯示於積分過程中重新篩選格點有助於反演結果。從 SCC 分數和 RMSE 可以發現，當每 2~5km 重新挑選符合門檻的格點時，其反演的壓力和溫度的 SCC 皆提升至 0.98 和 0.86 以上。

接著比較 True 和反演 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 的垂直分佈，如圖 4.2 所示。以 10km 為垂直距離(圖 4.2(a))，在 6km 以上的 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 開始明顯偏離 True，相反地，比起圖 4.2(a)，若在中層有重新挑選符合門檻的格點再繼續積分，如圖

4.2(b)(c)(d)(e)所示，其 $\langle \pi' \rangle$ 的最大差距從 0.1 縮小至 0.05(Jkg⁻¹K⁻¹)左右， $\langle \theta'_c \rangle$ 的走勢也明顯更貼近 True。我們可以看到每 1km 和 0.25km 重新篩選格點的結果在 2.5km 左右 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 開始有明顯偏折。綜合上述，使用垂直距離為 2-5km，無論 $\langle \pi' \rangle$ 或 $\langle \theta'_c \rangle$ ，都可以得到相當不錯的結果。

4.4 結果分析

本研究目的為校正反演熱動力場的垂直結構，因此主要著重在垂直校正前後的反演場和 True 的垂直剖面圖進行分析(圖 4.4、圖 4.5)。本節根據上一小節的敏感度測試，採用門檻值 3%、垂直距離 2km 進行垂直校正，定量分數亦可參考表 4.2。圖 4.4、圖 4.5 為沿 Y=50 的垂直剖面圖，首先由圖 4.4(a)和圖 4.5(a)可以看到，山脈的左側存在一系統，且低層冷區有高壓相互對應。接著是比較校正前(圖 4.4(b)、圖 4.5 (b))後(圖 4.4(c)、圖 4.5 (c))的反演結果，校正後的壓力擾動在低、中層的量級與分佈大致上和 True 有不錯的相似性，而校正過的溫度擾動量整體比起溫度偏差量而言，其輪廓更接近於 True，代表此方法確實能夠幫助我們解析天氣系統的垂直結構。

另外，圖 4.2(e)和圖 4.3(e)中可以發現，在以每 2km 重新尋找 $|\theta'_c|$ 較小的格點的條件下，反演 $\langle \theta'_c \rangle$ 的趨勢非常接近於 True，然而在 $\langle \pi' \rangle$ 方面存在明顯的偏移，初步猜測是因為式(2.25)是直接約束 θ'_c 本身，而 π' 是以微分的形式($\frac{\partial \pi'}{\partial z}$)被約束所導致。因此也嘗試將由圖 4.2(e)和圖 4.3(e)校正後第一層的 π' 和三維的 θ'_c 代入 TPTRS 中，期望藉由給定擾動場做約束，並透過 TPTRS 反演出更貼近於 True 的 π' 。圖 4.6 為比較圖 4.2(e)和做完第二次 TPTRS 的 $\langle \pi' \rangle$ ，結果顯示兩者幾乎無異，透過此方法並沒有辦法有效提升 $\langle \pi' \rangle$ 的表現。

第五章 真實個案分析與反演結果

由第四章的 OSSE 結果可知新方法有一定的可行性。為了檢驗第三章新方法在真實個案上的應用效果，本研究利用 2008 年 SoWMEX 西南氣流實驗的 IOP #8 期間觀測資料，探討新方法對於天氣系統熱動力場垂直結構的改善程度。本章節共分成四個部分。第一部分為個案介紹。第二部分為儀器介紹與資料來源，其中包含都卜勒雷達、探空、測站資料及雷達資料品質控管；第三部分為挑選 WISSDOM 背景場的方法。第四部分為風場合成結果與校驗。最後則是針對經過垂直校正的熱動力反演場的分析及驗證。

5.1 SoWMEX IOP #8 個案介紹

本研究使用台灣與美國在 2008 年 5-6 月於台灣西南部進行的地形季風降雨實驗計畫：西南氣流實驗(Southwest Monsoon Experiment, SoWMEX)進行分析。此觀測實驗的目的為在分析於東亞夏季季風期間，台灣及周遭的劇烈降雨機制。希望透過分析這些密集觀測資料，可以用來改善模式降水預報。本研究的分析時間為 2008 年 6 月 14 日 15UTC 的梅雨鋒面前緣的颱風系統，為台灣西南部帶來劇烈降水。從當天 12UTC 地面天氣圖可以看到(圖 5.1)，有一東北-西南向之滯留鋒位於台灣西北方，台灣位於滯留鋒前緣，因此大氣存在相當的不穩定性。從 15UTC 雷達回波合成圖可以發現(圖 5.2)，受地形影響，有一條明顯的雨帶滯留於台灣西南部，造成該區有強降水，此對流系統在 1200-1500UTC 三小時間為陸地帶來超過 50mm 的累積雨量。

5.2 反演設定與使用資料

5.2.1 反演設定

本研究的分析範圍及所有使用之觀測儀器可參考圖 5.3。網格點數量為 $160 \times$

226 × 40，水平解析度為 1km，垂直解析度為 0.25km，第一層高度為 250m 高，最高高度為 10km。圖 5.4 為 0.5、1、3 和 5 公里高的雷達資料覆蓋狀況。

5.2.2 七股雷達(RCCG)

七股雷達位於臺南市七股區(120.09°E 23.15°N，海拔 53m)，屬中央氣象局管轄，為 S-band(波長 10 cm)之陸基式傳統都卜勒氣象雷達。掃描策略為體積掃描，徑向風折錯風速(Nyquist velocity)為 21.2ms^{-1} ，最大可用觀測範圍為 176.8km，觀測仰角分別為 0.5、1.4、2.4、3.4、4.3、6.0、9.9、14.6 及 19.5°，每一筆體積掃描時間約為 7 分半鐘。本研究使用到此雷達的觀測變數為雷達回波(Z)、徑向風(Vr)。

5.2.3 SPOL 雷達(SPOL)

SPOL 雷達為美國 NCAR(National Center for Atmospheric Research)所屬，為 S-band(波長 10.7 cm)之雙偏極化雷達，其雙偏極化特性使我們有更多觀測參數來描述雨滴結構，如(Z_{DR} 、 ρ_{HV} 等等)，並且可用來濾除非氣象資訊。其於 2008 年 SoWMEX(Southwest Monsoon Experiment)西南氣流實驗期間來台觀測，並放置於高屏溪的新園堤防(120.43°E 22.52°N，海拔 45m)，掃描策略為體積掃描，徑向風折錯風速為 26.9ms^{-1} ，最大可用觀測範圍為 149.1km，觀測仰角分別為 0.5、1.1、1.8、2.6、3.6、4.7、6.5、9.1 及 12.8°，使用到的觀測變數為回波(Z)、徑向風(Vr)；相關係數(ρ_{HV})用來濾除非氣象相關資訊。

5.2.4 墾丁雷達(RCKT)

墾丁雷達位於屏東縣恆春鎮(120.85°E 21.9°N，海拔 40m)，屬中央氣象局管轄，為 S-band(波長 10 cm)之陸基式傳統都卜勒氣象雷達。掃描策略為體積掃描，徑向風折錯風速(Nyquist velocity)為 21.2ms^{-1} ，最大可用觀測範圍為 176.8km，觀測仰角分別為 0.5、1.4、2.4、3.4、4.3、6.0、9.9、14.6 及 19.5°，每一筆體積掃描時間約為 7 分半鐘。本研究使用到此雷達的觀測變數為雷達回波(Z)、徑向風(Vr)。

5.2.5 雷達資料品質控管與處理

雷達發射的電磁波會被障礙物散射回來，此訊號會再被雷達接收，並計算出各種氣象參數，然而電磁波除了打到雨、雪、雹等水相粒子外，也有可能是地形、昆蟲等。除了這些雜波外，也會遇到風場折疊(folding)問題，為了得到良好的資料品質，本研究利用本實驗室開發之氣象雷達資料編修軟體(Radar kit，簡稱 Rakit)進行資料 QC。

因 RCCG 及 RCKT 皆為 S 波段之傳統式都卜勒雷達，因此 QC 流程相同。首先濾除地形訊號及強回波弱風速(回波 $>30\text{dBZ}$ ；風速 $<2\text{ms}^{-1}$)。而 SPOL 因屬雙偏極化雷達，除上述 QC 方法外，亦將相關係數 $\rho_{HV}<0.85$ 之資訊去除。三座雷達皆使用空間連續法將風場去折疊。

5.2.6 探空觀測資料

本研究使用到於 SoWMEX 期間加放之台南探空(120.24°E 23.04°N)及六龜探空(120.64°E 22.99°N)，用來提供背景大氣及驗證未知常數的垂直分佈。兩部探空的型號皆為 Vaisala RS-92，且探空資料經由 Ciesielski et al. (2010)方法校正水氣。本研究的垂直解析度為 0.25km ，由 0.25km 開始一直到 10km ，共 40 層，因此將探空資料內插至最鄰近的垂直分層上以符合分析格點。

5.2.7 測站觀測資料

本研究使用到共 16 個測站，主要位於台灣西南部以及山區，包含局屬站及自動站。其中 13 個測站海拔高度位於 250m 以下，另 3 個測站位於阿里山、玉山及高雄那瑪夏。因每個測站海拔高度不盡相同，為了使測站的觀測資料貼近最接近的垂直分層上，本研究採用濕絕熱遞減率 γ_s (moist adiabatic lapse rate)如式(5.1)所示，計算出溫度在最鄰近於測站的垂直分層上符合理論的數值。一般在近地面之 $\gamma_s \cong -4^{\circ}\text{C km}^{-1}$ 。

$$\gamma_s \equiv \left(\frac{dT}{dz} \right)_s \quad s \text{ 表飽合之空氣塊} \quad (5.1)$$

5.3 風場合成背景場製作

由於 RCCG、SPOL 及 RCKT 是以 PPI 的方式進行掃描，因此近地表處時常會發生雷達資料缺失的狀況，如圖 5.5 所示，此為分析區域內的雷達覆蓋量，在高度 1km 以下的區域有高達 50% 的區域是無雷達資料覆蓋的，且即使到了高層，雷達覆蓋量也不是 100%。為了使 WISSDOM 極小化的過程能夠運作，需要提供一個背景場來彌補雷達資料缺少的地方。

本研究採用 2008 年 6 月 14 日 00UTC 的歐洲中期天氣預報中心(European Centre for Medium-range Weather Forecasts, ECMWF)的 $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ 全球再分析資料初始化模式產生一組系集預報，共有 50 個系集成員，使用的水平網格間距 27km、9km、3km 及 1km 的巢狀網格，參考圖 5.6。由於模式預報的時間點並不會和實際分析時間點的風場最接近，因此為了得到最相似於 15UTC 風場的背景場，我們將 d04 預報到 15UTC 的前後各 4 小時，每小時輸出 1 筆資料，因此會從每個系集成員中萃取總共 9 個時間點(如圖 5.7)。每筆資料都可以輸出一組風場，並將此風場投影成徑向風於 RCCG、RCKT 和 SPOL 的位置上，比較此 450 筆資料和雷達真實觀測到的徑向風的 RMSE，最終挑選 RMSE 最小的一筆資料當作 WISSDOM 的背景場(如圖 5.8)。

5.4 反演風場及驗證

5.4.1 定量校驗

WISSDOM 的價值函數中，其中一項約束條件為雷達觀測到的徑向風與三維風場之關係，因此我們可以初步比較雷達觀測的徑向風與反演風場的差異，進行定量分析。圖 5.9 分別為 RCCG、SPOL 和 RCKT 觀測的徑向風和將反演風場投影的

徑向風比較所得之 RMSE 和 SCC 隨高度變化圖。此三座雷達的 SCC 皆有達到 0.99 以上，唯 RCKT 於 500 公尺高的資料較稀少，於該層之 SCC 為 0.8 多。而三者於每個高度上之 RMSE 僅存在不到 2ms^{-1} 之誤差，代表著反演風場和真實觀測相當貼近。

5.4.2 風場合成結果

根據 Protat and Zawadzki (2000)，反演風場若滿足垂直渦度方程，可改善熱動力反演結果。因渦度方程式是由水平動量方程式推導而得，所以三維風場如果滿足渦度方程式(式(2.13))，同時壓力擾動在水平方向的二階交叉導數也會相符，如下列式：

$$\frac{\partial^2 \pi'}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \pi'}{\partial y \partial x} \quad (5.2)$$

因此可透過渦度方程式(式(2.13))左式的趨勢項和右式的平流項、抽拉項及傾斜項總和的收支診斷，分析反演風場是否有滿足渦度方程。本研究的目的是利用地面測站的觀測值去校正垂直熱動力場的不確定性，因此我們特別希望底層反演的熱動力場是正確的，圖 5.10 為 $22.57^\circ\text{N}(y=120)$ 、 $22.93^\circ\text{N}(y=160)$ 、 $120.26^\circ\text{E}(x=80)$ 及 $120.46^\circ\text{E}(x=100)$ 在底層(0.5 及 2km 高)的渦度收支診斷，我們可以看到左式大致與右式的總和相等。在三維空間上，渦度方程式左式和右式總和的比值約為 1.09，顯示反演風場有符合渦度方程式，我們便可以將此風場更進一步用來反演熱動力場。

圖 5.11(a)(d)、圖 5.12(a)(d)和圖 5.13(a)(d)分別為由 RCCG、RCKT 和 SPOL 在 0.25 和 0.75 公里高真實觀測之徑向風。圖 5.11(b)(e)、圖 5.12(b)(e)和圖 5.13(b)(e)為此背景風場投影回各個雷達之徑向風，可以看到背景風場在低層相較於觀測有較多一點的南風分量，雖模式較無法掌握局部風場細節，然而其量級分佈還是有其相似度，因此使用此系集成員作為背景場。圖 5.11(c)(f)、圖 5.12(c)(f)和圖 5.13(c)(f)為反演三維風場投影回各雷達之徑向風，透過徑向風與三維風場關係式的權重控

制，可以使反演風場於雷達覆蓋範圍內盡量符合雷達真實觀測。而反演風場較觀測來得平滑，是因為本研究的風場合成法的約束條件包含平滑項。

輻散場如圖 5.14(a)-(c)所示，底層整體的風向為西南風，明顯受到地形影響，由西南風轉為南風，另外，水平風速在西南沿海一帶驟減（x 和 y 方向風速皆存在約 8ms^{-1} 的差距），存在強烈水平風切，並且由 0.25km 高的輻散場可發現，強輻合區主要也位於沿海，與水平風切處相互對應之外，也可以對應到強回波帶（圖 5.14(d)）。圖 5.15 為沿 120.12°E ($x=65$)、 22.01°N ($y=58$) 及 22.21°N ($y=80$) 及 22.93°N ($y=160$) 的垂直剖面圖，四者的輻合區皆對應到垂直速度正值，尤以圖 5.15(c) 特別明顯，於 $x=60$ 處存在一個深輻合區，並有著厚實且強烈的垂直速度，而這些強輻合皆與圖的雷達回波極大值相互呼應。

5.5 熱動力反演場

本節根據 4.3 提及之 OSSE 敏感度測試，在真實個案分析中亦設定垂直距離為 2km、門檻值為 3% 進行垂直積分。在間接驗證的部分，由第三章可知，我們只要有一個真實的壓力和溫度擾動量觀測 (π' 、 θ'_c)，便可以結合從 TPTRS 獲得的偏差量 ($\pi' - \langle \pi' \rangle$ 、 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$)，並且回推該層的水平平均 ($\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$)，因此為了驗證使用單點的測站資料做垂直積分後的結果，本研究使用到台南以及六龜的探空觀測資訊進行比較。另外，於第三章的步驟(3)提到，LT23 的 OSSE 研究發現使用 $|\theta'_c|$ 較小的格點當作積分起點，反演出的 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 誤差也較小。圖 5.16 為在真實個案中，將第一層的每個格點向上積分後反演出 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ ，並且將這些反演的 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 與探空進行誤差比較。圖 5.16 的 $|\theta'_c|$ 相較於 $|\pi'|$ ，可以和反演的 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 的誤差呈現出更良好的線性關係，也就是以 $|\theta'_c|$ 較小的格點向上積分，能夠反演出誤差較小的結果。雖在真實情況下無法呈現接近完美的線性關係，但我們在真實個案分析中看到與 OSSE 有相當類似的情況發生，也更進一步證實了 LT23 的理論點。

圖 5.17~圖 5.20 為 13 個地面測站(海拔<250m)和 3 個山區測站做完垂直積分的結果，部分測站在高度 5km 以下的 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$ 的走勢與探空觀測頗為接近， $\langle \pi' \rangle$ 於中高層開始偏離於觀測，這部分也類似於在 OSSE 中的結果，至於 $\langle \theta'_c \rangle$ 在高層可能是因為積分過程中累積誤差而與觀測有所偏差。本研究因為無額外對測站觀測資料做品質控管，因此為了使反演結果更具代表性，另外再將這 13 個海拔低於 250m 的測站結果做平均，如圖 5.21 所示。整體而言，13 個測站平均和 2 個探空平均的 $\langle \pi' \rangle$ 所比較之 RMSE 值為 $0.36 \text{ JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ； $\langle \theta'_c \rangle$ 的 RMSE 值為 1.7K。再來進一步分析在高度 5km 以下的狀況(圖 5.21(b))， $\langle \pi' \rangle$ 的趨勢都相當相似於觀測，然而明顯有向正位移的情形發生，RMSE 降至 $0.26 \text{ JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ； $\langle \theta'_c \rangle$ 則非常貼近於探空，RMSE 值更縮小至 1.15K。初步來看，利用地面測站資料做垂直積分的新方法，能夠達到與在每個水平面都有觀測的探空非常相近的效果。

續將由 13 個測站平均後的 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$ 套用至偏差場上，得到最終調整過的擾動場 π' 和 θ'_c 。首先針對沿 $22.93^\circ\text{N}(y=160)$ 和 $120.12^\circ\text{E}(x=65)$ 的垂直剖面進行分析(圖 5.22、圖 5.23)，比較 $\pi' - \langle \pi' \rangle$ 、 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$ 和 π' 、 θ'_c ，經垂直校正後，低層有明顯冷池且存在相應的高壓，應是該處有持續性降雨造成的蒸發冷卻效應導致；於高度 2-3km 處則因西南氣流而造成暖區；山谷之間擾動場有不連續的狀況發生，應和此處風場是用背景場補足，而非雷達觀測有關。總結來說，相較於偏差量，我們能從經垂直校正後的擾動場得到更合理的解釋。

第六章 結語與展望

6.1 結語

本研究旨在解決傳統上以都卜勒雷達風場反演的熱動力場在每個水平面上都會存在一個隨高度變化的未知常數(變數的水平平均)問題。相比過去，舊研究提及每個水平面上都必須有額外的觀測資訊(如：探空)解析出此未知常數，才能得到真正的熱動力擾動場。然而，探空的時空解析度太低，施放位置及時間並不能符合分析需求，而此新方法的優點在於，只需要單點的觀測，利用有著高時空解析度的測站資料，便可以推得未知常數的垂直分佈，進而成功解出整個三維空間擾動場。

研究中首先使用多都卜勒雷達三維風場合成方法及熱動力反演法，在地形上反演出風場和熱動力(壓力、溫度)偏差場，再根據 LT23，結合狀態方程式以及垂直方向的動量方程式，嘗試以一個單點的觀測向上積分出上一層的壓力擾動量，並得到上一層的水平平均。前期先由 OSSE 進行敏感度測試，探討以不同的垂直距離重新尋找 $|\theta'_c|$ 較小的格點與不同的門檻值，會對反演結果造成什麼程度的影響並驗證。此外將新方法應用到一個真實西南氣流個案進行分析與討論。以下為前述章節之重點與結論：

- (1) LT23 提及使用 $|\theta'_c|$ 較小的格點進行積分，可以使反演結果表現更好。本研究使用不同的門檻值去篩選符合條件之格點，結果顯示以 $|\theta'_c|$ 最小的前 3-10%的格點們進行積分的表現最為優秀。
- (2) 另外，因天氣系統為三維結構，低層的 $|\theta'_c|$ 小並不代表高層也小，因此要於積分過程中持續尋找新的 $|\theta'_c|$ 較小的格點，本研究以 0.25,1,2,3,4,5,10km 的垂直距離做敏感度測試，發現反演的 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$ 在 2-5km 的區段範圍中較不敏感，結果最接近於 TRUE。
- (3) 在 OSSE 中，以每 2km 重新尋找一次 $|\theta'_c|$ 較小的格點，及挑選 $|\theta'_c|$ 最小的前 3%去校正熱動力場的垂直結構，校正過後的結果在趨勢及結構(垂直剖面)上與

TRUE 有著良好的相似程度，但是其 $\langle \pi' \rangle$ 在中高層明顯開始偏離。

- (4) 在 5.4.2 中，反演風場的渦度趨勢項(等號左式)和平流、抽拉、傾斜項之總和大致相等，藉由渦度收支診斷可以確保合成風場滿足渦度方程式，便可以提升以風場反演熱動力場的準確度。
- (5) 在真實個案中，本研究總共使用了 16 個測站應用於新方法上，分別檢視每個測站的反演結果。透過比較與探空得到之 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$ ，可以發現大部分的由新方法得到的走勢大部分都與探空類似。進一步將低於 250m 高的測站結果再平均一次，在 5km 以下可以得到與探空非常接近的趨勢。
- (6) 另外比較偏差量、校正過後的擾動量和真實的探空觀測，相較之下，將 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$ 加回去偏差量後，量級與趨勢更接近於觀測。

6.2 未來展望

新方法在校正傳統熱動力場無法解析垂直結構的問題上有很高的可行性，本研究嘗試以真實個案進行驗證分析，初步認為新方法有助於使反演的熱動力變數更接近於真實觀測。

- (1) 新方法只利用一個單點的觀測去推算三維空間的擾動場，因此觀測品質絕對是至關重要。未來需要進行更多的個案分析，以了解測站的品質狀況。
- (2) 承(1)，台灣擁有高密度的測站網絡以及雷達觀測網，高時空解析度的特性讓我們在未來可使用更多經過校正的熱動力反演變數進行資料同化，以掌握更完整且正確的大氣結構，期望提升定量降水預報能力。
- (3) 未來可以針對對流系統的熱動力結構演變做更多探討，以更了解不同系統的熱力機制等等。

參考文獻

- 王文源，2016：於複雜地形上結合多都卜勒雷達合成風場反演三維熱動力場之研究。
國立中央大學大氣物理所碩士論文，1-83。
- 鄧詠霖，2015：利用雷達觀測與反演變數改善模式定量降水預報之能力—2008年西南氣流實驗 IOP#8 個案分析。國立中央大學大氣物理所碩士論文，1-111。
- 鄭羽廷，2019：同化雷達觀測與反演變數改善模式對流尺度降雨預報能力：探討 OSSE 與真實個案。國立中央大學大氣物理所碩士論文，1-92。
- Ciesielski, P. E., and Coauthors, 2010: Quality-Controlled Upper-Air Sounding Dataset for TiMREX/SoWMEX: Development and Corrections. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **27**, 1802-1821.
- Foerster, A. M., and M. M. Bell, 2017: Thermodynamic Retrieval in Rapidly Rotating Vortices from Multiple-Doppler Radar Data. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **34**, 2353-2374.
- Gal-Chen, T., 1978: A Method for the Initialization of the Anelastic Equations: Implications for Matching Models with Observations. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 587-606.
- Lin, Y., P. S. Ray, and K. W. Johnson, 1993: Initialization of a Modeled Convective Storm Using Doppler Radar-derived Fields. *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 2757-2775.
- Lin, Y.-L., R. D. Farley, and H. D. Orville, 1983: Bulk parameterization of the snow field in a cloud model. *J. Climate Appl. Meteor.*, **22**, 1065-1092.
- Liou, Y.-C., 2001: The Derivation of Absolute Potential Temperature Perturbations and Pressure Gradients from Wind Measurements in Three-Dimensional Space. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **18**, 577-590.
- Liou, Y.-C., and Y.-J. Chang, 2009: A Variational Multiple-Doppler Radar Three-Dimensional Wind Synthesis Method and Its Impacts on Thermodynamic Retrieval. *Mon. Wea. Rev.*, **137**, 3992-4010.

- Liou, Y.-C., S.-F. Chang, and J. Sun, 2012: An Application of the Immersed Boundary Method for Recovering the Three-Dimensional Wind Fields over Complex Terrain Using Multiple-Doppler Radar Data. *Mon. Wea. Rev.*, **140**, 1603-1619.
- Liou, Y.-C., J.-L. Chiou, W.-H. Chen, and H.-Y. Yu, 2014: Improving the Model Convective Storm Quantitative Precipitation Nowcasting by Assimilating State Variables Retrieved from Multiple-Doppler Radar Observations. *Mon. Wea. Rev.*, **142**, 4017-4035.
- Liou, Y.-C., T.-C. Chen Wang, and P.-Y. Huang, 2016: The Inland Eyewall Reintensification of Typhoon Fanapi (2010) Documented from an Observational Perspective Using Multiple-Doppler Radar and Surface Measurements. *Mon. Wea. Rev.*, **144**, 241-261.
- Liou, Y.-C., P.-C. Yang, and W.-Y. Wang, 2019: Thermodynamic Recovery of the Pressure and Temperature Fields over Complex Terrain Using Wind Fields Derived by Multiple-Doppler Radar Synthesis. *Mon. Wea. Rev.*, **147**, 3843-3857.
- Liou, Y.-C., and Y.-L. Teng, 2023: Removal of the Vertical Structure Ambiguity in the Thermodynamic Retrieval from Multiple-Doppler Radar Synthesized Wind Fields. *Mon. Wea. Rev.*, **151**, 1427-1442.
- Liu, D. C., and J. Nocedal, 1989: On the limited memory BFGS method for large scale optimization. *Math. Program.*, **45**, 503-528.
- Protat, A., Y. Lemaitre, and G. Scialom, 1998: Thermodynamic analytical fields from Doppler radar data by means of the MANDOP analysis. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **124**, 1633–1668
- Protat, A., and I. Zawadzki, 2000: Optimization of Dynamic Retrievals from a Multiple-Doppler Radar Network. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **17**, 753-760.
- Roux, F., 1985: Retrieval of Thermodynamic Fields from Multiple-Doppler Radar Data Using the Equations of Motion and the Thermodynamic Equation. *Mon. Wea. Rev.*,

113, 2142-2157.

Tong, M., and M. Xue, 2005: Ensemble Kalman filter assimilation of Doppler radar data with a compressible nonhydrostatic model: OSS experiments. 1789-1807.

Tseng, Y.-H., and J. H. Ferziger, 2003: A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *J. Comput. Phys*, **192**, 593-623.

Weygandt, S. S., A. Shapiro, and K. K. Droegemeier, 2002: Retrieval of model initial fields from single-Doppler observations of a supercell thunderstorm. Part II: Thermodynamic retrieval and numerical prediction. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 454-476

附錄

節錄自 LT23。溼空氣的狀態方程式(Equation of State)可表示成：

$$P = \rho RT(1 + 0.61q_v) \quad (\text{A.1})$$

P 為壓力； ρ 為空氣密度； T 為溫度； q_v 為水氣混合比； $R=287\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ，為乾空氣氣體常數。

式(A.1)的物理量可視為由基本態(下標為 0)和擾動量(上標為')所組成，因此式(A.1)又可表示成：

$$P_0 + P' = (\rho_0 + \rho')R(T_0 + T')(1 + 0.61q_{v0} + 0.61q'_v) \quad (\text{A.2})$$

假設基本態亦符合狀態方程式，如下所示：

$$P_0 = \rho_0 RT_0(1 + 0.61q_{v0}) \quad (\text{A.3})$$

將(A.3)代入(A.2)，溫度則可表示成：

$$T' = \frac{P' - RT_0(\rho' + 0.61\rho'q_v + 0.61q'_v\rho_0)}{\rho R(1 + 0.61q_v)} \quad (\text{A.4})$$

而位溫擾動和 Exner function 可表示為：

$$\begin{aligned} \theta' = \theta - \theta_0 &= T \left(\frac{P_{00}}{P}\right)^\kappa - T \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa = (T_0 + T') \left(\frac{P_{00}}{P_0 + P'}\right)^\kappa - T_0 \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \\ &= \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa T' - \frac{\theta_0}{P_0} P' \kappa \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

和

$$\begin{aligned} \pi' = \pi - \pi_0 &= C_p \left(\frac{P}{P_{00}}\right)^\kappa - C_p \left(\frac{P_0}{P_{00}}\right)^\kappa = C_p \left(\frac{P_0 + P'}{P_{00}}\right)^\kappa - C_p \left(\frac{P_0}{P_{00}}\right)^\kappa \\ &\cong C_p \left(\frac{P_0}{P_{00}}\right)^\kappa \left(\frac{P'}{P_0}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$P_{00}=1000\text{hPa}$ ； $\kappa = R/C_p$ 。從(A.6)式可以得到：

$$P' = \frac{\pi'}{C_p} \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{P_0}{\kappa} \quad (\text{A.7})$$

虛雲位溫擾動可以定義為：

$$\theta'_c = \theta' + (0.61q'_v - q_c)\theta_0 \quad (\text{A.8})$$

將(A.5)代入(A.8)可得：

$$\theta'_c = \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa T' - \frac{\theta_0}{P_0} P' \kappa + (0.61q'_v - q_c)\theta_0 \quad (\text{A.9})$$

最後，將(A.4)和(A.7)代入(A.9)，替換掉 T' 和 P' ，可得：

$$\theta'_c = \tilde{T}_1 \pi' + \tilde{T}_2 (0.61q'_v - q_c) - \tilde{T}_3 \rho' - \tilde{T}_4 q'_v \quad (\text{A.10})$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{T}_1 &= \left[\left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{1}{\rho_0 R (1 + 0.61q_v)} - \frac{R \theta_0}{c_p P_0} \right] \frac{P_0}{R} \left(\frac{P_{00}}{P}\right)^\kappa \\ &\approx \left[\left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{1}{\rho_0 R (1 + 0.61q_{v0})} - \frac{R \theta_0}{c_p P_0} \right] \frac{P_0}{R} \left(\frac{P_{00}}{P}\right)^\kappa \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\tilde{T}_2 = \theta_0 \quad (\text{A.12})$$

$$\tilde{T}_3 = \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{T_0}{\rho} \approx \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{T_0}{\rho_0} \quad (\text{A.13})$$

$$\tilde{T}_4 = \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{0.61T_0 \rho_0}{\rho (1 + 0.61q_v)} \approx \left(\frac{P_{00}}{P_0}\right)^\kappa \frac{0.61T_0}{(1 + 0.61q_{v0})} \quad (\text{A.14})$$

(A.11)、(A.13)和(A.14)的 ρ 和 q_v 在此使用 ρ_0 和 q_{v0} 近似，因此 \tilde{T}_1 、 \tilde{T}_2 、 \tilde{T}_3 和 \tilde{T}_4 可由基本態獲得，並僅隨高度變化。

附表

表 4.1 敏感度測試——門檻值，壓力與溫度的 SCC 及 RMSE 值。N/A 為對照組。

Ratio (%)	SCC		RMSE	
	$\pi' - \langle \pi' \rangle$	$\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$	$\pi' - \langle \pi' \rangle$	$\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$
N/A	0.92	0.85	0.16	0.4
	π'	θ'_c	π'	θ'_c
20	0.93	0.84	0.1	0.39
10	0.96	0.86	0.04	0.39
3	0.96	0.86	0.04	0.39
1	0.94	0.85	0.06	0.4

表 4.2 敏感度測試——垂直距離，壓力與溫度的 SCC 及 RMSE 值。N/A 為對照組。

Integral Depth (km)	SCC		RMSE	
	$\pi' - \langle \pi' \rangle$	$\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$	$\pi' - \langle \pi' \rangle$	$\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$
N/A	0.92	0.85	0.16	0.4
	π'	θ'_c	π'	θ'_c
10	0.95	0.85	0.04	0.39
5	0.98	0.86	0.02	0.35
4	0.98	0.86	0.02	0.35
3	0.98	0.86	0.02	0.35
2	0.98	0.87	0.02	0.34
1	0.97	0.86	0.05	0.36
0.25	0.96	0.87	0.04	0.35

附圖

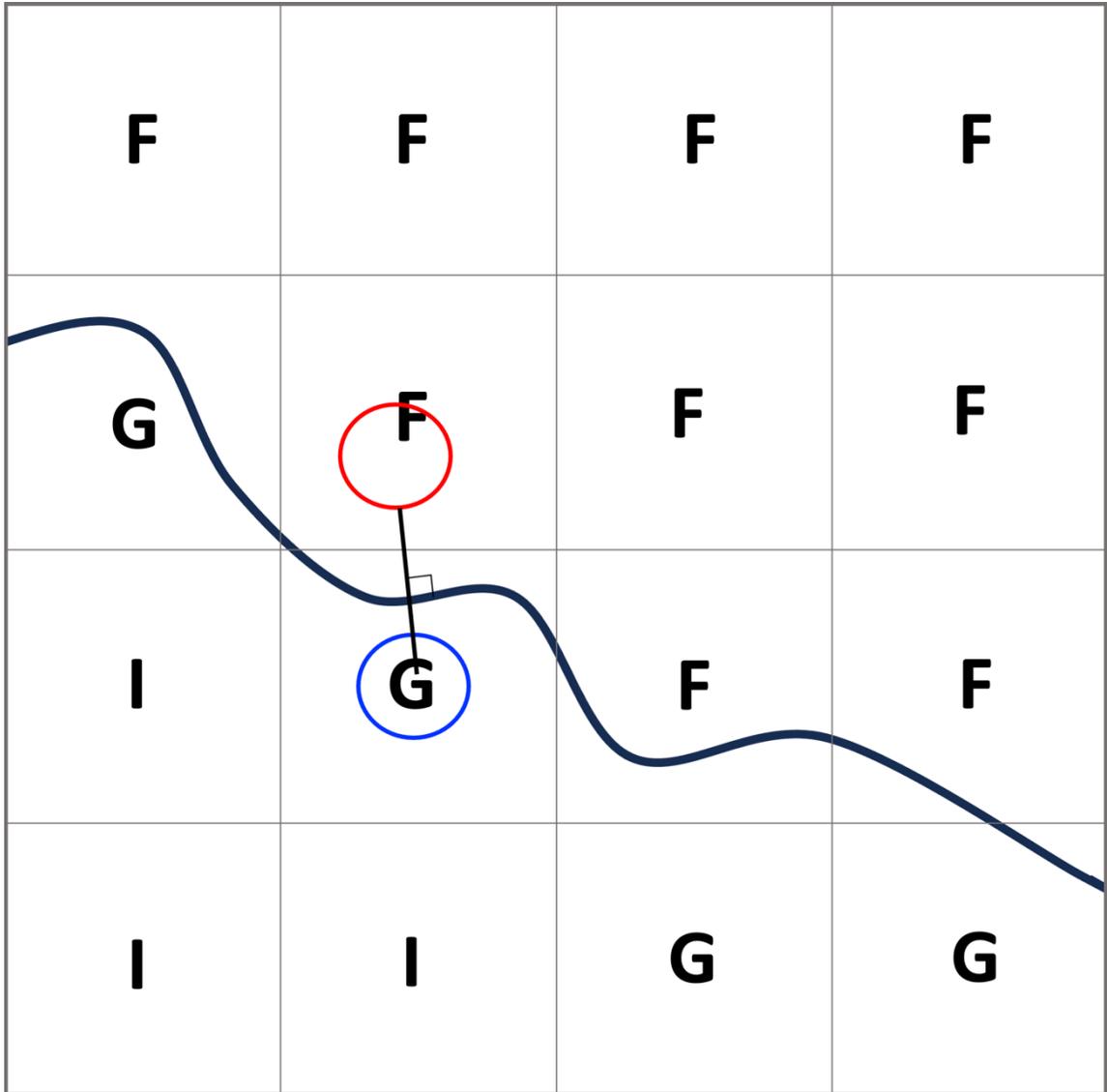


圖 2.1 使用沈浸邊界法區分網格類別示意圖。黑色粗線為地形；F 表示流域點；G 為虛網格點(ghost cell)；I 為地形內部點。每一個虛網格點會以垂直於地形之法向延伸至流域，並形成一鏡像點。

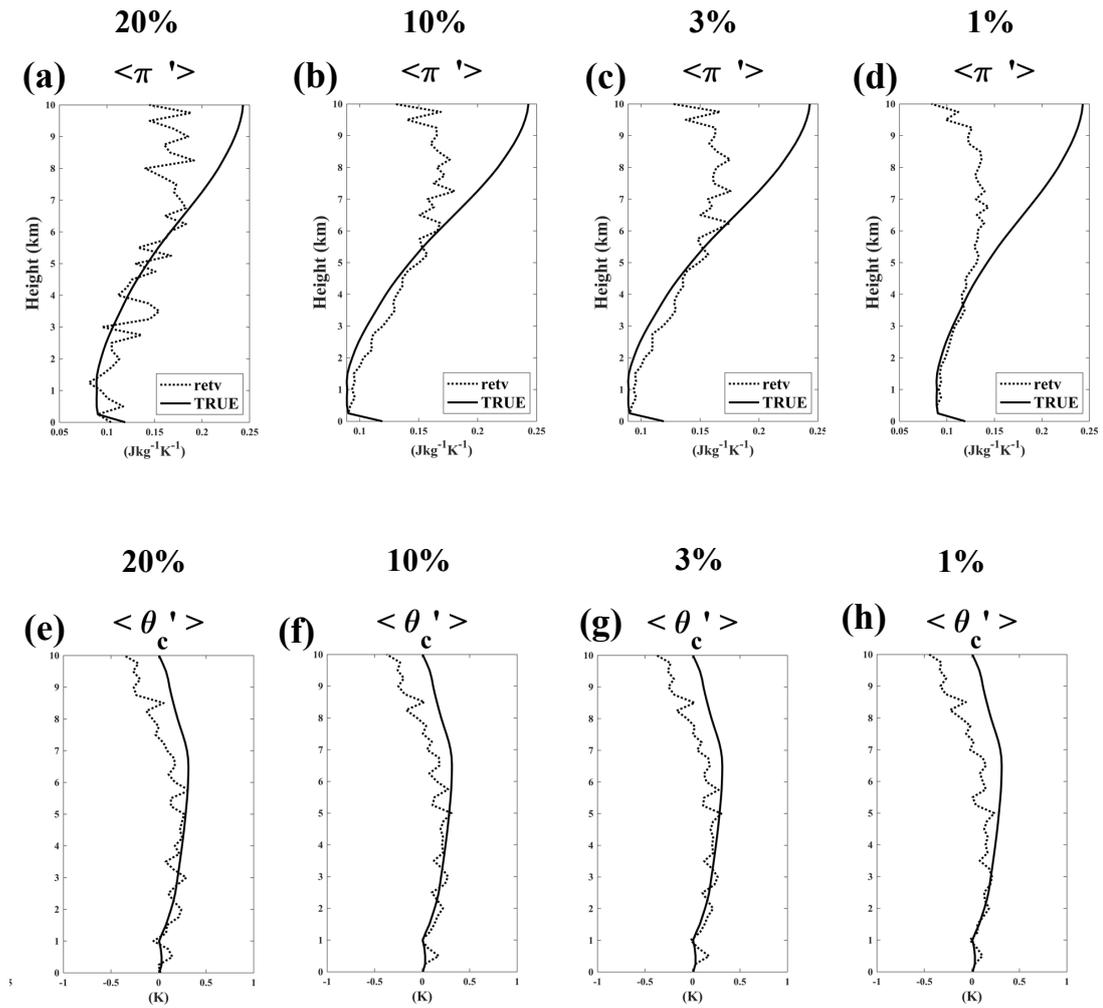


圖 4.1 敏感度測試——門檻值。(a)(b)(c)(d)分別為門檻 20%、10%、3%及 1%之 $\langle \pi' \rangle$ (單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$)；(e)(f)(g)(h)為 $\langle \theta'_c \rangle$ (單位為 K)。實線為 True；虛線為反演結果；縱軸為高度(單位:km)。

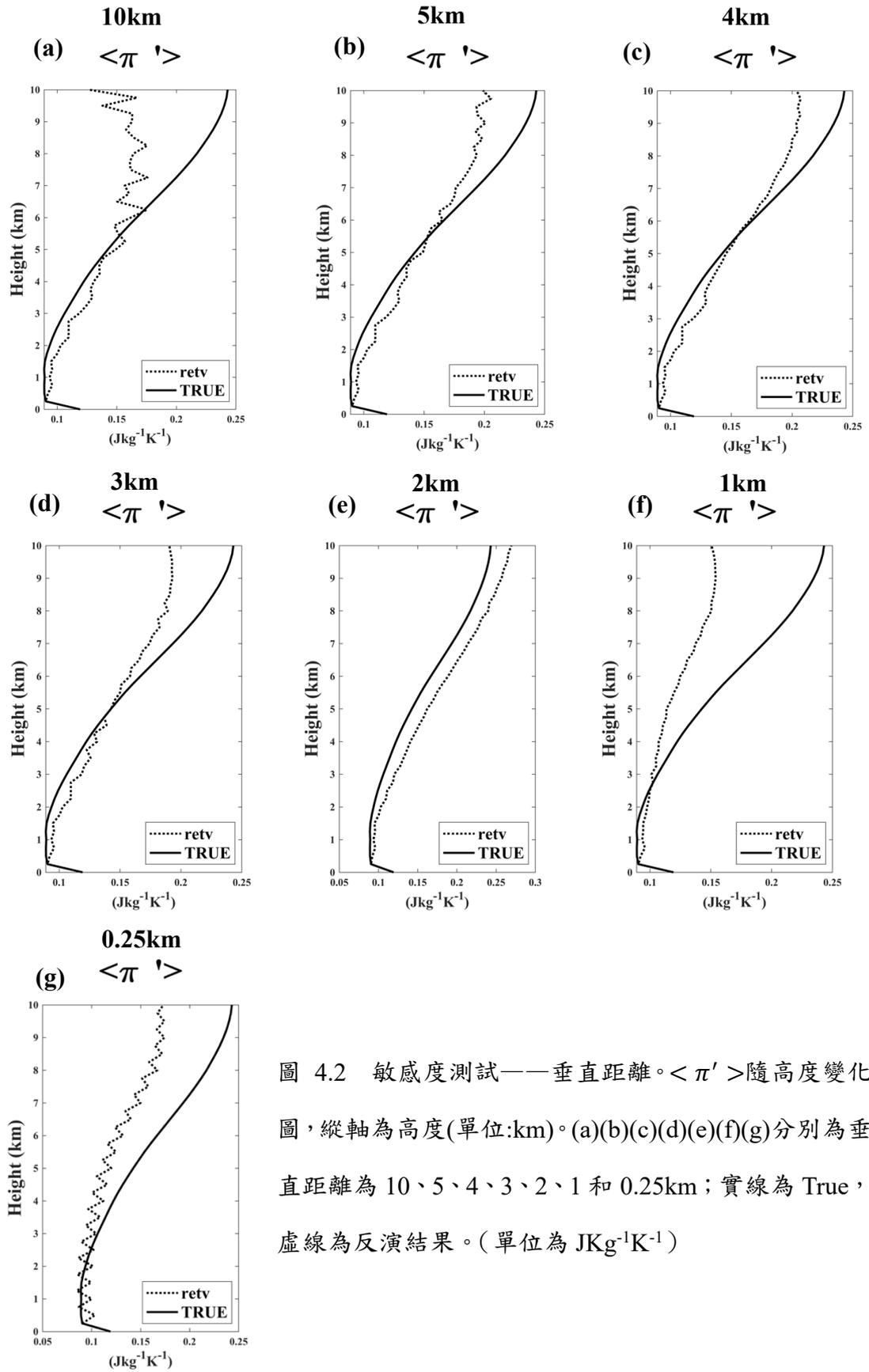


圖 4.2 敏感度測試——垂直距離 $\langle \pi' \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度(單位:km)。 (a)(b)(c)(d)(e)(f)(g) 分別為垂直距離為 10、5、4、3、2、1 和 0.25km；實線為 True，虛線為反演結果。(單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$)

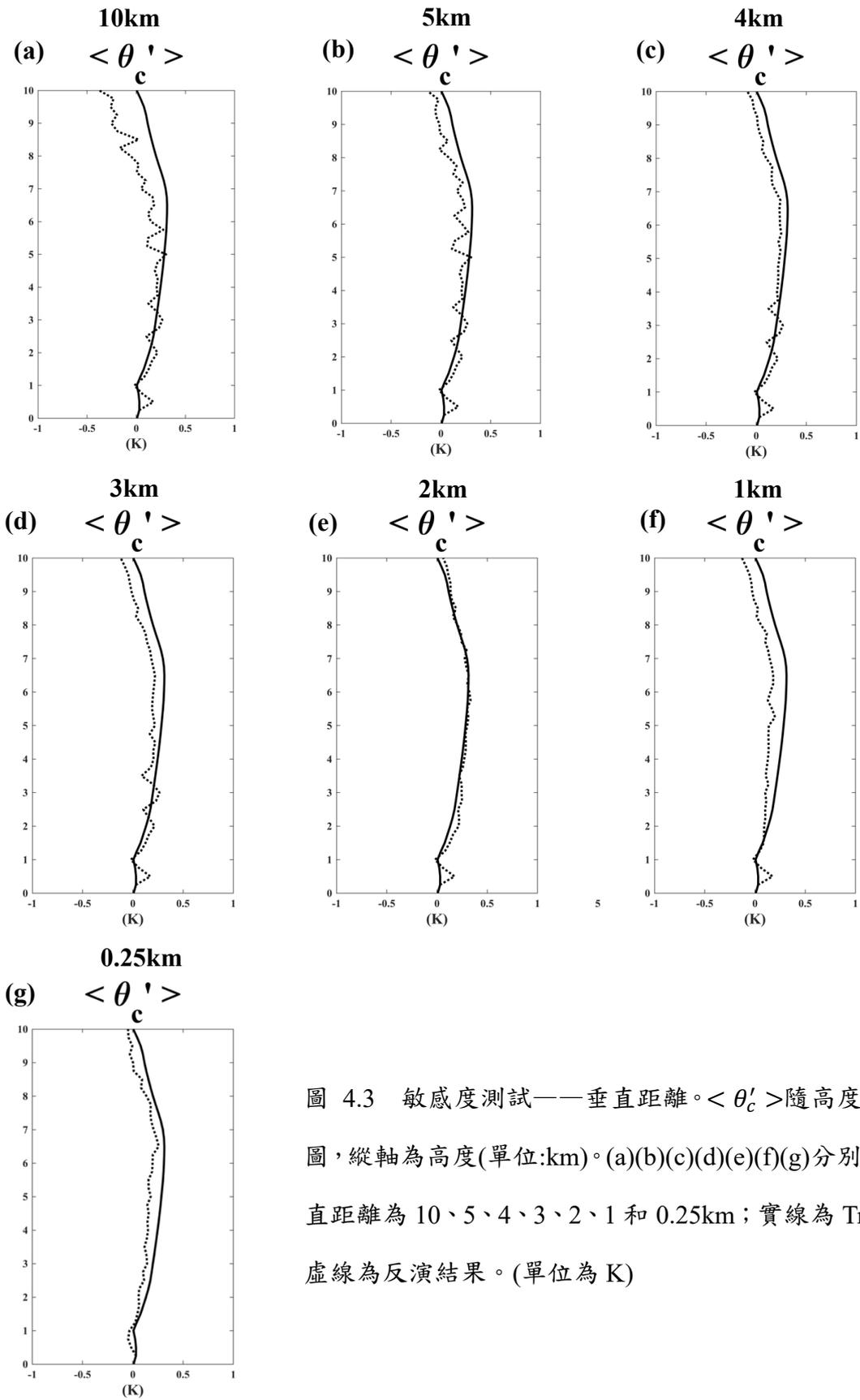


圖 4.3 敏感度測試——垂直距離 $\langle \theta'_c \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度(單位:km)。 (a)(b)(c)(d)(e)(f)(g) 分別為垂直距離為 10、5、4、3、2、1 和 0.25km；實線為 True，虛線為反演結果。(單位為 K)

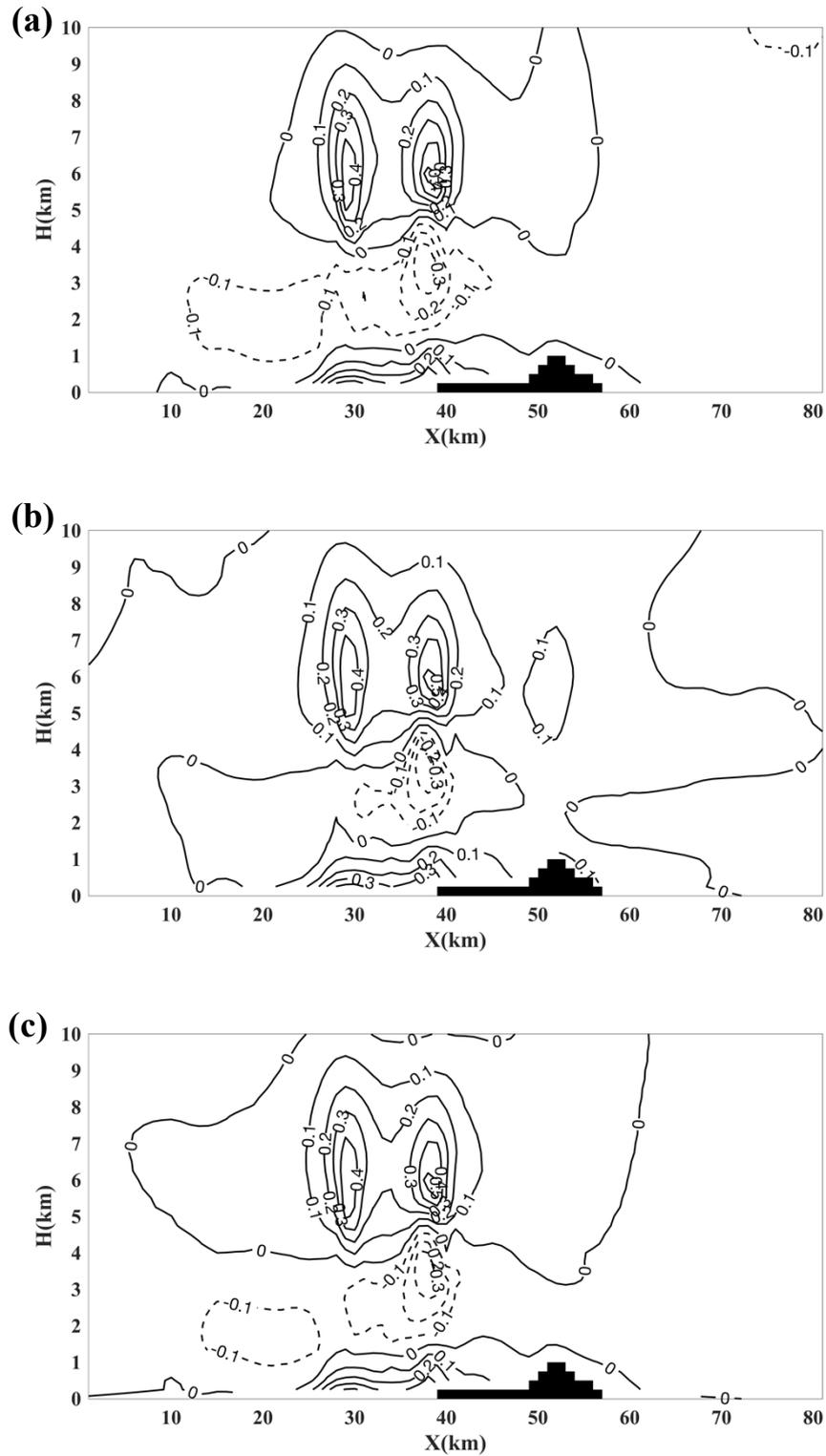


圖 4.4 沿 $Y=50$ 的垂直剖面圖，縱軸為高度(單位 km)，黑色陰影為地形。(a)等值線為 TRUE 的 π' ；(b)等值線為反演的 $\pi' - \langle \pi' \rangle$ ；(c)等值線為反演並經垂直校正的 π' 。(單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$)

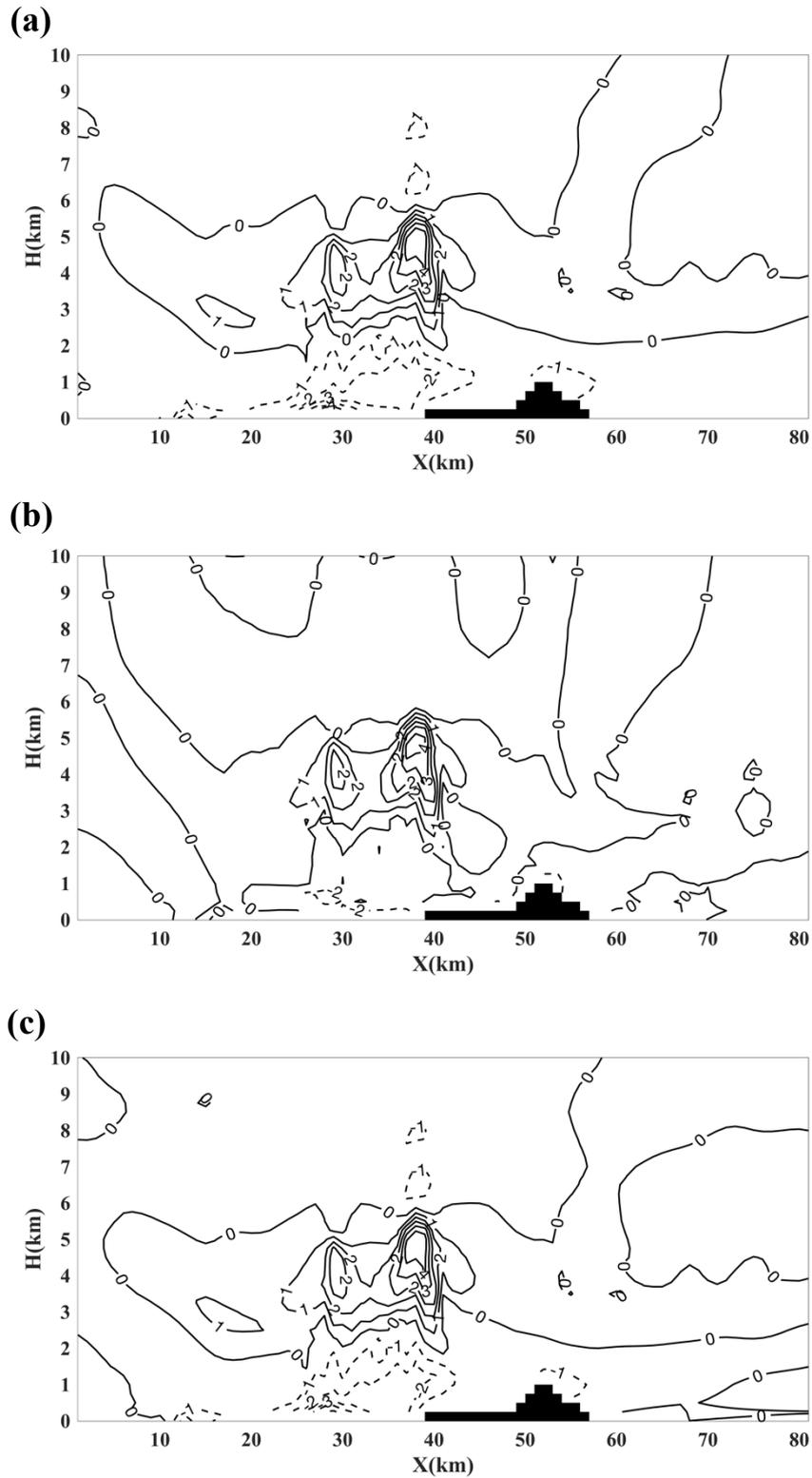


圖 4.5 沿 $Y=50$ 的垂直剖面圖，縱軸為高度(單位 km)，黑色陰影為地形。(a)等值線為 TRUE 的 θ'_c ；(b)等值線為反演的 $\theta'_c - \langle \theta'_c \rangle$ ；(c)等值線為反演並經垂直校正的 θ'_c 。(單位為 K)

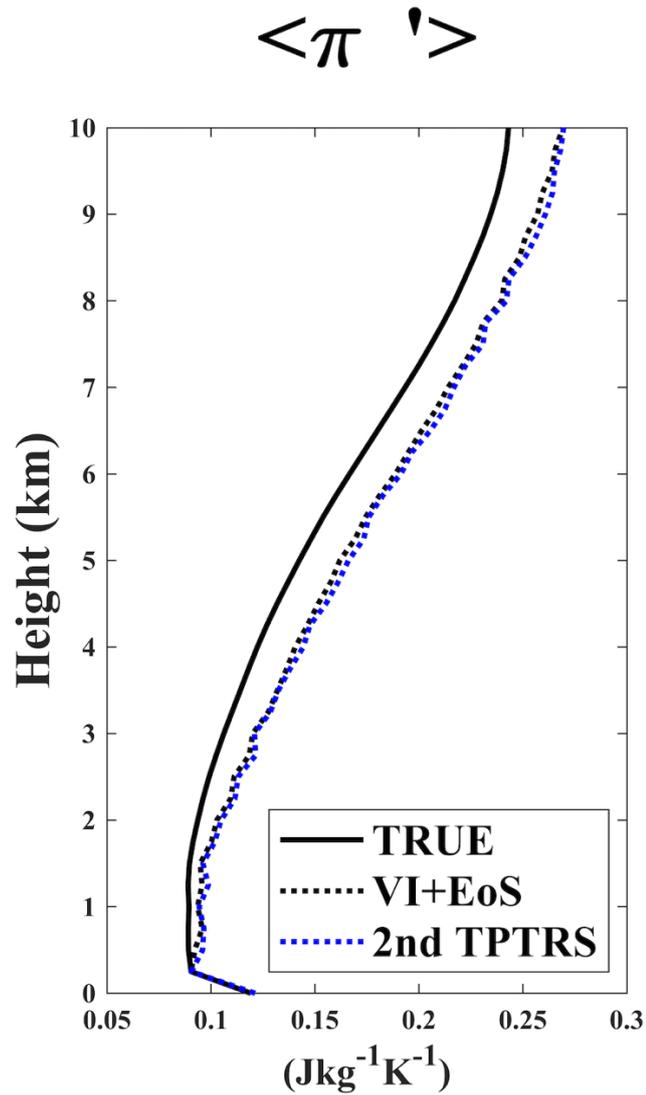


圖 4.6 反演 $\langle \pi' \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度(單位:km)。黑色實線為 True；黑色虛線為由 VI(垂直積分)和 EoS(Equation of State)校正後的結果；藍色虛線為二次 TPTRS 的結果。(單位為 $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$)

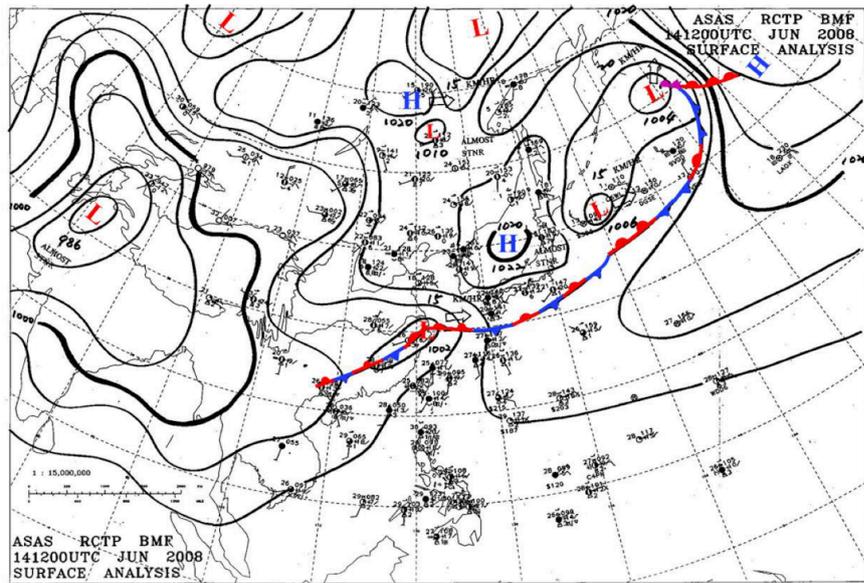


圖 5.1 2008 年 6 月 14 日 1200UTC 之地面天氣圖。一地面低壓位於上海出海口
並延伸一條滯留鋒，台灣位於鋒面前緣。

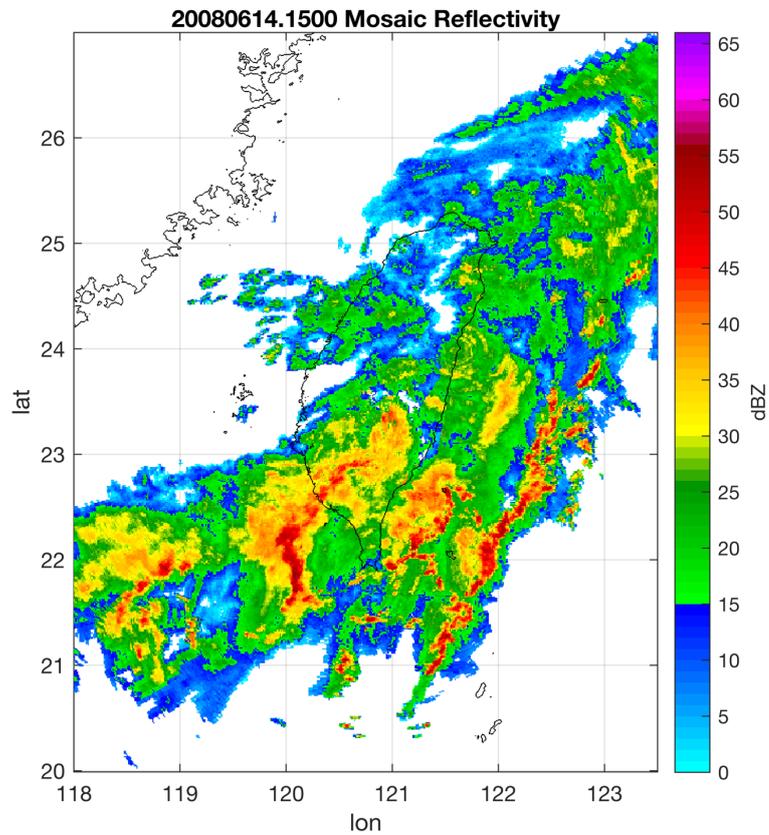


圖 5.2 當日 1500UTC 之最大雷達回波合成圖。色階為回波(單位：dBZ)。

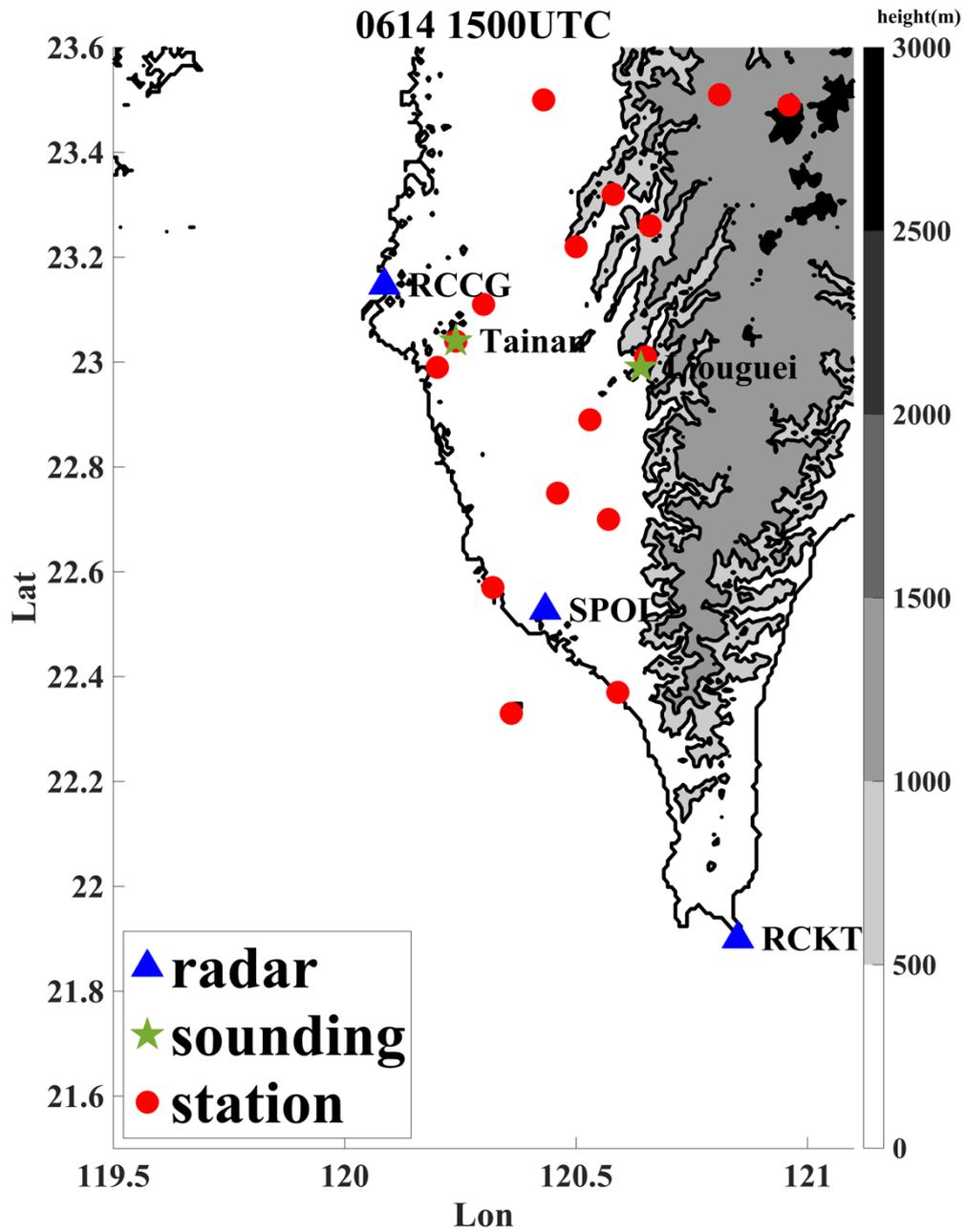


圖 5.3 SoWMEX IOP#8 個案所使用之資料。色階為地勢高度（單位：m）；藍色三角形為雷達位置(RCCG、SPOL 及 RCKT)；綠色星形為探空位置(台南及六龜)；紅色圓圈為測站位置(包含局屬站及自動站)。

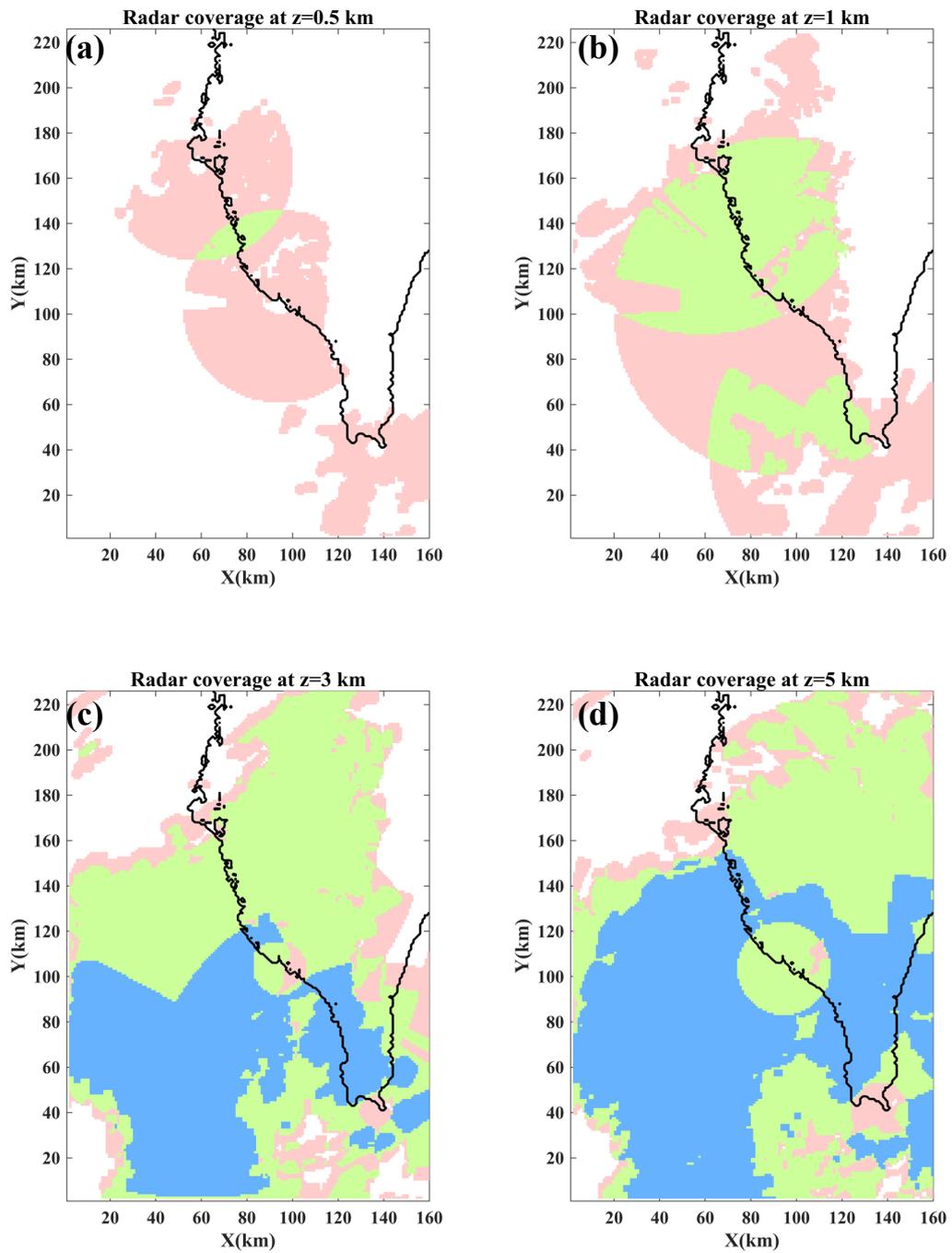


圖 5.4 於 2008 年 06 月 14 日 1500UTC，RCCG、RCKT 及 SPOL 在合成範圍中的觀測覆蓋量。(a)、(b)、(c)和(d)分別代表在 0.5、1、3 和 5km 高度。粉色陰影為只有 1 座雷達覆蓋；綠色為 2 座；藍色為 3 座。

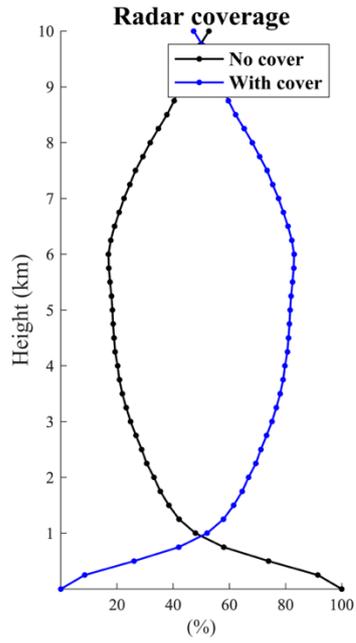


圖 5.5 於 2008 年 6 月 14 號 15UTC，RCCG、RCKT 和 SPOL 於分析範圍中觀測的覆蓋範圍比例。藍色線代表該層有雷達觀測的比例；黑線為無。

WPS Domain Configuration

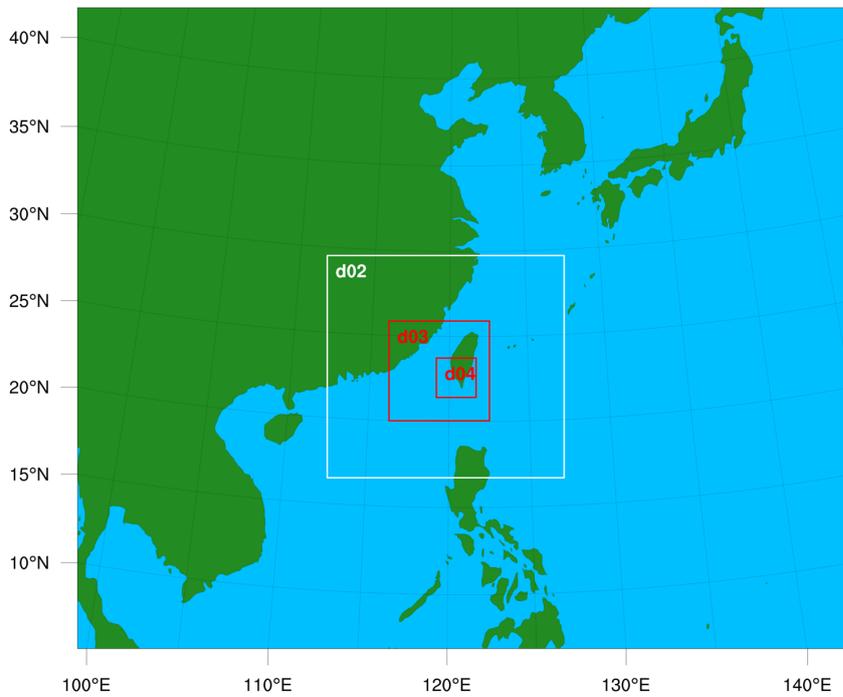


圖 5.6 系集預報之 WRF 模式 domain 設計，最外圍為 d01，逐漸縮小至 d04。

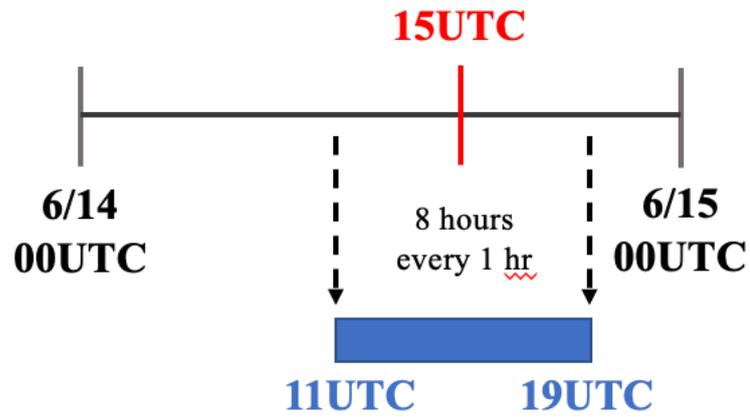


圖 5.7 示意圖。於 2008 年 06 月 14 日 1500UTC 前後各四個小時，每一個小時取出一筆系集預報作為 WISSDOM 背景場的選擇。

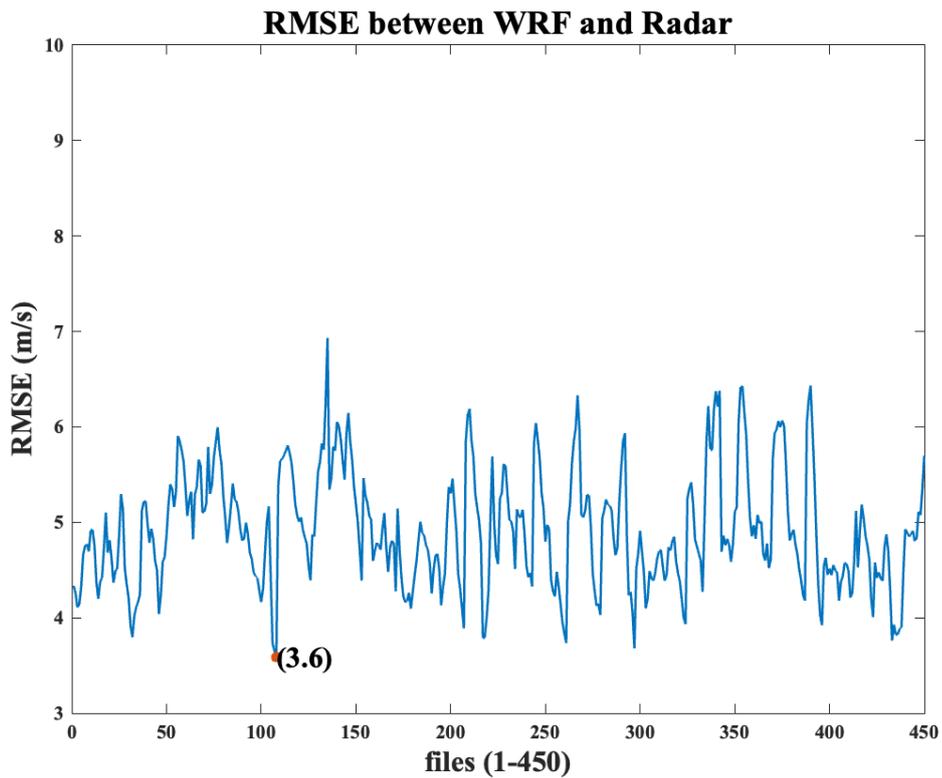


圖 5.8 50 個系集成員與 9 個時間點，總共 450 支預報，將預報結果投影到各個雷達和雷達觀測徑向風比較的 RMSE 值。縱軸為 RMSE 數值，最小的預報 RMSE 為 $3.6 \text{ (ms}^{-1}\text{)}$ 。

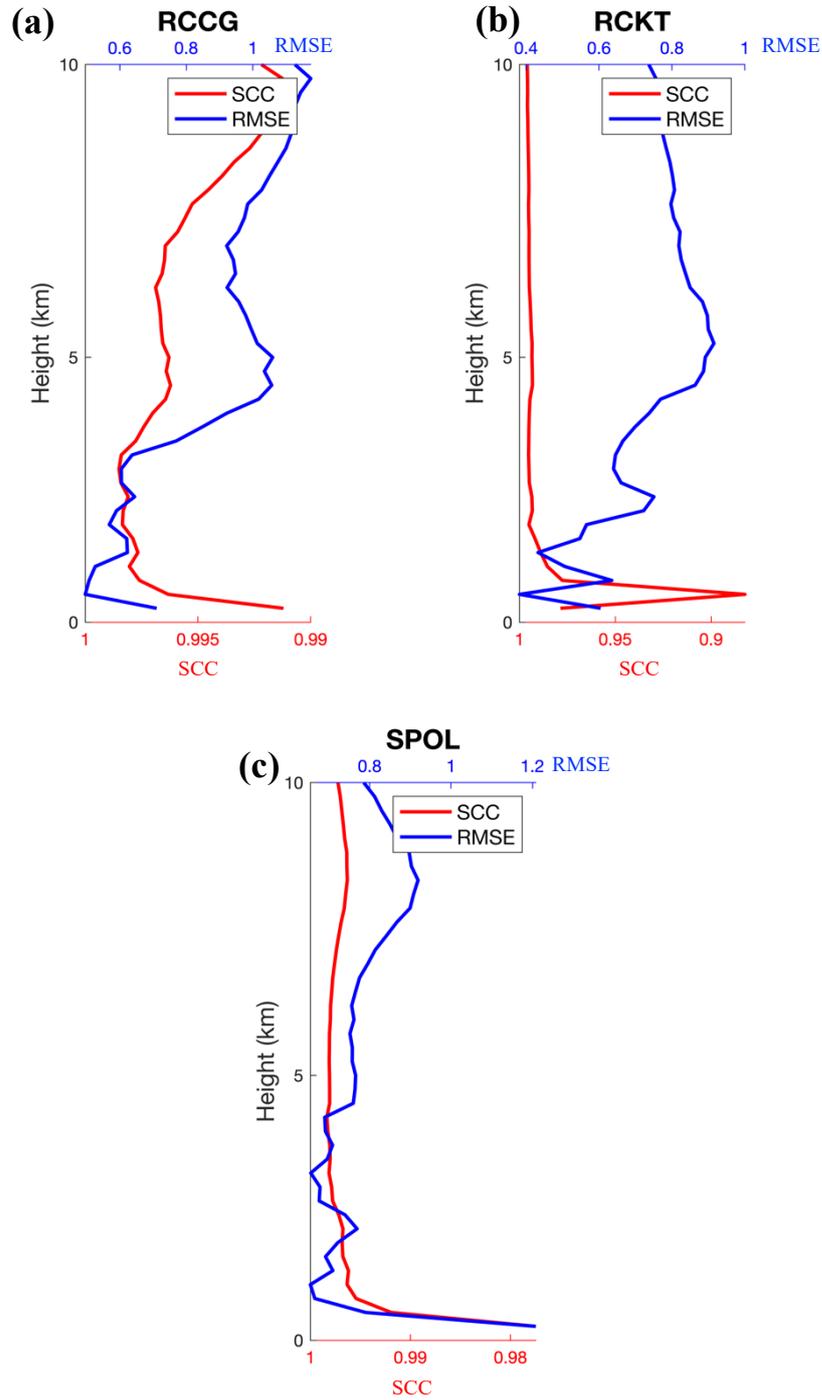


圖 5.9 將合成後的三維風場投影至各個雷達，與真正雷達觀測徑向風於各個平面上比較出的 SCC 和 RMSE(單位:ms-1)值。縱軸為高度；紅色橫軸代表 SCC 數值；藍色橫軸代表 RMSE 數值。(a)為 RCGG；(b)為 RCKT；(c)為 SPOL。

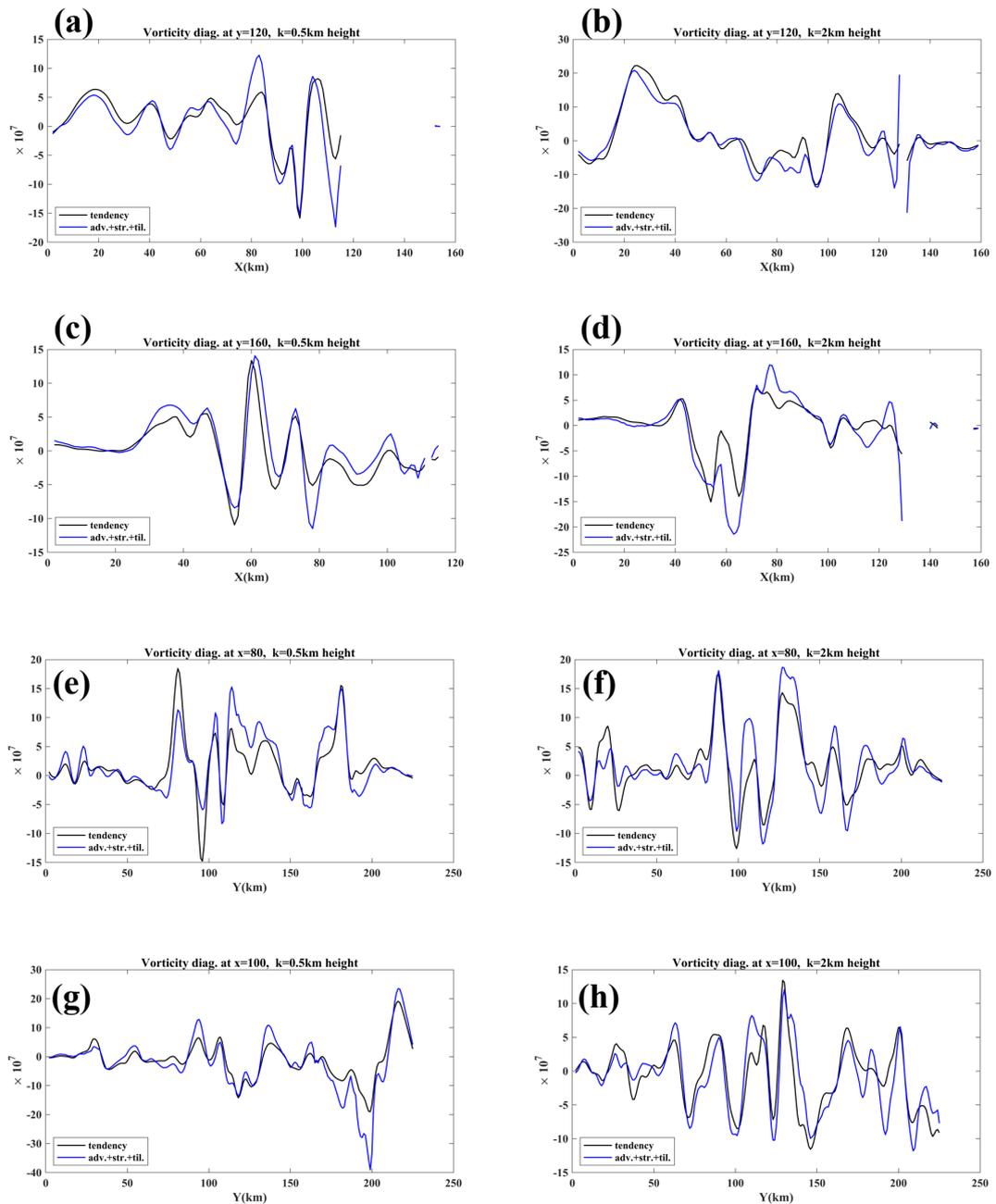


圖 5.10 2008 年 06 月 14 日 15UTC，反演風場渦度診斷分析。黑線為趨勢項、藍線為平流、抽拉及傾斜項總和(單位： s^{-2})。左行為高度位於 0.5km，右行為 2km。剖線位於(a)(b) $y=120$ ；(c)(d) $y=160$ ；(e)(f) $x=80$ ；(g)(h) $x=100$ 。

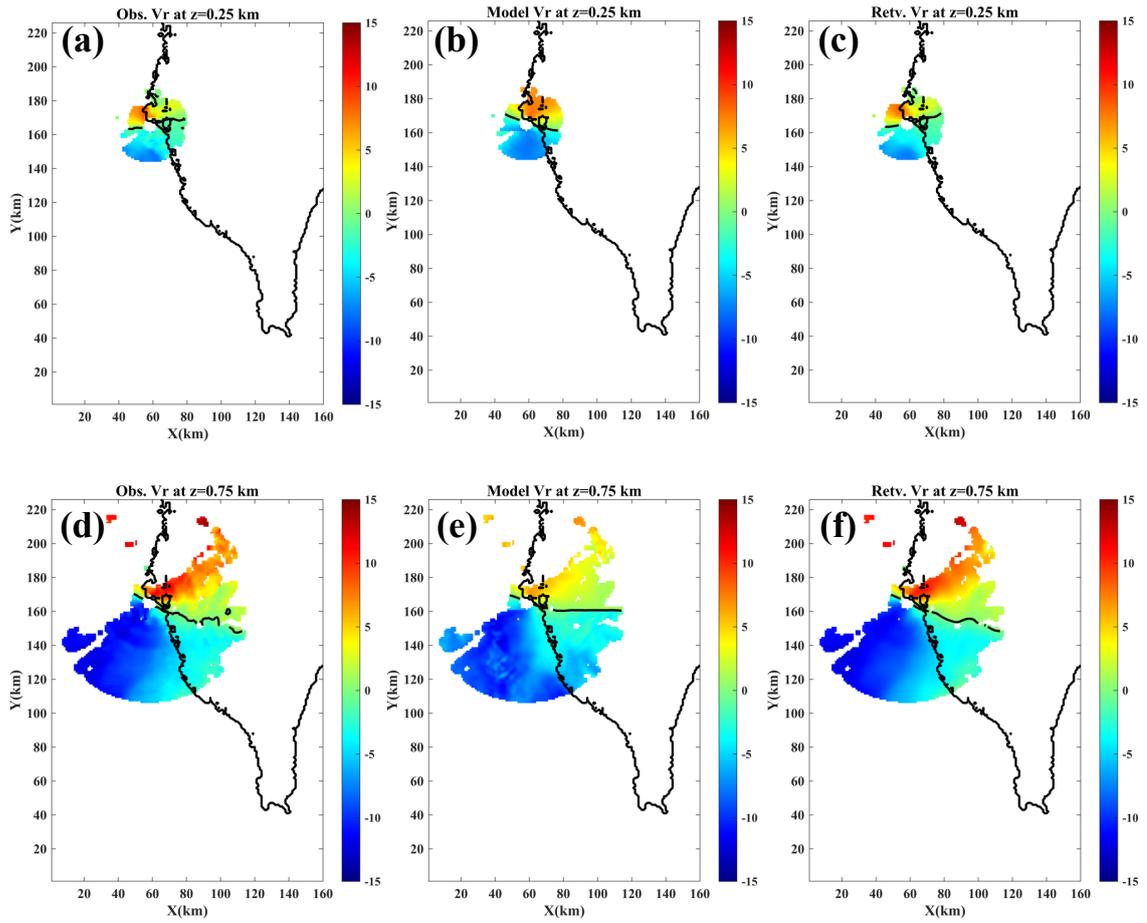


圖 5.11 RCCG 觀測、模式及反演之徑向風，上排為 0.25km 高；下排為 0.75km 高。陰影為徑向風風速(單位： ms^{-1})。(a)(d)為雷達觀測；(b)(e)為模式輸出；(c)(f)為反演風場。

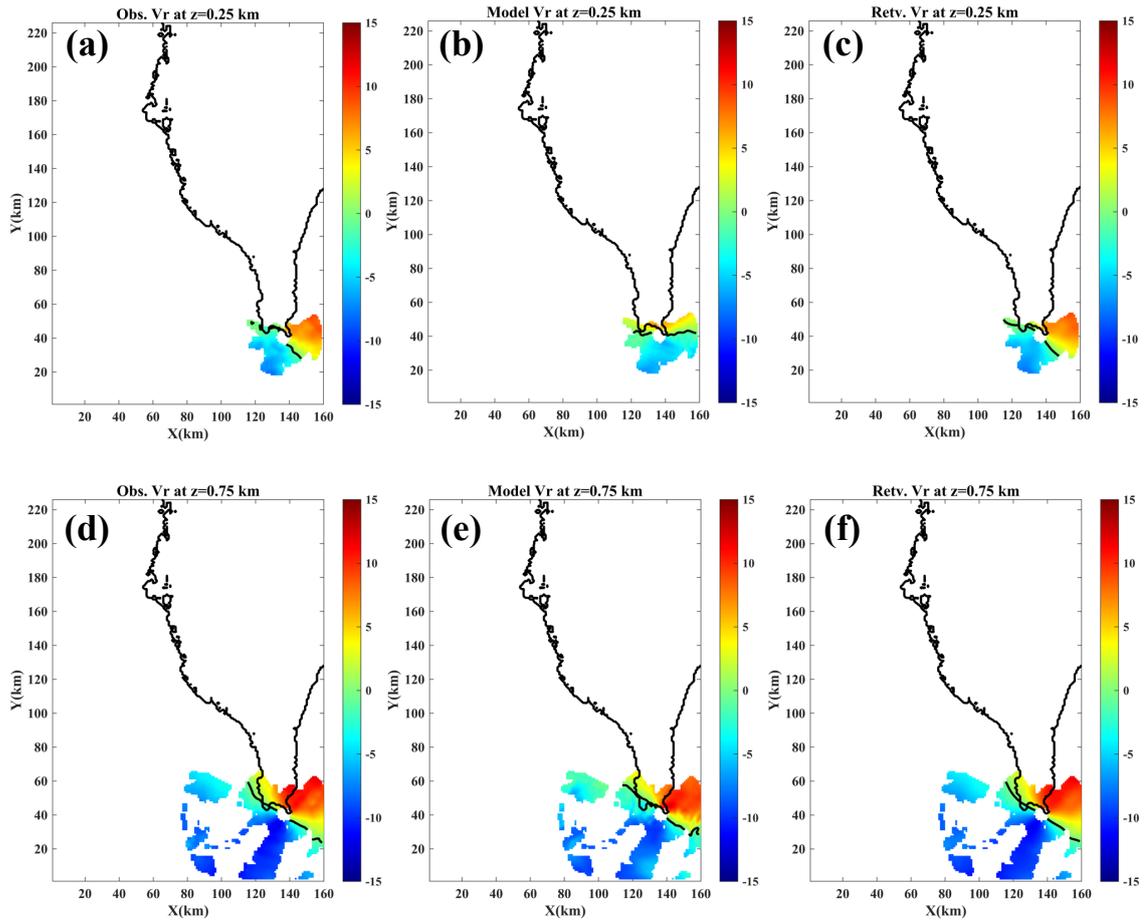


圖 5.12 RCKT 觀測、模式及反演之徑向風，上排為 0.25km 高；下排為 0.75km 高。陰影為徑向風風速(單位： ms^{-1})。(a)(d)為雷達觀測；(b)(e)為模式輸出；(c)(f)為反演風場。

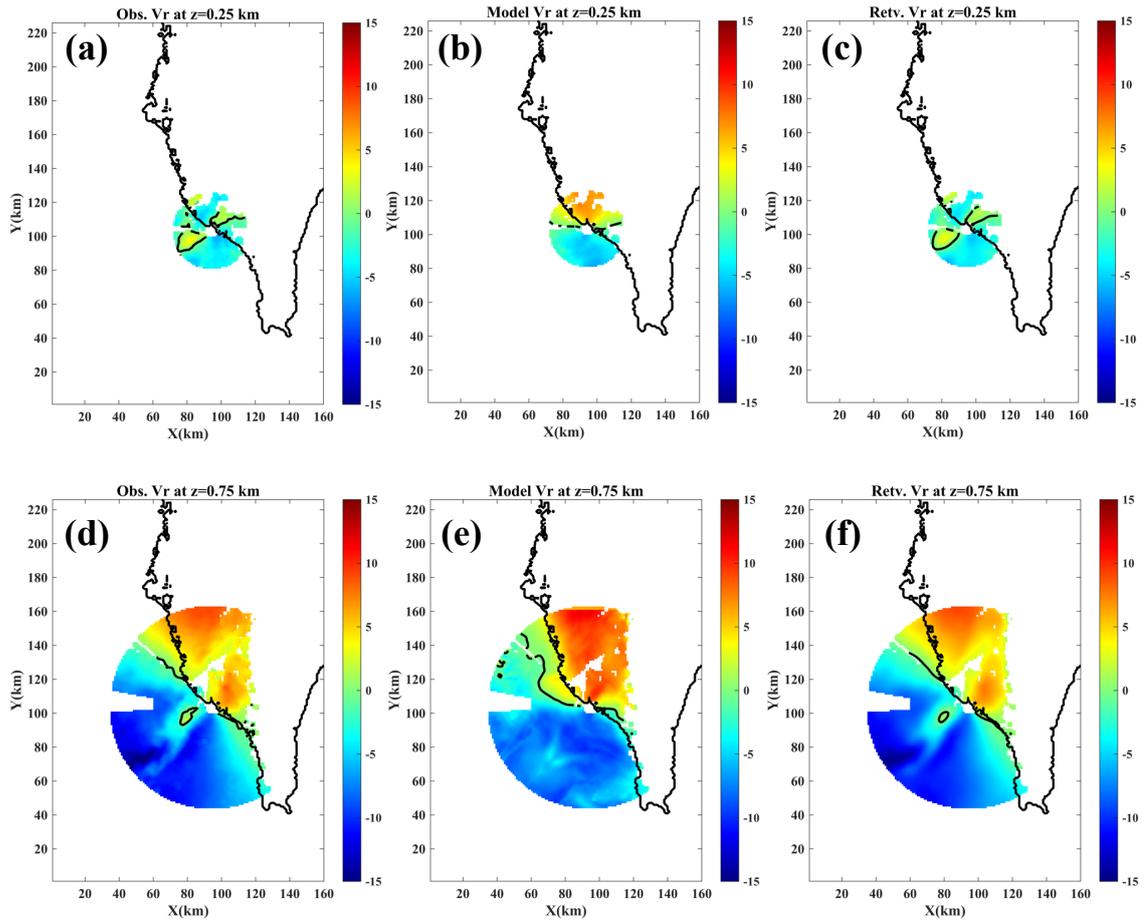


圖 5.13 SPOL 觀測、模式及反演之徑向風，上排為 0.25km 高；下排為 0.75km 高。陰影為徑向風風速(單位： ms^{-1})。(a)(d)為雷達觀測；(b)(e)為模式輸出；(c)(f)為反演風場。

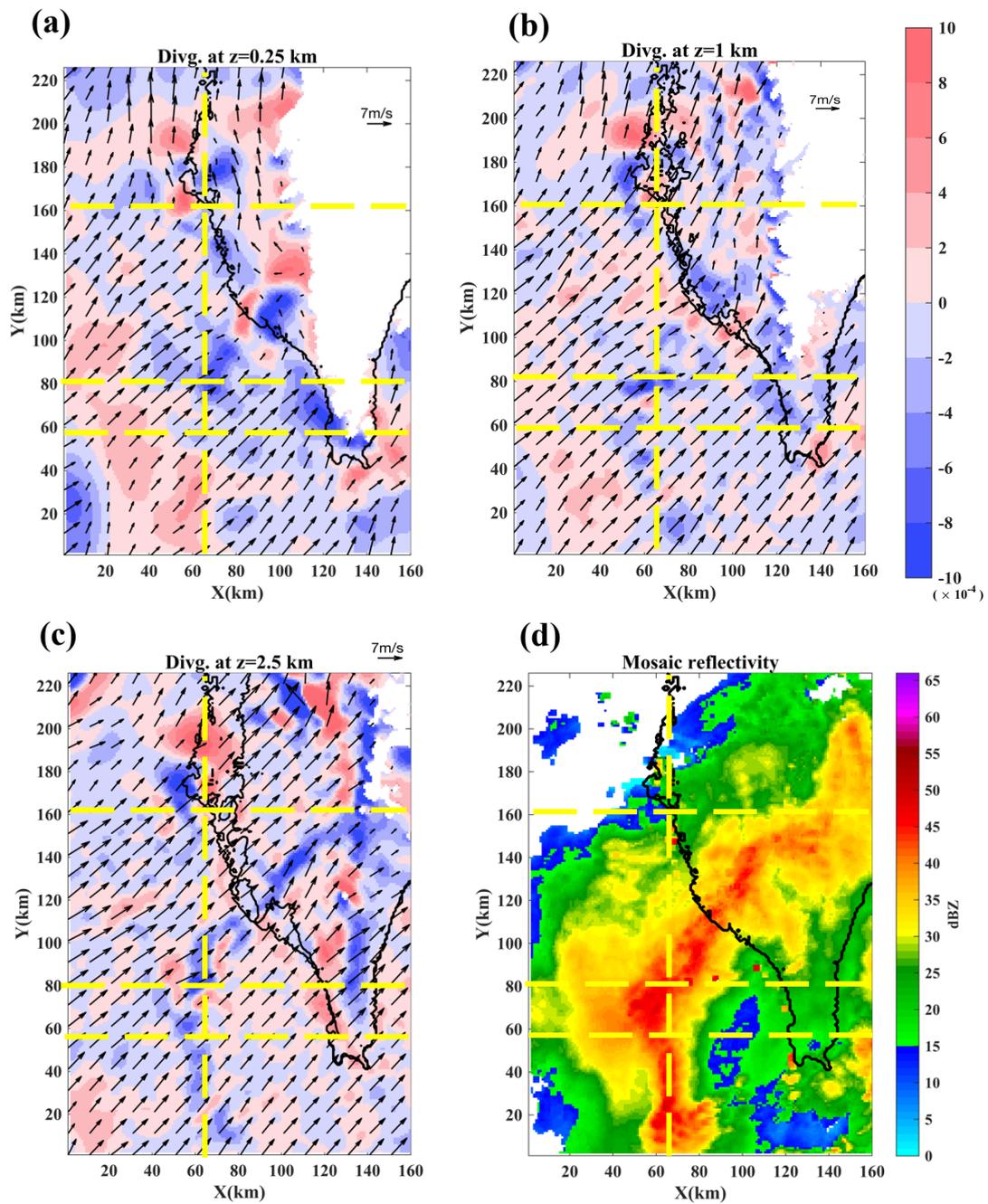


圖 5.14 (a)-(c)為 2008 年 06 月 14 日 15UTC 反演風場，箭頭為水平風場(單位： ms^{-1})，色階為水平輻散場(單位： s^{-1})；依序分別為高度 0.25、1、2.5km 之水平剖面。(d)最大雷達回波合成圖，色階為回波(單位：dBZ)。黃色虛線為圖 5.15 的剖線位置。

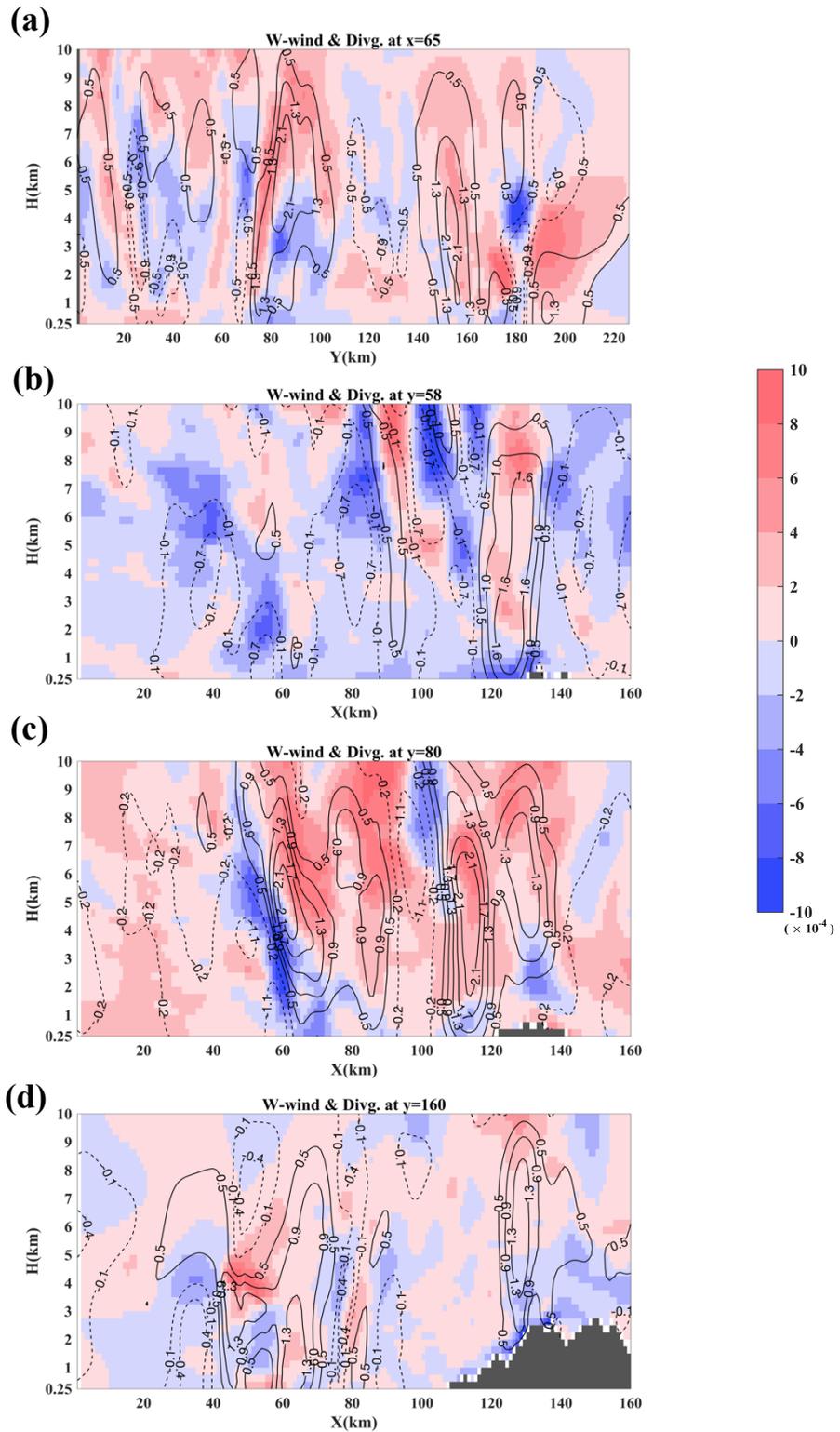


圖 5.15 2008 年 06 月 14 日 15UTC 反演風場垂直剖面。色階為垂直輻散場(單位： s^{-1})；黑色陰影為地形；等值線為垂直速度(單位： ms^{-1})。 (a)-(d)分別為沿 $x=65$ 、 $y=58$ 、 $y=80$ 及 $y=160$ 之垂直剖面圖。剖線位置可參考圖 5.14。

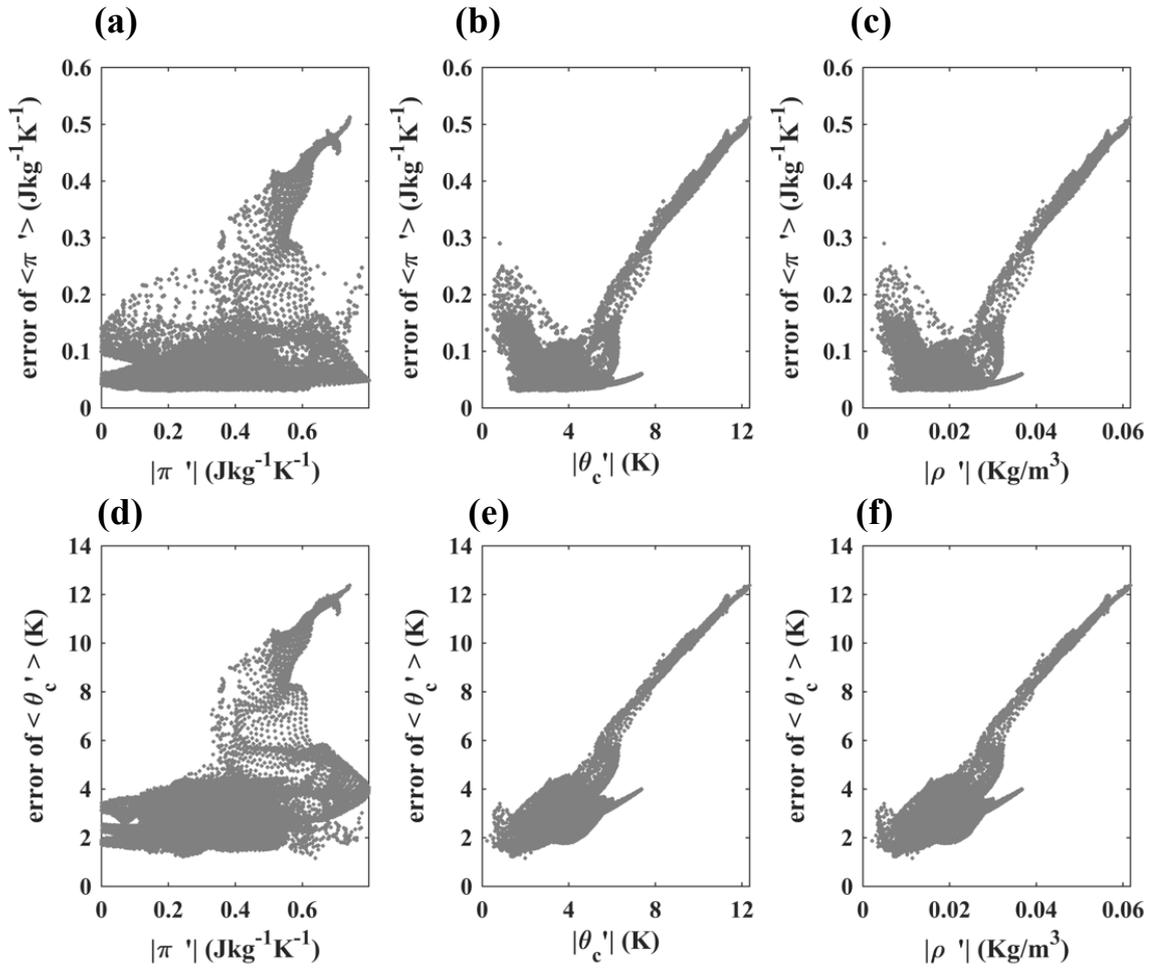


圖 5.16 SoWMEX 個案。第一層每個格點的 $|\pi'|$ 、 $|\theta'_c|$ 和 $|\rho'|$ 分別與使用第三章方法反演之 $\langle \pi' \rangle$ 和 $\langle \theta'_c \rangle$ 誤差之散佈圖。(a) $|\pi'|$ 對反演 $\langle \pi' \rangle$ 之誤差；(b) $|\theta'_c|$ 對反演 $\langle \pi' \rangle$ 之誤差；(c) $|\rho'|$ 對反演 $\langle \pi' \rangle$ 之誤差；(d) $|\pi'|$ 對反演 $\langle \theta'_c \rangle$ 之誤差；(e) $|\theta'_c|$ 對反演 $\langle \theta'_c \rangle$ 之誤差；(f) $|\rho'|$ 對反演 $\langle \theta'_c \rangle$ 之誤差。

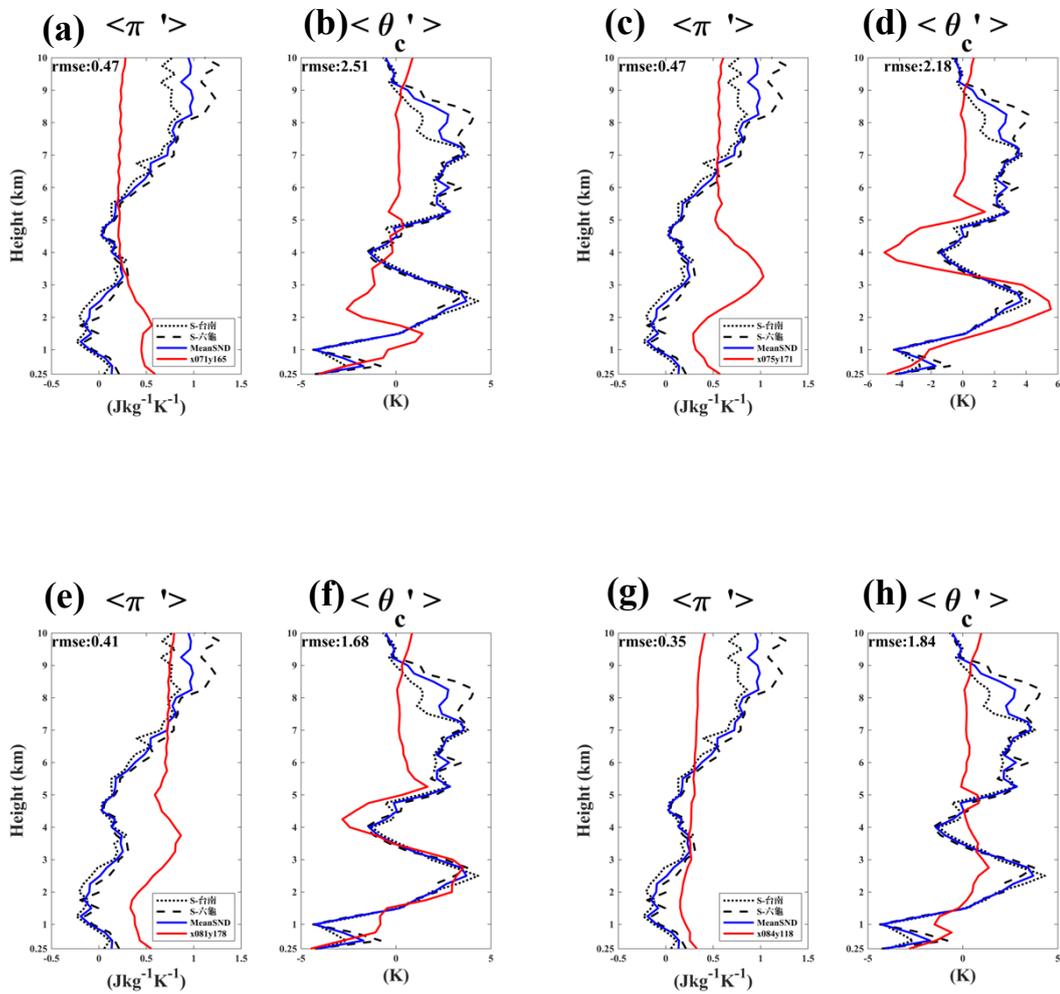


圖 5.17 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度。黑點線(黑虛線)為台南(六龜)探空得之；藍實線為兩個探空之平均；紅線為測站應用新方法得之。 $\langle \pi' \rangle$ 單位： $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ； $\langle \theta'_c \rangle$ 單位： K 。

(a)(b)測站位於台南中西區；(c)(d)台南永康；(e)(f)台南善化；(g)(h)測站位於高雄前鎮區。

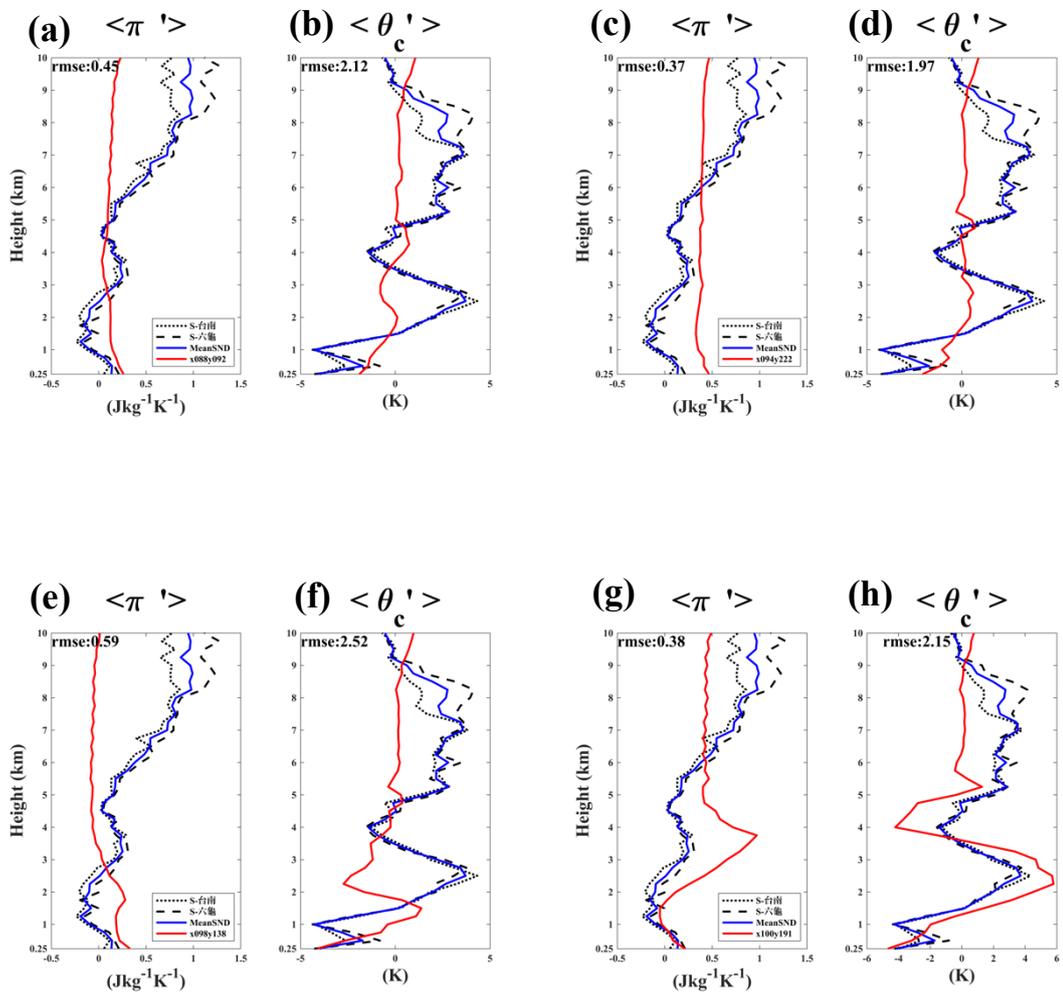


圖 5.18 同圖 5.17。 (a)(b)小琉球；(c)(d)嘉義市；(e)(f)屏東縣九如鄉；(g)(h)台南曾文。

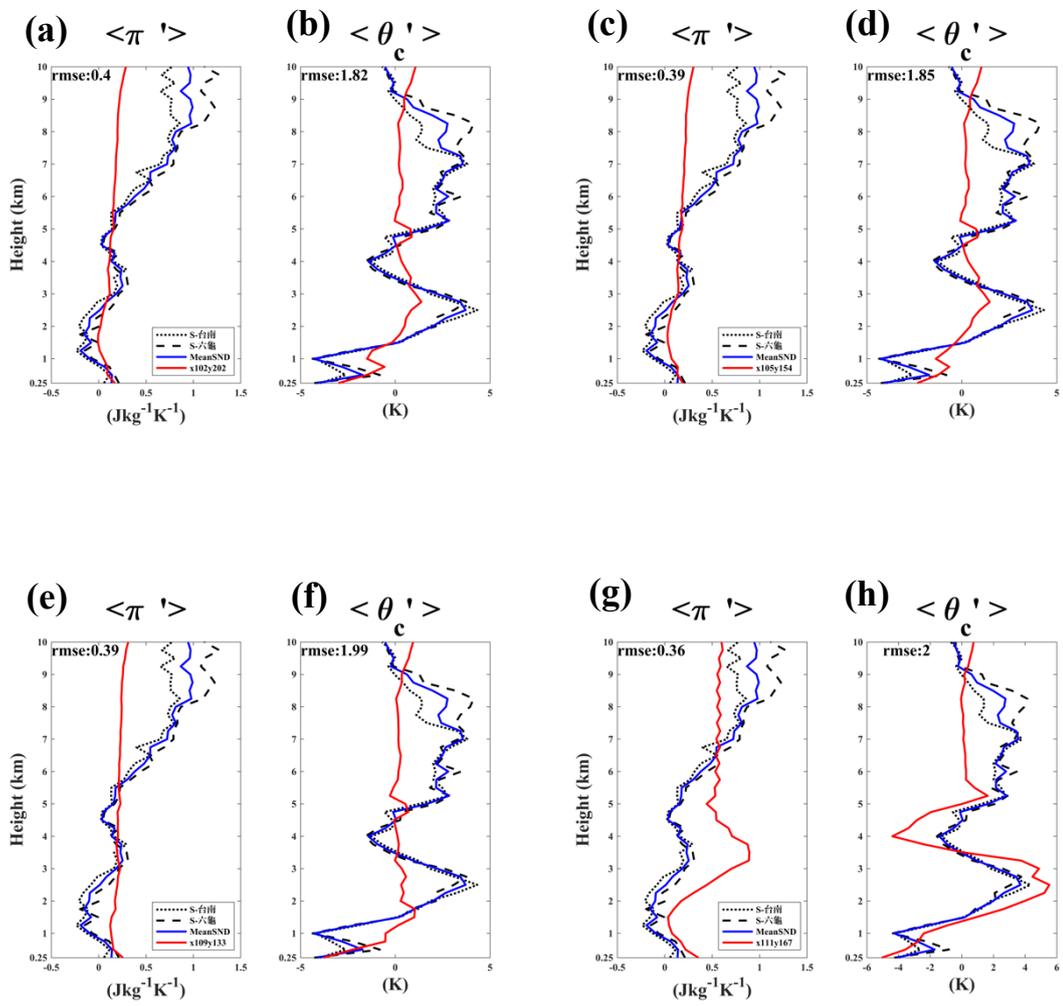


圖 5.19 同圖 5.17。 (a)(b) 嘉義縣大埔鄉；(c)(d) 高雄美濃；(e)(f) 屏東縣長治鄉
(g)(h)高雄六龜。

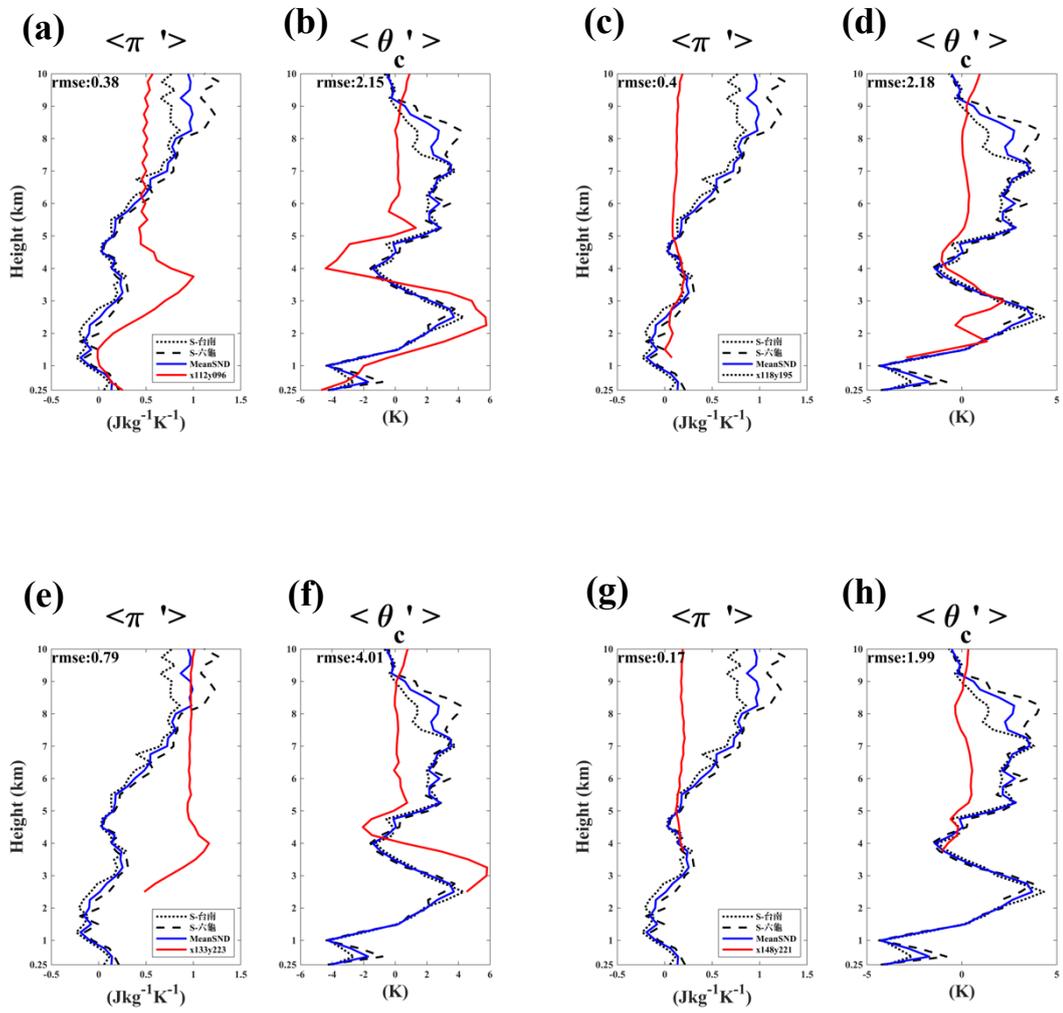


圖 5.20 同圖 5.17。(a)(b)測站位於屏東枋寮；(c)(d)高雄那瑪夏；(e)(f)阿里山；(g)(h)玉山。

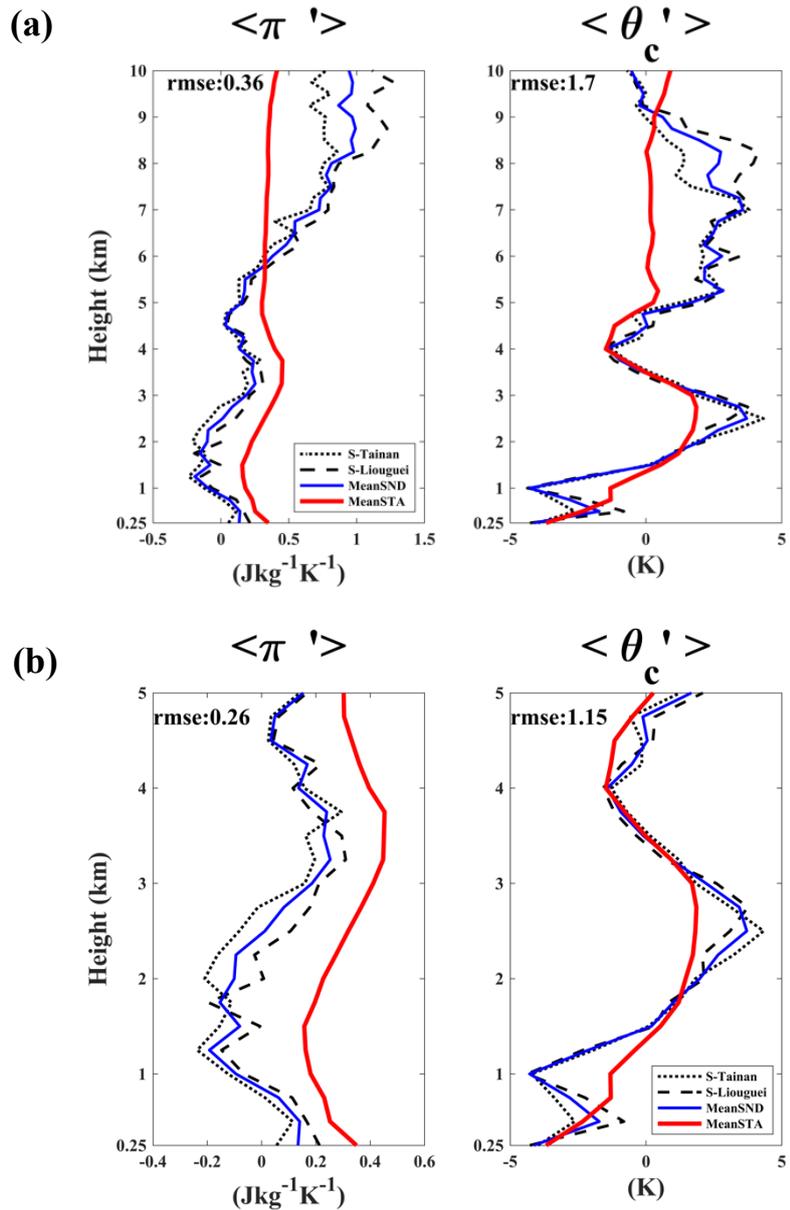


圖 5.21 $\langle \pi' \rangle$ 、 $\langle \theta'_c \rangle$ 隨高度變化圖，縱軸為高度。黑點線(黑虛線)為台南(六龜)探空得之；藍實線為兩個探空之平均；紅線為測站應用新方法得之，並將高度 250m 以下的測站(共 13 個)做平均。(b)同(a)，但最高高度為 5km。

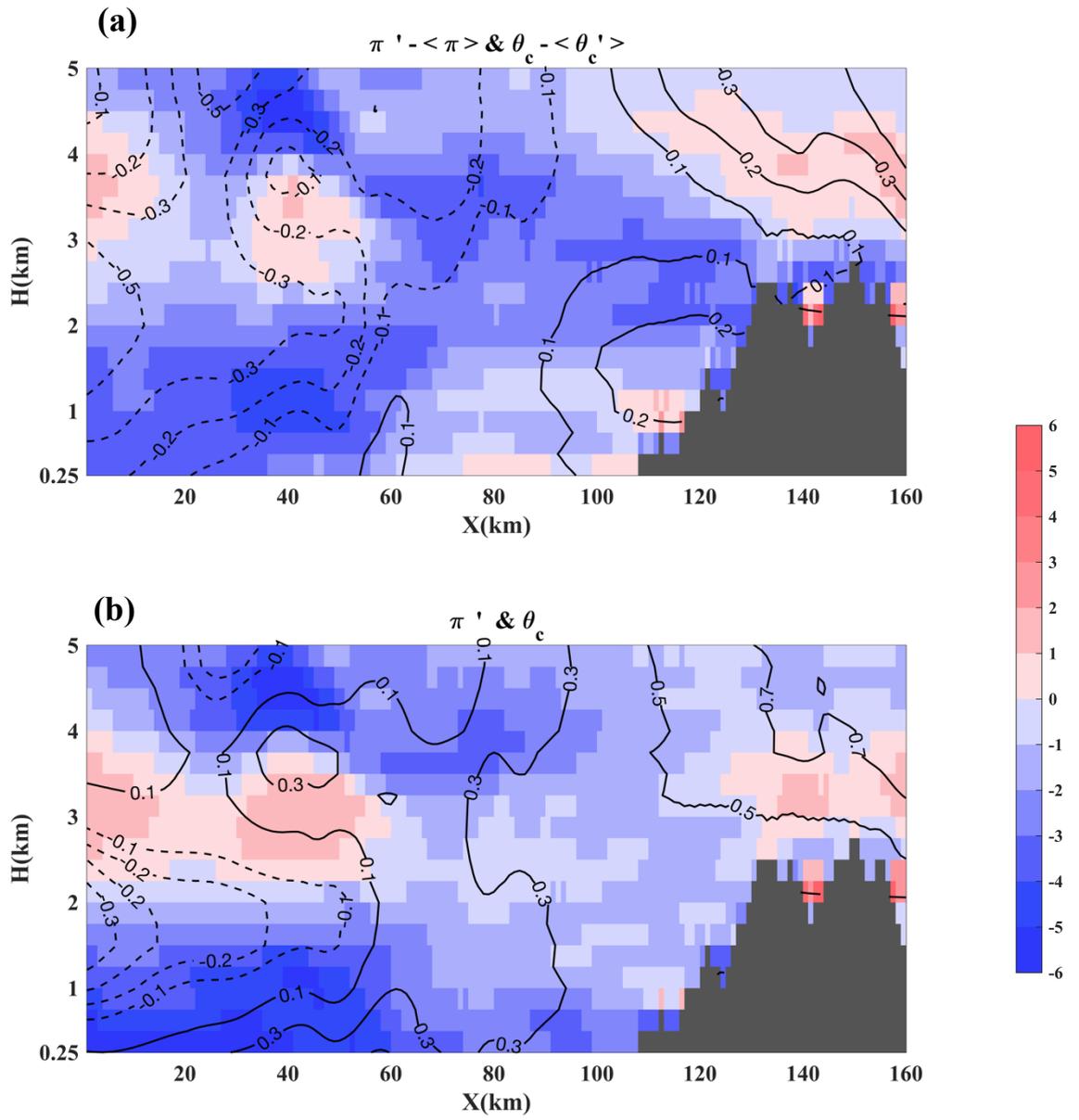


圖 5.22 沿 $Y=160$ 垂直剖面圖。黑色陰影為地形；(a)為壓力和溫度的偏差量，(b)為經垂直校正後的擾動量。等值線為壓力(單位: $\text{JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$)；色階為溫度(單位: K)。

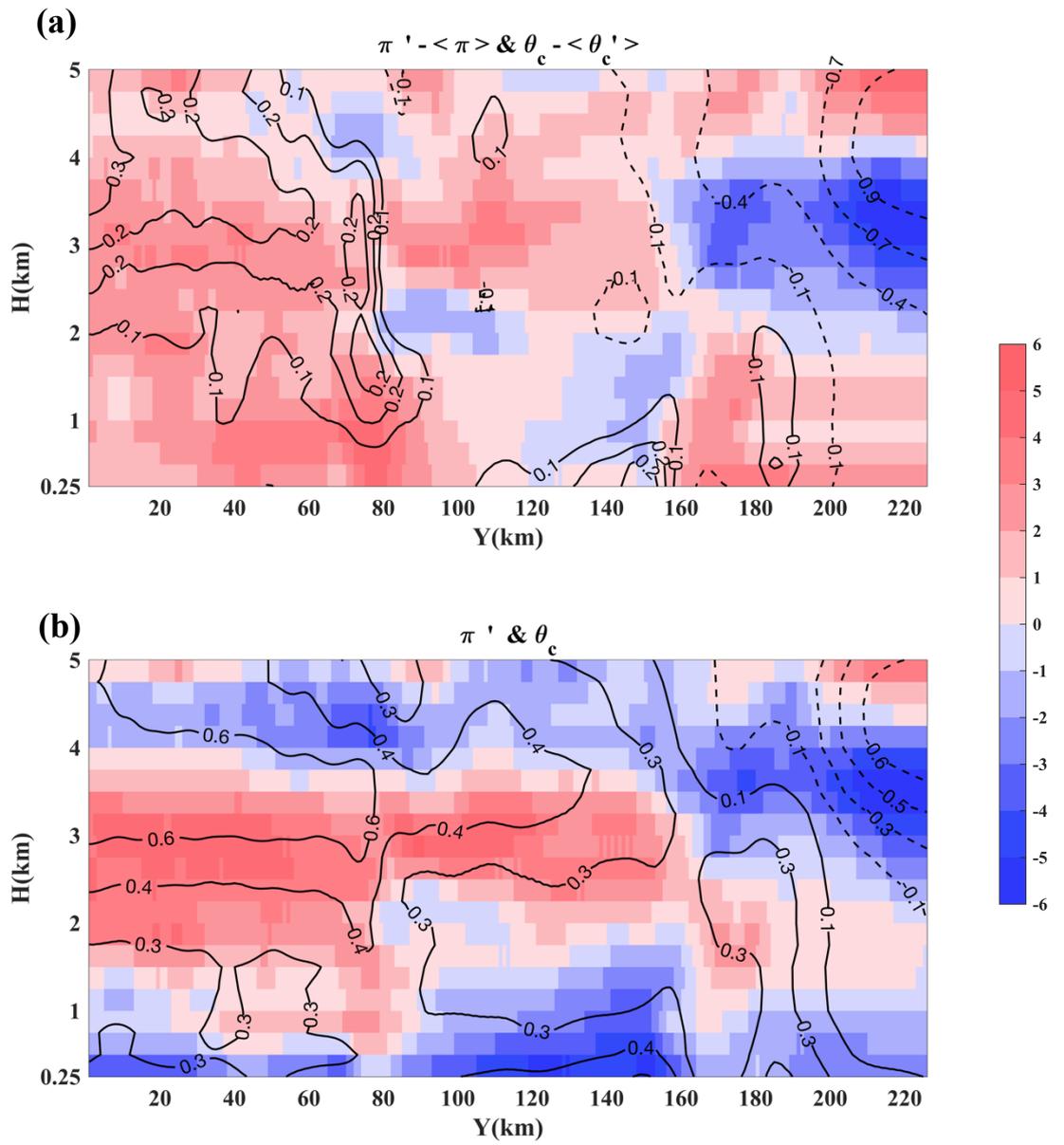


圖 5.23 同圖 5.22，沿 $X=65$ 垂直剖面圖。