

國立中央大學

大氣物理研究所
碩士論文

雙偏極化雷達參數變分法定量降水估計
評估:五分山 S 波段與 C 波段

研究生：洪晨語

指導教授：張偉裕 博士

中華民國一零九年六月

國立中央大學圖書館學位論文授權書

填單日期：109 / 8 / 20

2019.9 版

授權人姓名	洪晨語	學號	107621013
系所名稱	大氣科學學系大氣物理研究所	學位類別	<input checked="" type="checkbox"/> 碩士 <input type="checkbox"/> 博士
論文名稱	雙偏極化雷達參數變分法定量降水估計評估： 五分山 S 波段與 C 波段	指導教授	張偉裕

學位論文網路公開授權

授權本人撰寫之學位論文全文電子檔：

- 在「國立中央大學圖書館博碩士論文系統」
 - () 同意立即網路公開
 - () 同意 於西元_____年_____月_____日網路公開
 - () 不同意網路公開，原因是：_____
- 在國家圖書館「臺灣博碩士論文知識加值系統」
 - () 同意立即網路公開
 - () 同意 於西元_____年_____月_____日網路公開
 - () 不同意網路公開，原因是：_____

依著作權法規定，非專屬、無償授權國立中央大學、台灣聯合大學系統與國家圖書館，不限地域、時間與次數，以文件、錄影帶、錄音帶、光碟、微縮、數位化或其他方式將上列授權標的基於非營利目的進行重製。

學位論文紙本延後公開申請 (紙本學位論文立即公開者此欄免填)

本人撰寫之學位論文紙本因以下原因將延後公開

- 延後原因
 - () 已申請專利並檢附證明，專利申請案號：_____
 - () 準備以上列論文投稿期刊
 - () 涉國家機密
 - () 依法不得提供，請說明：_____

• 公開日期：西元_____年_____月_____日

※繳交教務處註冊組之紙本論文(送繳國家圖書館)若不立即公開，請加填「國家圖書館學位論文延後公開申請書」

研究生簽名： 洪晨語

指導教授簽名： 張偉裕

國立中央大學碩士班研究生

論文指導教授推薦書

大氣科學學系大氣物理碩士班 洪晨語 研究生所提之論文 雙偏極化雷達參數變分法定量降水估計評估:五分山 S 波段與 C 波段 係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授 張偉銘 (簽章)

109 年 7 月 24 日

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

大氣科學學系大氣物理碩士班 洪晨語 研究生
所提之論文 雙偏極化雷達參數變分法定量降水估計
評估:五分山 S 波段與 C 波段 經本委員會審議，認
定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人
委員

張保亮

廖宇慶

張保亮

林沛練

中華民國 109 年 7 月 24 日

摘要

準確而可靠的降雨估算對於各種水文及氣象應用皆扮演重要的角色。在雷達定量降水估計 (Quantitative Precipitation Estimation, QPE) 上常使用降雨關係式來進行估算，然而，偏極化參數中固有的雜訊與不同事件下雨滴粒徑分布 (Drop size distribution) 使降雨關係式受到限制。因此，本研究採取變分法進行降雨估算，並與過往所統計出降雨關係式結果進行統計分數比較，探討變分法於不同類型降水的表現。本研究之變分法納入三種雷達參數：差異反射率 (Z_{dr})、差異相位差 (ϕ_{dp}) 及比差異相位差 (K_{dp})。使用 RCWF (S 波段) 與 RCMD (C 波段) 雷達資料，分析台灣 2017 年梅雨及颱風兩個案，於單一事件中給定 8 組實驗，分別考慮：1. 納入三種雷達變數 (Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 、 K_{dp}) 及僅使用兩種參數 (Z_{dr} 、 ϕ_{dp}) 2. 觀測誤差是否固定 3. 使用原始及較低解析度進行變分。

變分法分析結果顯示，兩個個案的變分分析場與觀測場接近，變分場分析結果更加平滑，雜訊也相對較少，且 ϕ_{dp} 、 K_{dp} 皆可修正為正值；最終探討各分數的空間分布，以及針對不同降雨強度進行分析，皆可看到各統計分數與降水強度具有一定相關。RCWF 雷達資料於變分法 QPE 實驗結果顯示：納入三種參數皆優於使用兩種參數；較粗解析度資料優於使用原始解析度資料；在固定及變動觀測誤差方面，於梅雨個案，固定觀測誤差有較好的結果，但於颱風個案，則是隨不同波束變動觀測誤差實驗組較佳。另外在梅雨個案下，進行 RCWF 與 RCMD 雷達綜合比較，結果顯示 RCMD 雷達在降雨關係式表現較差，但若在適當設定下使用變分法，可得到不錯的結果。

Abstract

Accurate and reliable Quantitative Precipitation Estimation (QPE) plays an important role in hydrological and meteorological applications. QPEs are mostly derived from radar measurements; however, the inherent noise in radar polarization parameters and the variation of drop size distributions (DSD) in different precipitation events limit the accuracy. Therefore, this study utilized the variational technique to estimate the rainfall rate and compared with the radar-based QPE, to evaluate the performance of variational QPE in different precipitation events.

Three radar observed parameters (differential reflectivity (Z_{dr}), differential phase shift (Φ_{dp}), and specific differential phase (K_{dp})) of collocated dual-polarized S- (RCWF) and C-band (RCMD) radars were used. Mei-yu and Typhoon cases in 2017 were selected, and eight different experiments were conducted according to (1) either used three radar observed parameters (Z_{dr} , Φ_{dp} , and K_{dp}) or two radar parameters (Z_{dr} and Φ_{dp}); (2) fixed or changed the observation errors; and (3) two different resolutions (raw (R1) and modified-low (R2)).

The observed radar parameters and variational results showed in good agreements. The variational results have the noise reduced and become smoother, variational derived Φ_{dp} and K_{dp} are all positive values. Generally, the two cases of variational QPE of RCWF showed that using three parameters are better than two parameters, and resolution R2 are better than resolution R1. However, for the comparison of the fixed and changed observation errors, fixed observation errors in Mei-yu case perform better than Typhoon case. Besides, the variational QPE of RCWF perform better than RCMD in the Mei-yu case, but for the RCMD, the variational QPE are better than the radar-based QPE.

誌謝

在研究所兩年時光眨眼而過，非常開心加入雷達實驗室這個大家庭，認識了許多在這個領域耕耘的老師與學長姐，也收穫了許多知識並學習使用不同的研究工具。首先要感謝指導老師張偉裕老師，總在研究迷茫時提供方向協助我前行，時常鼓勵我，相處起來非常自在開心，在老師身上我看到了對雷達這個領域的研究熱情；感謝廖宇慶老師及鍾高陞老師在 group meeting 上對研究內容給出的建議與關於報告上的許多指導，使研究與報告都更加精進。感謝口試委員張偉裕老師、廖宇慶老師、阿練老師、張保亮博士在口試時給的建議，使我能夠更加完善這份論文，並對於未來研究的延伸提供許多方向。

在雷達這個大家庭中，跟每個成員相處的點點滴滴都是很有趣且珍貴的回憶。感謝信廷學長對雷達的維護及相關問題處理，以及小那與鎧蒂幫忙處理大大小小的公文及雜事，大柯、Haidy、熠程、羽廷、詠霖、伯謙、立昕、修維與承融這些學長姊，除了研究上的討論與幫忙，在遇到瓶頸時一起吃餅乾聊天大笑，都會讓我的心情瞬間變好。

也要感謝身邊所有的朋友及同學們：安安、小豪、益豪、猩猩、Dennis、翔裕、鈞澤、沙沙、霈霈、兆庠、鮪魚、澤邑、健恩、顯榮、子恩、映綦、怡成、彥誠，有你們碩士班生活才不會顯得枯燥乏味，每次買飯路程上的嬉鬧講幹話聊天，在做研究時也會互相討論不同領域的問題，這些時光為我補充了許多的能量，另外也感謝你們忍受了我諸多的脾氣；與女籃可愛學妹們放鬆打球也非常快樂，雖然我常常因為研究太忙而翹練，但每次見面時都還是很歡迎我；在生活上我要特別感謝好室友萱芸，常常提醒我大小事，一同玩耍一同抱怨一同抒發負能量，沒有你我的研究所生活就像少了一盞燈。

家人的鼓勵也是支撐我的一大力量，從高中升大學時便支持我選擇自己想讀的科系，到之後升上大氣物理研究所，都尊重我的決定並相信我可以做

到，回家時總是最放鬆最舒服的時光，我愛你們。最後，再一次感謝所有遇到過的人事物，因為有你們，才能成就現在的我，謝謝大家。

目錄

摘要.....	I
ABSTRACT	II
誌謝.....	III
目錄.....	V
表目錄.....	VII
圖目錄.....	VII
一、 緒論.....	1
1.1 動機.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 研究方向.....	3
二、 變分法.....	4
2.1 方法概述.....	4
2.2 前向模型 (FORWARD TABLE).....	7
2.3 觀測誤差與背景場誤差計算.....	8
2.4 實驗設計.....	10
2.5 移除不合理的變分結果與補值.....	11
三、 雷達資料處理與雷達方程降雨估計.....	14
3.1 選用資料.....	14
3.2 雷達資料品質控管.....	14
3.3 雷達關係式降雨估計.....	16
3.4 評估方法.....	16
3.5 雷達關係式降雨估計於不同仰角結果比較.....	17
四、 變分法與雷達方程降雨估計分析與比較.....	19
4.1 個案介紹.....	19
4.2 整體降水估計分數表現與分析.....	20
4.3 變分結果與觀測場分析.....	22
4.3.1 梅雨個案.....	23
4.3.2 颱風個案.....	25
4.4 降水估計於空間上分數表現與分析.....	27
4.5 降雨強度對降水估計的影響.....	28

五、 結論與未來展望.....	30
參考資料.....	33
附表.....	36
附圖.....	37

表目錄

表 3.3.1 S 波段降雨關係式係數	36
表 3.3.2 C 波段降雨關係式係數	36

圖目錄

圖 2.2.1 S 波段之前向模型。	37
圖 2.2.2 C 波段之前向模型。	38
圖 2.5.1 梅雨(左)與颱風(右)個案下各參數門檻值計算；由上而下分別為 Zdr 、 Kdp 、 $\emptyset dp$ 參數，x 軸為各參數數值，左側 y 軸為資料數量，以長條圖顯示，右側 y 軸則為涵蓋多少百分比的資料數量，橘線對應其數值大小。	39
圖 3.1 儀器空間分布；藍色十字為 RCWF 及 RCMD 雷達所在位置，紅色點為雨量計位置，紫色圈為以雷達為中心半徑 100 公里所涵蓋之範圍。	40
圖 3.5.1 RCWF 雷達梅雨個案下四種雷達關係式於 0.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Zh)$ ；(b) $R(Zh, Zdr)$ ；(c) $R(Kdp)$ ；(d) $R(Kdp, Zdr)$ 。	41
圖 3.5.2 RCWF 雷達梅雨個案下四種雷達關係式於 1.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Zh)$ ；(b) $R(Zh, Zdr)$ ；(c) $R(Kdp)$ ；(d) $R(Kdp, Zdr)$ 。	41
圖 3.5.3 颱風個案下四種雷達關係式於 0.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Zh)$ ； (b) $R(Zh, Zdr)$ ；(c) $R(Kdp)$ ；(d) $R(Kdp, Zdr)$ 。	42
圖 3.5.4 RCWF 雷達梅雨個案下四種雷達關係式於 1.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Zh)$ ；(b) $R(Zh, Zdr)$ ；(c) $R(Kdp)$ ；(d) $R(Kdp, Zdr)$ 。	42
圖 4.1.1 梅雨個案 6 月 2 日 0400LTC 雷達合成回波圖	43
圖 4.1.2 梅雨個案 24 小時累積降水(06/01/1600UTC~06/02/1600UTC)	43
圖 4.1.3 颱風個案 7 月 29 日 1900LTC 雷達合成回波圖	44
圖 4.1.4 颱風個案 18 小時累積降水(07/29/0400UTC~07/29/2200UTC)	44

圖 4.2.1	梅雨個案 RCWF 雷達 8 組變分實驗之各分數表.....	45
圖 4.2.2	RCWF 雷達變分實驗組與雷達關係式估算降雨之分數	46
圖 4.2.3	梅雨個案 RCMD 雷達 8 組變分實驗各分數表現.....	47
圖 4.2.4	RCMD 雷達變分實驗組與雷達關係式估算降雨之分數.....	48
圖 4.2.5	梅雨個案 RCWF 與 RCMD 雷達降雨關係式與變分法估算降雨綜合比較.....	49
圖 4.2.6	颱風個案 RCWF 雷達 8 組變分實驗各分數表現.....	50
圖 4.2.7	颱風個案 RCWF 雷達變分實驗組與雷達關係式估算降雨之分數比較.....	51
圖 4.3.1	梅雨個案 6 月 2 日 0156UTC 的觀測場與變分場之比較。左半部由上而下分別是 Zh 、 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 觀測場，黑圈為變分所使用的資料範圍；右半部由上而下分別為降雨量、 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 變分場.....	52
圖 4.3.2	(a)梅雨個案 6 月 2 日 0156UTC 係數 a 背景場 (b)變分後係數 a	53
圖 4.3.3	梅雨個案波束 A、B、C 位置	53
圖 4.3.4	梅雨個案，波束 A 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Zh 、 phv 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 觀測值及變分值.....	54
圖 4.3.5	梅雨個案，波束 B 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Zh 、 phv 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 觀測值及變分值.....	55
圖 4.3.6	梅雨個案，波束 C 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Zh 、 phv 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 觀測值及變分值.....	56
圖 4.3.7	颱風個案 7 月 29 日 1154UTC 的觀測場與變分場之比較。左半部由上而下分別是 Zh 、 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 觀測場，黑圈為變分所使用的資料範圍；右半部由上而下分別為降雨量、 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 變分場	57
圖 4.3.8	(a)颱風個案 7 月 29 日 1154UTC 係數 a 背景場 (b)變分後係數 a.....	58
圖 4.3.9	颱風個案下波束 A、B 位置	58
圖 4.3.10	颱風個案，波束 A 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Zh 、 phv 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 觀測值及變分值.....	59
圖 4.3.11	颱風個案，波束 B 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Zh 、 phv 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Zdr 、 $\emptyset dp$ 、 Kdp 觀	

測值及變分值.....60

圖 4.4.1 梅雨個案各站點 RMSE 分數之空間分布。(a)~(d)分別為使用 $R(Zh)$ 、 $R(Zh, Zdr)$ 、 $R(Kdp)$ 、 $R(Kdp, Zdr)$ 估算降雨之 RMSE、(e)為變分法估算降雨之 RMSE、(f)為各站點之 $rg2$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小.....61

圖 4.4.2 梅雨個案各站點 RRMSE 分數之空間分布。(a)~(d)分別為使用 $R(Zh)$ 、 $R(Zh, Zdr)$ 、 $R(Kdp)$ 、 $R(Kdp, Zdr)$ 估算降雨之 RRMSE、(e)為變分法估算降雨之 RRMSE、(f)為各站點之 $rg2$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小.....62

圖 4.4.3 颱風個案各站點 RMSE 分數之空間分布。(a)~(d)分別為使用 $R(Zh)$ 、 $R(Zh, Zdr)$ 、 $R(Kdp)$ 、 $R(Kdp, Zdr)$ 估算降雨之 RMSE、(e)為變分法估算降雨之 RMSE、(f)為各站點之 $rg2$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小.....63

圖 4.4.4 颱風個案各站點 RRMSE 分數之空間分布。(a)~(d)分別為使用 $R(Zh)$ 、 $R(Zh, Zdr)$ 、 $R(Kdp)$ 、 $R(Kdp, Zdr)$ 估算降雨之 RRMSE、(e)為變分法估算降雨之 RRMSE、(f)為各站點之 $rg2$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小.....64

圖 4.5.1 RCWF 梅雨個案不同降水強度分析。(a)CC、(b)NB、(c)RMSE、(d)RRMSE，不同顏色長條圖分別對應 $R(Zh)$ 、 $R(Zh, Zdr)$ 、 $R(Kdp)$ 、 $R(Kdp, Zdr)$ 及變分估算降雨分數.....65

圖 4.5.2 RCWF 颱風個案不同降水強度分析。(a)CC、(b)NB、(c)RMSE、(d)RRMSE，不同顏色長條圖分別對應 $R(Zh)$ 、 $R(Zh, Zdr)$ 、 $R(Kdp)$ 、 $R(Kdp, Zdr)$ 及變分估算降雨分數.....66

一、緒論

1.1 動機

氣象雷達具有高時間與空間解析度的特性，適合用於中尺度的氣象觀測與分析。相較於傳統氣象雷達僅能單極化發射電磁波訊號，雙偏極化雷達可同時發射水平與垂直的電磁波，因此能得到更多的觀測變數，對於大氣中降水粒子的型態能有更進一步的了解；雨量計相較於雷達屬單點觀測，故較難掌握空間上的變化，但其量測數值相對準確並較能符合真實的地表降雨狀態，因此於數值比較上常視為真值(true)。

台灣主要降水來自於 5、6 月份的梅雨季及 7 至 9 月的颱風季、午後熱對流等，除帶來降水外，極端的大雨事件也會影響到人身安全，並對各行業造成損失，因此能夠進行準確地利用雷達進行定量降水估計(Quantitative Precipitation Estimation, QPE)是相當重要的，透過準確的 QPE，使政府單位與民眾能及早準備災害預防工作，並降低災害的發生。

前人常使用雙偏極化雷達參數，進行降雨量與參數間的擬合，用以求得降雨關係式，並進行 QPE 的計算。不同的降雨關係式在不同的降雨型態及區域下關係式所對應的係數都會有所不同，也會受到雨滴粒徑分布(Drop Size Distribution, DSD)的影響，因此需要經過一段時間下的資料統計及區域降雨型態的統計才能達到具一定準確度的降雨關係式。例如，Z-R 關係式($Z = aR^b$)的 a 與 b 係數，其數值與不同降雨系統中的 DSD 特性有關，而 DSD 的特性又受到降雨系統的雲物理過程特性決定。因此，a、b 係數在降水系統的不同發展過程並不是固定數值，需要針對當時的 DSD 特性來決定。雖然利用 DSD 氣候觀測資料來建立關係式，可得到不同降雨型態的係數，然而在每一場降雨事件中，DSD 的特性受到時時變化的雲物理過程決定。

本研究目標為即時估算在不同雲物理過程的 a 係數，利用變分法可結合成本函數與觀測資料的優點，使用雙偏極化雷達觀測值做為參考值並進行約束條件，用以求得最能描述當下 DSD 狀態的 Z - R 關係式($Z = aR^b$)之 a 係數，並進行降雨的計算。此方法的優點在於不需依賴氣候統計值，並於雷達波束的格點上能有不同的 a 係數來闡述該格點之 DSD 特性。

1.2 文獻回顧

在降雨估算上，傳統雷達提供水平回波(Z_h)，雙偏極化雷達可得到垂直回波(Z_v)、差異反射率(Z_{dr})、差異相位差(ϕ_{dp})、比差異相位差(K_{dp})等參數，透過這些參數，以及地面觀測所得到的 DSD 資訊，透過背向散射模擬雙偏極化雷達參數，經 DSD 模擬後的雙偏極化雷達參數與降雨量進行擬合(fitting)，得到不同係數組合出的降雨關係式($R(Z_h)$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 等)，使定量降水估計更加精準(陳 2017; Brandes et al., 2002; Bringi and Chandrasekar 2001; Marshall and Palmer 1948; Ryzhkov et al., 2005a, 2005b; Seliga and Bringi 1976)。

過往 Hogan(2007)提出使用變分法，藉由雷達觀測之 Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 作為參考值，用以反演雷達回波及降雨關係式($Z = aR^b$)中係數 a ，之後便可透過回波估算降雨，此方法可應用於檢測冰雹存在區域，進行判別後可針對冰雹及降水系統進行雷達回波衰減修正，最終可得良好且合理的降雨量分布；Huang et al.(2018)同樣利用變分法，使用雷達觀測之 ϕ_{dp} 作為參考值，反演降雨量 R ，並透過選用不同樣條濾波器(spline filter)以消除 ϕ_{dp} 隨機誤差的影響，在實際個案比較後的結果顯示，透過使用適當的平滑因子(Smoothing factor)且含有背景值的變分法其定量降水估計結果與雨量計測量較一致。

Chang et al.(2014; 2016)同樣使用變分法，利用 Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 參數做為參考值進行降雨估計，與 Hogan(2007)不同的地方在於，觀測誤差在波束與波束間是可進行變動的，而經過一連串敏感度測試，其結果顯示考慮可變動觀測誤

差可得到較佳的估計結果。因此本研究以 Chang et al.(2014 ; 2016)研究為基底，觀測誤差可進行變動，並多納入 K_{dp} 做為參考值，本研究也是首次使用台灣雷達資料進行變分法定量降水估計。

1.3 研究方向

本研究使用中央氣象局 RCWF(S 波段)及 RCMD(C 波段)雷達，探討於 2017 年之梅雨與颱風個案，雷達資料在進行過資料品管後，放入變分法中進行運算，在經過疊代後，運用最終最佳化的結果進行降雨估計；另外使用四種雷達關係式進行降雨估計，係數引用自陳 2017 年研究，其使用中央大學 2DVD 雨滴譜儀經 T-matrix (Vivekanandan J. et al.,1991)模擬雷達參數後與降雨量 R 進行回歸所得。變分法與雷達關係式估算降雨最終皆會與雨量計觀測進行比對與分數計算。

二、變分法

2.1 方法概述

■ 成本函數 (Cost function)

成本函數被用於進行變分法的最佳化過程，公式如式 2.1.1~2.1.3 所示：

$$J = J_o + J_b \quad (2.1.1)$$

$$J_o(x) = \frac{1}{2}(y - H(x))^T \mathbf{O}^{-1}(y - H(x)) \quad (2.1.2)$$

$$J_b(x) = \frac{1}{2}(x - x^{bg})^T \mathbf{B}^{-1}(x - x^{bg}) \quad (2.1.3)$$

由式 2.1.1 可看到成本函數由兩部分所組成，分為觀測項 J_o (式 2.1.2) 及背景場項 J_b (式 2.1.3) 部分， x 為狀態向量， y 為觀測向量，狀態向量 x 經前向模型 H (forward model，於章節 2.2 介紹)，可反演出對應於觀測向量 y 之觀測變數，並進行計算； \mathbf{O} 、 \mathbf{B} 為觀測及背景場的誤差共變異數， x^{bg} 為背景場數值。

構成成本函數的 J_o 及 J_b 皆為狀態向量 x 的函數，而變分法的目的為找出最恰當的狀態向量 x ，使成本函數 J 極小化，在進行計算時，鮮少能於首次便準確得出 x 向量，因此需要透過疊代計算來更新狀態向量 x 。由於前向模型 H 為非線性算子(operator)，在此使用高斯-牛頓法進行計算 (Rodgers 2000；Hogan 2007；Chang et al. 2014, 2016)，將 $H(x)$ 展開為式 2.1.4 之形式，下標 k 為進行疊代的次數； $K = \partial H(x_k)/\partial x$ ，為反演數值 $H(x_k)$ 對狀態向量 x 進行雷達波束格點上的偏微分，同時也代表反演數值對狀態向量 x 的敏感度表現。

$$H(x) \approx H(x_k) + K(x - x_k) \quad (2.1.4)$$

接著將 2.1.1 式結合 2.1.2~2.1.4 式，並令 $\delta y = y - H(x_k)$ 、 $\delta x = x - x_k$ ，經過移項處理後可表示為 2.1.5 式：

$$J(x) = \frac{1}{2}(\delta y - K\delta x)^T R^{-1}(\delta y - K\delta x) + \frac{1}{2}(\delta x + x_k - x_{bg})^T \mathbf{B}^{-1}(\delta x + x_k - x_{bg}) \quad (2.1.5)$$

下一步便可處理成本函數 J 極小化，求取對 δx 梯度為 0 的值，因此在此對 2.1.5 式進行 δx 偏微分，得 2.1.6 式，並將 2.1.6 式進行移項後可得 2.1.7 式：

$$\frac{\partial J}{\partial(\delta x)} = -K^T R^{-1}(y - K\delta x) + \mathbf{B}^{-1}(\delta x + x_k - x_{bg}) = 0 \quad (2.1.6)$$

$$\delta x = A^{-1}[K^T \mathbf{O}^{-1}\delta y - \mathbf{B}^{-1}(x_k - x_{bg})] \quad (2.1.7)$$

其中，

$$A = K^T \mathbf{O}^{-1}K + \mathbf{B}^{-1} \quad (2.1.8)$$

最終便可透過 δx ，及 2.1.9 式更新下一次的狀態變數(x_{k+1})

$$x_{k+1} = x_k + \delta x \quad (2.1.9)$$

■ 狀態向量 x 與觀測向量 y

使用變分方法前，必須決定要使用哪些變數來描述降雨。Marshall and Palmer(1948) 使用降雨關係式 $Z = aR^b$ 來描述層狀降雨時回波 $Z(mm^6 m^{-3})$ 與降雨量 $R(mm \ hr^{-1})$ 之間的關係，係數 a 、 b 分別為 200 及 1.6，為固定值；在 Steiner and Smith (2000) 及 Steiner et al.(2004) 的研究中顯示， a 、 b 係數因降雨事件 DSD 的不同而有所變化，其變異性主要來自於係數 a ；因此須依地區及降水事件的不同，找到最適合描述當次降雨 DSD 變化的係數 a 與 b 。

在過往研究中顯示，係數 a 與指數項係數 b 相比更為敏感(Bringi and Chandrasekar 2001; Hogan 2007)；Furness (2005) 的研究中也表示，當 a 係數變化而固定 b 係數，與 a 、 b 係數皆進行變化，其降雨量僅有 5% 的差異。

本研究中使用變分法，係數 a 可隨不同降雨事件之 DSD 進行調整，且在雷達波束格點皆具有不同的數值，因此這裡僅取係數 a 納入狀態向量 x (式 2.1.10)，係數 b 為固定值 1.5，另外使用觀測值 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 及 K_{dp} 構成觀察向量

y(式 2.1.11)。

$$x = \begin{pmatrix} \ln a_1 \\ \vdots \\ \ln a_n \end{pmatrix} \quad (2.1.10)$$

$$y = \begin{pmatrix} Z_{dr,1} \\ \vdots \\ Z_{dr,n} \\ \phi_{dp,1} \\ \vdots \\ \phi_{dp,n} \\ K_{dp,1} \\ \vdots \\ K_{dp,n} \end{pmatrix} \quad (2.1.11)$$

n 為波束上的有效值數量，在進行變分時，每條雷達波束皆會產生一組狀態向量 x 與觀測向量 y。狀態向量 x 取自然對數是確保係數 a 不會出現負數(不符合物理意義)。

因此成本函數可改寫為 2.1.12 式：

$$2J = \sum_{i=1}^n \frac{(Z_{dr,i} - Z_{dr,i}^{var})^2}{\sigma_{Z_{dr}}^2} + \frac{(\phi_{dp,i} - \phi_{dp,i}^{var})^2}{\sigma_{\phi_{dp}}^2} + \frac{(K_{dp,i} - K_{dp,i}^{var})^2}{\sigma_{K_{dp}}^2} + \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_i^{bg})^2}{\sigma_{x^{bg}}^2} \quad (2.1.12)$$

其中 $Z_{dr,i}$ 、 $\phi_{dp,i}$ 、 $K_{dp,i}$ 為雷達觀測值， x_i 為狀態向量猜測值，下標 i 為單一波束資料點位置， $Z_{dr,i}^{var}$ 、 $\phi_{dp,i}^{var}$ 、 $K_{dp,i}^{var}$ 為狀態向量經前向模型反演後的模擬值； $\sigma_{Z_{dr}}$ 、 $\sigma_{\phi_{dp}}$ 、 $\sigma_{K_{dp}}$ 為觀測誤差， $\sigma_{x^{bg}}$ 為背景場誤差。

透過每一次更新狀態向量 x(式 2.1.9)，計算出新的成本函數，重複此流程直到成本函數極小化，此時狀態向量 x 則為最佳化結果，最終便可使用狀態向量 x 之係數 a，經 Z-R 關係式求得降雨量。

■ 背景場、初始猜測值計算

其中背景場及初始猜測值可來自於氣候統計值、單一仰角掃描所得之平均特性統計值或單一波束所計算出的數值，在弱降水時，因水滴為球形使 Z_{dr} 趨近於 0， ϕ_{dp} 及 K_{dp} 也無法提供足夠的資訊，此時背景場便可提供資訊供其

使用(Hogan 2007)。本研究中為後者，使用 Discreted method (Chang et al. 2014, 2016) 計算單一波束下的數值，式 2.1.13 與 2.1.14 分別計算單一波束下，使用不同 a 值時，在波束格點上觀測與前向模式反演出的數值差距，並計算 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 總誤差： $total_err_Z_{dr}$ 、 $total_err_Phi_{dp}$ ，分別取總誤差最小值下的 a 數值，此時便為最符合 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 觀測場時所具的 a 數值，最終將兩者 a 數值相加後取平均得到背景場數值，而單一波下皆為同樣數值。

$$total_err_Z_{dr} = \sum_{i=1}^{nndata} |Z_{dr}^{obs}(i) - Z_{dr}^{sim}(i)| \quad (2.1.13)$$

$$total_err_Phi_{dp} = \sum_{i=1}^{nndata} |\Phi_{dp}^{obs}(i) - \Phi_{dp}^{sim}(i)| \quad (2.1.14)$$

初始猜值同樣使用此方法，因此單一波束也為相同數值，透過前面公式 2.1.1~2.1.3 可知，成本函數第一次進行計算時，僅考慮觀測場項(J_o)，而後經疊代調整，逐步找出符合該波束及格點下最佳之 a 數值，最終進行降雨估算。

2.2 前向模型 (forward table)

在數值計算上，前向模型被用於將模式變數轉換為觀測變數，並可用於比較。在本研究中使用 Z_h/R 為基底，模擬出 Z_{dr} 、 K_{dp} 、 A_h (one-way specific attenuation at horizontal polarization; dB/km) 及 A_{dp} (one-way specific differential attenuation; dB/km) 等係數。

前向模型基於 T-Matrix 及 gamma DSD 所建立，在給定溫度、電磁波波長、雨滴粒徑軸比等資訊下，可模擬出非球形顆粒的雷達參數。

Gamma DSD 算式如下：

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp[-(3.67 + \mu)(D/D_0)] \quad (2.2.1)$$

式(2.2.1)中， D 為雨滴粒徑(mm)， D_0 為中值體積直徑(median volume diameter；mm)， N_0 為截距參數(intercept parameter； $\text{mm}^{-1-\mu} \text{m}^{-3}$)， μ 為形狀參數(shape parameter；無因次)。

設定環境溫度為 20°C，波長為 10cm 及 5cm(S 波段與 C 波段)，雨滴軸比使用 Andsager et al.(1999)及 Goddard et al.(1995)的假設；為考量不同降雨型態的變化， D_0 變動區間為 0.1~6.0mm， $\log_{10}(N_0)$ 變動區間為 1.0~16.0 $\text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}$ ， μ 則固定為 5 (Hogan 2007；Chang et al. 2014, 2016)。在本次研究中反演結果為結冰高度(freezing level)以下，因此並不考慮如雨雪混合、雨冰雹混合等狀況。

在使用以上資訊後，方可建立前向模型。圖 2.2.1 及 2.2.2 分別為 S 與 C 波段四種雷達參數的前向模型。x 軸皆為 $Z_h/R(\text{mm}^5\text{m}^{-3}\text{h})$ ，y 軸為四種參數。使用狀態向量 x 之初始猜值 a 與回波 Z_h ，代入 Z-R 關係式便可得 Z_h/R ，於是可透過前向模型得到波束中每段的衰減 $Ah(\text{dB/km})$ ，沿波束進行積分後便計算出衰減量，並用以進行 Z_h 衰減修正。下一步使用此經衰減修正後的 Z_h ，再次透過前向模型得 Z_{dr} 、 K_{dp} 、 A_{dp} 等參數。最終 Z_{dr} 扣除 A_{dp} 後則可模擬出 Z_{dr}^{var} ，並可用於與 Z_{dr}^{obs} 進行比較； ϕ_{dp}^{var} 則由 K_{dp} 沿波束積分而得。

2.3 觀測誤差與背景場誤差計算

觀測誤差及背景場誤差在成本函數中扮演非常重要的角色，用以控制觀測與背景場的權重。當觀測誤差($\sigma_{Z_{dr}}$ 、 $\sigma_{\phi_{dp}}$ 、 $\sigma_{K_{dp}}$)數值較高，代表觀測項誤差較大，則取觀測權重相對較小，背景場貢獻便會較大，反之亦然。因此須建立良好且合理的誤差斜方差矩陣，以得到合理的結果。

過往 Hogan(2007)使用固定的觀測誤差，其值來自於雷達觀測(Bringi and Chandrasekar et al. 2001; Melnikov 2004)；背景場誤差使用雨滴譜儀觀測下的氣候數值轉換為 a 係數誤差而來。但每場降雨事件皆有屬於事件本身的 DSD 特性變化，於量測上在時間空間也具不確定性，因此僅用單一數值描述不同降雨事件本身並不正確，本研究沿用 Chang et al.(2014, 2016)做法，分別計算出單一波束之觀測誤差與背景場誤差，用以進行變分法的計算與約束。

■ 觀測場誤差

觀測誤差採用 Desroziers et al.(2005)提出的 Diagnostic method，過往 Chang et al.(2014, 2016)已經於研究中進行過測試，此方法可結合觀測場、背景場及分析場的資訊去計算單一事件(時間)所具有觀測誤差。公式如下：

$$d_{bg}^{obs} = Y^{obs} - H(X^{bg}) \approx \varepsilon^{obs} - H(\varepsilon^{bg}) \quad (2.3.1)$$

$$d_{ana}^{obs} = Y^{obs} - H(X^{ana}) \approx \varepsilon^{obs} - H(\varepsilon^{ana}) \quad (2.3.2)$$

d_{bg}^{obs} 為觀測與背景之間的差， d_{ana}^{obs} 則為觀測與分析場間的差， ε^{obs} 、 ε^{ana} 、 ε^{bg} 分別為觀測場、分析場與背景場誤差， $H(\varepsilon^{ana})$ 及 $H(\varepsilon^{bg})$ 為背景場與分析場反演為觀測變數後的誤差。該方法假設上述殘差 d_{bg}^{obs} 、 d_{ana}^{obs} 與其相應誤差之殘差相同(式 2.3.1、式 2.3.2)，由於 ε^{obs} 、 $H(\varepsilon^{ana})$ 及 $H(\varepsilon^{bg})$ ，三者彼此間互為無偏差(unbias)與無相關(uncorrelated)，因此可得式 2.3.3， σ 為所欲求得之觀測誤差

$$\sigma^2 = E[(d_{ana}^{obs})^T (d_{bg}^{obs})] \cong E[(\varepsilon^{obs})^2] \quad (2.3.3)$$

■ 背景場誤差

為計算出符合事件下的背景場誤差數值，使用離散逼近法(discrete approximation method) (Chang et al. 2014, 2016))，設定 $\sigma_{x^{bg}}$ 數值由 0.1~1.1，間格 0.1。式 2.3.4 計算不同 $\sigma_{x^{bg}}$ 數值下 J_{bgerr} 的量值，成本函數於疊代時會使用 $\sigma_{x^{bg}}$ 調整下一次狀態向量 x ，最終找出 J_{bgerr} 最小下的 $\sigma_{x^{bg}}$ 做為背景場誤差。在觀測數值不佳或前向模式無法代表特定 DSD 特性時，背景場誤差可進行調控，並利用背景場數值進行計算，獲得較為合理結果。

$$J_{bgerr} = \sum_{i=1}^n \frac{(Z_{dr,i} - Z_{dr,i}^{var})^2}{\sigma_{z_{dr}}^2} + \frac{(\phi_{dp,i} - \phi_{dp,i}^{var})^2}{\sigma_{\phi_{dp}}^2} + \frac{(K_{dp,i} - K_{dp,i}^{var})^2}{\sigma_{K_{dp}}^2} \quad (2.3.4)$$

2.4 實驗設計

過往 Hogan(2007)與 Chang et al.(2014,2016)於研究中僅使用 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 兩種雷達參數，本研究除延續其所使用的參數外，另外加入新參數 K_{dp} 。納入新參數可使變分法中的資訊更為豐富，理論上可進行更加精準的降雨估計，但計算上因增加新參數，矩陣也將加大，可能導致狀態變數 x 進行疊代更新計算時較不穩定，同時運算時間也可能增長。在此設計使用三種變數 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 及 K_{dp} 與僅使用兩種 Z_{dr} 、 Φ_{dp} ，以評估納入 K_{dp} 變數後所造成的影響。

在章節 2.3 描述變動觀測誤差的計算方式，過往 Hogan(2007)、Huang et al.(2018)皆使用固定觀測誤差進行變分的運算，但理論上波束與波束間，甚至於格點上，觀測誤差不盡相同，而 Chang et al.(2014, 2016)皆於文章中進行變動觀測誤差的計算，本研究延續其方法，進行變動與固定觀測誤差之測試。

另外本研究嘗試使用不同解析度的資料進行變分，使用高解析度資料可以得到較為細微的系統變化用以描述降雨，但進行變分時的矩陣也較大，可能因資料雜訊與矩陣大而導致運算時不穩定，運算時間也較長；粗解析度資料則是有對資料平滑的效果，間隔取點放入矩陣，因矩陣小，運算相對較快。

因此研究中最終有三項控制項，共 8 組實驗：1.使用三種變數 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 及 K_{dp} (Var_ Z_{dr} _ Φ_{dp} _ K_{dp})與僅使用兩種 Z_{dr} 、 Φ_{dp} (Var_ Z_{dr} _ Φ_{dp}) 2.變動觀測誤差(Change_Obs_err)與固定觀測誤差(Fix_Obs_err) 3.使用原有資料解析度(R1)與降低資料解析度(R2)。

■ Var_ Z_{dr} _ Φ_{dp} _ K_{dp} vs. Var_ Z_{dr} _ Φ_{dp}

使用兩種雷達參數((Var_ Z_{dr} _ Φ_{dp}))時，成本函數如式 2.4.1 所示：

$$2J = \sum_{i=1}^n \frac{(Z_{dr,i} - Z_{dr,i}^{var})^2}{\sigma_{Z_{dr}}^2} + \frac{(\Phi_{dp,i} - \Phi_{dp,i}^{var})^2}{\sigma_{\Phi_{dp}}^2} + \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_i^{bg})^2}{\sigma_{x^{bg}}^2} \quad (2.4.1)$$

納入三種雷達參數(Var_ Z_{dr} _ Φ_{dp} _ K_{dp})之成本函數，於先前章節已提到(式 2.1.8)，在本研究中 K_{dp} 經 Φ_{dp} 計算而來($K_{dp} = \frac{1}{2}(\frac{d\Phi_{dp}}{dr})$)，兩者雖為相關的資訊，但在變分法中進行處理時， K_{dp} 較類似於 Z_{dr} ，為點對點的資料比較，而 Φ_{dp} 為波束積分量，遇降水系統時隨距離增加而數值上升，在使用時須考慮前面資料點的累加對其造成的影響，因此隱含的資訊還是有些不同。而納入 K_{dp} 與否同時也會影響變分法處理矩陣時的大小，在此希望透過此組實驗，以評估加入 K_{dp} 變數所造成的影響。

■ Change_Obs_err vs. Fix_Obs_err

改變觀測誤差實驗組(Change_Obs_err)則透過 2.3 節所介紹的 Diagnostic method 進行計算(式 2.3.1~2.3.3)，每條雷達波束皆會計算該波束上的觀測誤差，而不同波束間未考慮觀測誤差相關性，彼此並無關聯，計算出的觀測誤差用於約束觀測場與背景場的權重；固定觀測誤差實驗組(Fix_Obs_err)則於每條波束上皆採固定值： $\sigma_{Z_{dr}} = 0.3$ 、 $\sigma_{\Phi_{dp}} = 3.0$ 、 $\sigma_{K_{dp}} = 0.3$ ，其值參考 Hogan(2007)研究所使用數值($\sigma_{Z_{dr}} = 0.2$ 、 $\sigma_{\Phi_{dp}} = 3.0$)，做微小數值調整而來。

■ R1 vs. R2

R1 實驗組為使用原始解析度資料，R2 實驗組為將 R1 資料間格 1 點取值，因此於變分法進行計算時，R2 所處理的矩陣大小為 R1 的一半，直到最終得到最佳化的狀態向量後，會將狀態向量調整為原始資料解析度，進行降水估計。

2.5 移除不合理的變分結果與補值

許多因素皆會影響變分結果好壞，如：進行變分計算時 Φ_{dp} 需沿波束進行積分，但若資料受地形阻隔，便可能導致 Φ_{dp} 誤差。另外，本研究使用的前向模型僅考慮純水下參數的變化，但真實個案中系統內可能有冰水混相發生，

導致成本函數難以收斂等。當上述的情形發生時，雖然可透過變動觀測誤差矩陣來降低有問題觀測參數的權重，但仍可能計算觀測誤差時不盡理想，導致使用錯誤的權重進行成本函數運算。若在未經處理下，便使用這些並不正確的變分波束結果進行定量降雨估計，也可能帶來極大的誤差，因此此小節嘗試透過最終前向模型所模擬的雙偏極化參數 Z_{dr}^{var} 、 Φ_{dp}^{var} 、 K_{dp}^{var} 值，與觀測的 Z_{dr}^{obs} 、 Φ_{dp}^{obs} 、 K_{dp}^{obs} 值之間的差異，來找出有問題的反演結果，將不正確的波束進行移除並補值。

■ 雷達參數門檻值計算

在此分別使用不同個案資料進行三個參數（ Z_{dr} 、 Φ_{dp} 、 K_{dp} ）個別門檻計算：將各參數於不同波束及網格上，觀測值與變分結果依點對點進行差值計算，並統計所有時間下波束網格點上資料特性。如 2.5.1~2.5.3 式所式：

$$Z_{dr,i} \text{ difference} = |Z_{dr,i}^{var} - Z_{dr,i}^{obs}| \quad (2.5.1)$$

$$\Phi_{dp,i} \text{ difference} = |\Phi_{dp,i}^{var} - \Phi_{dp,i}^{obs}| \quad (2.5.2)$$

$$K_{dp,i} \text{ difference} = |K_{dp,i}^{var} - K_{dp,i}^{obs}| \quad (2.5.3)$$

其中 i 為波束格點位置， Z_{dr}^{var} 、 Φ_{dp}^{var} 、 K_{dp}^{var} 為變分結果經前向模型所模擬出的雙偏極化參數， Z_{dr}^{obs} 、 Φ_{dp}^{obs} 、 K_{dp}^{obs} 為觀測值。

將所有差值先移除過於不合理的數值 ($Z_{dr,i} \text{ difference} > 10$ (dB)、 $\Phi_{dp,i} \text{ difference} > 50$ (°)、 $K_{dp,i} \text{ difference} > 10$ (°/km))，並由小到大進行排列，由於取 95% 涵蓋資料過於嚴格，最終取 90% 涵蓋資料數值作為各參數門檻值。在 RCWF 雷達梅雨個案中，選取的 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 、 K_{dp} 門檻值分別為 1.323 (dB)、8.996 (°)、1.79 (°/km)；而在颱風個案各參數門檻值則是 1.139 (dB)、7.903 (°)、1.56 (°/km)。

圖 2.5.1 左半部為 RCWF 雷達各參數差值於梅雨個案下的統計結果，右

半部則為颱風個案下差值統計結果，橫坐標為觀測與變分結果於波束格點上之差值，縱座標為數量，而線條對應涵蓋不同百分比資料所計算出的門檻值，在此顯示涵蓋資料由 85%至 95%，以每 5%為一間格。

■ 波束移除與補值

確定不同個案與波段下各參數門檻值後，下一步便是決定何謂變分結果下不好的波束，在此進行三步驟的波束移除與補值：

1. 單一波束、各參數分別進行處理：當觀測與變分結果差值大於其參數門檻值，則視為反演結果不好的點，如式 2.5.4~2.5.6 所示：

$$Z_{dr_bad_points} : |Z_{dr,i}^{var} - Z_{dr,i}^{obs}| > Z_{dr} \text{ 門檻值} \quad (2.5.4)$$

$$\emptyset_{dp_bad_points} : |\emptyset_{dp,i}^{var} - \emptyset_{dp,i}^{obs}| > \emptyset_{dp} \text{ 門檻值} \quad (2.5.5)$$

$$K_{dp_bad_points} : |K_{dp,i}^{var} - K_{dp,i}^{obs}| > K_{dp} \text{ 門檻值} \quad (2.5.6)$$

2. 計算單一波束下之有效網格點，若三參數中任一變數反演結果不好的點超過其波束下有效點總數之 20%，則判斷為不好的波束並進行移除。
3. 為保留變分法的特性，在此採取該波束之背景場所計算出的降雨補值。

三、雷達資料處理與雷達方程降雨估計

3.1 選用資料

本研究使用兩部雷達：RCWF 及 RCMD，兩部雷達皆為中央氣象局局屬雷達。RCWF 雷達為 WSR-88D 都卜勒氣象雷達，為高靈敏度 S 波段（波長：10cm）雙偏極化都卜勒雷達系統，時間解析度約為 6 至 7 分鐘，徑向上空間解析度為 250 公尺；RCMD 雷達則為 C 波段（波長：5cm）雙偏極化都卜勒雷達系統，時間解析度為 8 至 9 分鐘做一組體積掃描，徑向上空間解析度為 500 公尺。兩雷達坐落於五分山上，RCWF 雷達經緯度為 121.77°E 、 25.07°N ，位置高度約為 766m，而 RCMD 雷達在水平距離上僅與 RCWF 雷達相距約 45 公尺，海拔高度僅相差約 12 公尺，因其高度關係較不易受地面雜波及地形遮蔽影響，資料上較為連續，又其觀測掃描策略一致，因此兩不同波段雷達可進行共站(Co-site)觀測，可同時對同一降水目標物進行觀測，提供更客觀的個別觀測特性及其觀測資料差異等相關比較。

進行定量降水估計後的驗證資料採用氣象局局屬自動雨量計，雨量計選取標準為：以雷達為中心 100km 內所涵蓋的雨量計。儀器的空間分布如圖 3.1 所示。雨量計時間解析度為每小時一筆資料，透過整合雷達與雨量計觀測資料，最終將以小時資料進行分數表現的計算。

3.2 雷達資料品質控管

為避免雷達回波訊號受非水相粒子、地面雜訊、系統性衰減偏差等影響，雷達資料須先進行品質控管。非水相粒子資料首先使用 $\rho_{\text{hv}} = 0.8$ 為門檻，將低於此數值的區域觀測資料進行移除，藉此濾除非氣象資訊(陳 2017)；因 RCWF 雷達本身的 θ_{dp} 已經過處理，因此不用進行去摺疊，但須扣除掉 $\theta_0 = 65^{\circ}$ ，使 θ_{dp} 於初始波束點上由 0° 開始，並進行平滑後使用中心差分法(Central

Difference)估計 K_{dp} 值，此 K_{dp} 再經五點平滑後才完成計算(紀 2005、陳 2017)。變分法的初步資料處理到此階段即可結束，而在進行變分法時，會再一次進行下列資料濾除： $Z_h < -10\text{dBZ}$ ， $Z_{dr} < -10\text{dB}$ ，高度 $< 3.5\text{km}$ (確保於結冰高度以下)。

由於變分法估計降雨的程序中已考量 Z_h 及 Z_{dr} 衰減及偏差量的修正，因此雷達資料不需要進行衰減修正。但若使用雷達關係式進行降雨估計則需進行衰減修正，修正程序為：

使用 PIA (Path-Integrated Attenuation)進行衰減修正(Bringi et al., 1990)：

$$A_h = \alpha \times \Delta\phi_{dp} \quad (3.2.1)$$

$$A_{hv} = \beta \times \Delta\phi_{dp} \quad (3.2.2)$$

於 RCWF 雷達其 α 及 β 係數分別為 0.0154 及 0.0025。 A_h 、 A_{hv} 單位皆為 dB； $\Delta\phi_{dp}$ 為 $^\circ$ (度)。使用 ϕ_{dp} 增量計算衰減量，並進行衰減修正，得 Z_h^{Att} (式 3.2.3)：

$$Z_h^{Att} = Z_h^{obs} + A_h \quad (3.2.3)$$

Z_h 偏差量 Z_h^{diff} 可藉由自洽性法(Self-consistency)進行修正，可藉 Z_h^{Att} 經式 3.2.4 計算對應的 K'_{dp} ，而後沿波束積分回 $\Delta\phi'_{dp}$ ，並由 3.2.6 計算 Z_h^{diff} 。

$$K'_{dp} = aZ_h^b \quad (3.2.4)$$

$$Z_h^{diff}(\text{dB}) = 10 \log_{10}(Z_h^{Att}) - 10 \log_{10}(Z_h^{obs}) \quad (3.2.5)$$

$$= 10 \times \frac{1}{b} \times \log_{10}\left(\frac{\Delta\phi'_{dp}}{\Delta\phi_{dp}}\right) \quad (3.2.6)$$

在此係數 a 與 b 在 RCWF 雷達為 0.0000512 及 0.8803， Z_h 單位為 mm^6m^{-3} 。

最終對 Z_{dr} 使用 9 點平滑來減緩參數的隨機誤差(陳 2016)。經品管後的

資料將可用來進行雷達關係式定量降水估計的計算。

3.3 雷達關係式降雨估計

經章節 3.2 之雷達資料處理後，使用四種回歸關係式進行雷達方程降雨估算，分別為單參數公式 $R(Z_h)$ 、 $R(K_{dp})$ 與雙參數公式 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 。

四種關係式如下所示：

$$R = aZ_h^b$$

$$R = cK_{dp}^d$$

$$R = cZ_h^d Z_{dr}^e$$

$$R = cK_{dp}^e Z_{dr}^d$$

單位分別為： $Z_h(\text{mm}^6\text{m}^{-3})$ 、 $Z_{dr}(\text{dB})$ 、 $K_{dp}(\text{°}/\text{km})$ 、 $R(\text{mm}/\text{h})$ 。a~e 係數列於表 3.3.1 (S 波段) 及表 3.3.2 (C 波段)，此係數使用中央大學 2DVD 雨滴譜儀經 T-matrix (Vivekanandan J. et al., 1991) 模擬雷達參數後與降雨量 R 進行回歸所得(陳 2017)。

$R(K_{dp})$ 關係式為減小 K_{dp} 在小雨時低敏感度的影響，當 $Z_h < 35\text{dBZ}$ 與 $K_{dp} < 0.5\text{°}/\text{km}$ 時，使用 $R(Z_h)$ 關係式取代之； $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式中，當 $Z_{dr} < 0.01\text{dB}$ ，也將使用 $R(Z_h)$ 關係式取代； $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 則須符合 $Z_h > 35\text{dBZ}$ 、 $K_{dp} > 0.5\text{°}/\text{km}$ 及 $Z_{dr} > 0.01\text{dB}$ ，於弱降水時也同樣使用 $R(Z_h)$ 關係式取代。

3.4 評估方法

3.3 小節描述了使用四種雷達關係式進行降水估計，其時間解析度隨雷達掃描時間變動，RCWF 雷達約為 7 至 8 分鐘一筆；變分法使用同一筆原始資料，因此時間解析度亦同，而後將雷達關係式估計降雨量與變分估計降雨皆由極座標內插至卡氏座標上，並以地面雨量站所在位置為中心向外 1 公里

內有效估計降雨值進行平均(陳 2017)。因地面雨量站觀測值為小時降雨量，因此須將雷達關係式估計之降雨值與變分法估計降雨值皆進行小時內累加並平均，作為小時內代表之降雨量。將上述資料處理完畢後，便可與地面雨量計觀測進行比較。

在此分別計算均方根誤差(RMSE)、相對均方根誤差(RRMSE)、標準化偏差(NB)及相關係數(CC)用以比較分析。公式如下所示：

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_r - R_g)^2 / N} \quad (3.4.1)$$

$$\text{RRMSE} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (R_r - R_g)^2 / N}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N R_g^2 / N}} \quad (3.4.2)$$

$$\text{NB} = \frac{\overline{R_r - R_g}}{\overline{R_g}} \quad (3.4.3)$$

$$\text{CC} = \frac{\text{covar}(R_r, R_g)}{\sigma_r \times \sigma_g} \quad (3.4.4)$$

R_r 表示為變分法或雷達方程之降雨估計值； R_g 為地面測站觀測值； $\overline{R_r}$ 與 $\overline{R_g}$ 為 R_r 與 R_g 的平均值； σ_r 與 σ_g 為 R_r 與 R_g 的標準差，單位皆為 mm。RMSE 單位為 mm/h，RRMSE、NB、CC 無單位。

3.5 雷達關係式降雨估計於不同仰角結果比較

■ 梅雨個案

在此比較 0.5°仰角與 1.5°仰角降雨表現。圖 3.5.1 及 3.5.2 分別顯示梅雨個案 0.5°仰角與 1.5°仰角四種雷達降雨關係式： $R(Z_h)$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 與雨量計觀測的散佈圖，橫坐標為雨量計所得觀測雨量，縱坐標為四種雷達關係式所得降雨估算，RMSE、RRMSE、NB、CC 四項分數顯示在圖的左上角部分。

於整體分數來評估：1.5°仰角優於 0.5°仰角，相關係數可達到 0.95 以上，並且 RMSE 皆低於 5.3mm/h 以下，在 RRMSE 上其數值也具有不錯的表現；在 NB 數值上兩個仰角皆為負值，顯示降雨估算低估於雨量計的觀測值。而其中不論是 1.5°仰角或 0.5°仰角，皆以 $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式表現為最佳。

■ 颱風個案

圖 3.5.3 與 3.5.4 同樣比較 0.5°仰角與 1.5°仰角於颱風個案降雨各分數表現。颱風個案 1.5°仰角仍優於 0.5°仰角，而四項分數皆較梅雨個案 1.5°仰角表現來的差一點，相關係數從 0.95（梅雨）降至 0.75 左右，但 RMSE 仍在 5~6mm/h 間，在 RRMSE 上略為升高。於梅雨個案中， $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式表現為最佳，但於颱風個案，則以 $R(Z_h)$ 、 $R(K_{dp})$ 關係式表現較佳。

■ 小結

不論於梅雨及颱風個案下，皆以 1.5°仰角表現結果較佳，研判可能是由於仰角高度較高，不易受地面雜波等訊號影響。因此於第四章節，皆使用 1.5°仰角雷達資料進行雷達關係式及變分法估算降雨的計算與分數比較。

四、變分法與雷達方程降雨估計分析與比較

此章節將針對於 2017 年的梅雨及颱風個案，進行雷達關係式及變分法估算降雨之比較。會先進行個案介紹後，進行 8 組實驗組(2.4 小節)之整體分數比較，並挑選出兩個個案下表現最好之實驗組進行更進一步的分析。

4.1 個案介紹

2017 年 6 月 1 日 0000UTC，梅雨鋒面於台灣西北方海面逐漸建立，並逐步南移，6 月 1 日 1600UTC 始移入台灣北部區域，其後長達 10 小時之長延時降雨對台灣北部帶來劇烈降水，並使各地發生嚴重災害。因此本研究針對 6 月 1 日 1600UTC 至 6 月 2 日 1600UTC 共 24 小時降水進行分析。圖 4.1.1 為 6 月 2 日 0400LTC 中央氣象局雷達回波合成圖，可以看到梅雨鋒面有良好的結構；圖 4.1.2 為 24 小時下，以 RCWF 雷達為中心半徑 100 公里內雨量計之累積降水，加號與點分別為 RCWF 雷達與雨量計所在位置，點所顏色對應為累積降雨量，其中最大累積降雨量達到 645.5mm，而累積雨量分布由北向南遞減。

除前述梅雨個案外，考量颱風系統亦時常為台灣帶來豐沛降水，並測試變分法在沒有預先調整前向模型的狀況下於不同降雨型態的表現，因此選定同年(2017 年)7 月 29 日至 30 日的中度尼莎颱風來測試變分法。尼莎颱風主要影響區域為台灣北部區域，於 6 月 29 日 1910LTC 由宜蘭蘇澳登陸台灣，並因受陸地摩擦力影響，強度迅速消退，移動速度也增快，因此影響台灣時間並不長，研究中取 7 月 29 日 0400UTC 至 2200UTC，共 18 小時作為研究分析。圖 4.1.3 為颱風個案 18 小時累積降雨，相較於梅雨個案，其降雨量並不大，最大累積降雨量為 297mm，主要影響降雨區為宜蘭到花蓮一帶，以及新竹一帶。

4.2 整體降水估計分數表現與分析

■ 梅雨個案變分實驗組分析——RCWF 雷達

圖 4.2.1 將梅雨個案下 RCWF 雷達 8 個實驗組的變分結果與地面觀測比較，並計算小時 RMSE、RRMSE、NB、CC 分數，可以看到變分皆有不錯的表現，在整體相關係數約是在 0.93 至 0.96 之間，RMSE 在 5.8 至 6.5mm/h 之間，RRMSE 在 0.35 至 0.4 之間，而 NB 在 -0.09 至 -0.17 間，皆為低估降雨量。

由這 8 組實驗用於評估 2.4 章節所描述三項控制項之影響，於梅雨個案下，使用三種參數 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 及 K_{dp} ($\text{Var_}Z_{dr_}\Phi_{dp_}K_{dp}$) 結果優於兩種參數 Z_{dr} 、 Φ_{dp} ($\text{Var_}Z_{dr_}\Phi_{dp}$)；而改變觀測誤差 (Change_Obs_err) 結果與固定觀測誤差 (Fix_Obs_err) 差異不大；使用較低解析度資料 (R2) 則優於使用較高解析度資料 (R1)。在這八組實驗中，表現最好的為使用三種參數、固定觀測誤差並使用較低解析度實驗，具有 8 組實驗下最低的 RMSE 及 RRMSE 數值，但與其他實驗組分數差異並不大。

圖 4.2.2 為變分法的 8 組實驗與 4 種雷達關係式估算降雨，將 NB、RMSE、RRMSE 一同繪製為長條圖進行比較，左半邊為雷達關係式，右半邊為變分法的實驗組，可以看到，在 NB 數值上變分法有不錯的表現，但仍是以 $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式表現為最佳。在 RMSE 及 RRMSE 的表現上，變分法略差了一點，但差值也相距不大。紅框分別為雷達關係式估算降雨與變分法實驗組的最佳表現。

■ 梅雨個案變分實驗組分析——RCMD 雷達

圖 4.2.3 為 RCMD 雷達 8 個變分實驗組於梅雨個案下的分數表現，整體各實驗組分數差距相當大，相關係數約在 0.33 至 0.83 之間，RMSE 在 9.1 至 22.05mm/h 之間，RRMSE 在 0.5 至 1.28 之間，而 NB 在 -0.78 至 -0.2 間。

進行三項控制項之評估：使用三種參數 Z_{dr} 、 \emptyset_{dp} 及 K_{dp} ($\text{Var_}Z_{dr_}\emptyset_{dp_}K_{dp}$)與兩種參數 Z_{dr} 、 \emptyset_{dp} ($\text{Var_}Z_{dr_}\emptyset_{dp}$) 差異並不大；改變觀測誤差(Change_Obs_err)結果優於固定觀測誤差(Fix_Obs_err)；使用較低解析度資料(R2)優於使用原始解析度資料(R1)。在這八組實驗中，表現最好的為使用兩種參數、改變觀測誤差並使用較低解析度實驗。

圖 4.2.4 為 RCMD 雷達梅雨個案變分法的八組實驗與四種雷達關係式估算降雨之分數，可以明顯看到，R2 實驗組中，除使用兩種參數($\text{Var_}Z_{dr_}\emptyset_{dp}$)並固定觀測誤差(Fix_Obs_err)外，其餘三組分數表現皆優於雷達關係式估算降雨。圖 4.2.5 為將 RCWF 與 RCMD 雷達之雷達關係式估算降雨分數(左側)與變分法實驗組之分數(右側)共同比較，首先看到在雷達關係式估算降雨在 NB、RMSE、RRMSE 分數上，皆以使用 RCWF 雷達資料優於 RCMD；在變分法實驗組下，同樣為 RCWF 優於 RCMD。但綜合比較下可發現，RCWF 雷達在使用雷達關係式與變分法估算降雨下的表現雖有所差異，但其差異與使用 RCMD 雷達資料進行兩種方法估算降雨之差異相比並不大，並且 RCMD 雷達在使用變分法估算降雨的表現若在適當的設定下(此個案為使用較低解析度資料(R2)、變動觀測誤差(Change_Obs_err)的兩個實驗組)，可具有一定穩定的表現。

■ 颱風個案變分實驗組分析——RCWF 雷達

圖 4.2.6 為 RCWF 雷達 8 個變分實驗組於颱風個案下的分數表現，整體相關係數約是在 0.63 至 0.75 之間，RMSE 在 4.4 至 5.9mm/h 之間，RRMSE 在 0.6 至 0.83 之間，而 NB 在 0.1 至 0.28 間，與梅雨個案不同，皆為高估降雨量。

評估三項控制項：使用三種參數 Z_{dr} 、 \emptyset_{dp} 及 K_{dp} ($\text{Var_}Z_{dr_}\emptyset_{dp_}K_{dp}$)結果優於兩種參數 Z_{dr} 、 \emptyset_{dp} ($\text{Var_}Z_{dr_}\emptyset_{dp}$)；改變觀測誤差(Change_Obs_err)結果優於固定觀測誤差(Fix_Obs_err)；使用較低解析度資料(R2)優於使用原始解

析度資料(R1)。因此在這八組實驗中，表現最好的為使用三種參數、改變觀測誤差並使用較低解析度實驗；表現最差的為使用兩種參數、固定觀測誤差並使用較高解析度實驗，與梅雨個案相同。

而圖 4.2.7 是颱風個案變分法的八組實驗與四種雷達關係式估算降雨，可以看到，同樣在 NB 數值上變分法有不錯的表現。在 RMSE 及 RRMSE 的表現上，變分法表現也相當不錯，在改變觀測誤差實驗的四個實驗組，RMSE 皆小於 5mm/hr，最低達 4.4mm/hr 左右。而紅框分別為雷達關係式估算降雨與變分法實驗組的最佳表現組。

■ 小結

不論在變分法或雷達關係式估算降雨，整體分數颱風個案皆較梅雨表現來的差，以下幾點推論：1.因梅雨個案其降雨區集中在北台灣，且降雨區皆距雷達較近，而雷達波束掃描時隨距離高度會越來越高，因此使用地面測站進行估算，在距雷達較遠處有失準度。2.變分法進行成本函數計算時， Z_{dr} 及 K_{dp} 為點對點進行約束，但 Δ_{dp} 為增量，隨距離數值會越來越大，而在資料處理上於較遠處的資料可能受到雜訊的影響更大，導致無論在雷達關係式與變分法估計降雨上，皆差於梅雨個案。

另外於梅雨個案下，雷達關係式表現較佳，RCWF 雷達又優於 RCMD 雷達，但於颱風個案，變分法表現較好。藉此推斷變分法的優勢在於當雷達資料品質較不穩定或受其他因素影響時，可藉由不同雷達參數所提供的資訊，彼此間相互約束，以達到較為合理的結果。

4.3 變分結果與觀測場分析

由章節 4.2 可得出於梅雨及颱風個案下 8 個實驗組之表現，本章節將針對兩個案所得出最好的實驗組進行更細微的分析，並比較變分場與觀測場之差別。

4.3.1 梅雨個案

圖 4.3.1 為梅雨個案 6 月 2 日 0156UTC 的觀測場與變分場之比較，變分場設定為使用三種變數(Var_ Z_{dr} _ Φ_{dp} _ K_{dp})、固定觀測誤差(Fix_Obs_err)以及用粗解析度資訊(R2)進行變分之實驗組。

左側由上而下分別為觀測場 Z_h 、 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 及 K_{dp} 仰角 1.5° PPI (Plan position Indicator) 資料，雷達位於中心位置(0,0)，其縱橫座標為距雷達遠近(km)，因研究中為盡量避免冰水混相等，設定使用資料高度需低於 3.5 公里，因此黑圈內為變分法實際所使用之資料範圍；右側為變分場，右側最上方為變分法降雨估計值，其餘為 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 及 K_{dp} 變分結果。

由觀測之 Z_h 場可清楚看到鋒面雨帶的位置，在此時段梅雨鋒面平行於雷達， Z_{dr} 觀測值在此區域也較大，皆有大約 1.5dB 以上，顯示有較大雨滴， Φ_{dp} 於強降雨區會有明顯增量，在此可以看到於雷達西側之系統，表現出了非常大的 Φ_{dp} 量值， K_{dp} 為 Φ_{dp} 梯度的變化，同樣反應強降水區下雨滴數量及密度的相對大值區域。

觀測場與變分結果進行對比，整體而言這個時段做出的變分結果與觀測場相當一致，用以作為參考值之三項變數 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 及 K_{dp} 其分佈區域與特徵也表現得相當好。另外可以看到因使用 R2 解析度進行變分，使變分場相較於觀測雜訊更少，資料更加平滑，在 K_{dp} 變分場下，除了有 R2 解析度帶來的影響，變分本身對參數的數值約束，使之在原先計算上所導致並不合乎物理現象的數值做一修正，得到更加合理的結果。

■ 係數 a 之背景場與最佳化結果的比較

本研究之變分法為單一波束分別進行處理，因此於圖 4.3.2(a)係數 a 背景場可見，使用 Discretized method 進行計算(2.1 小節)，在每個方位角之波束

上皆有屬於自己的數值，並於波束格點上皆給定為同一個數值。(b)為經變分法疊代後的結果，於雷達波束點上間格 2 點 (R2 實驗組) 皆有不同數值，藉以反應不同 DSD 特徵下的係數 a 應有的變化，這也彌補了使用 Z-R 關係式無法良好反應 DSD 變化之缺點。另外在雷達的南側資料較少，也較為雜亂，可能因此而無法提供相對有效之資訊，也導致於 a 係數變分結果在某些方位角上有明顯不連續或數值不合理的狀況發生。

■ 單一波束下各參數比較

在此希望可以進一步細微比較波束格點上各參數的表現，因此同樣採用 6 月 2 日 0156UTC 時段，並選取 3 條不同區域的波束。圖 4.3.3 為所選取的波束 A 至 C 位置，波束 A 為此時段下梅雨系統的強回波區；波束 B 為相對系統較弱的層狀區域；波束 C 則是取波束資料相對不足的區域。

圖 4.3.4 為波束 A 的各參數表現結果，由上而下分別為 Z_h 、 Z_{dr} 、 \emptyset_{dp} 及 K_{dp} ，藍色線為觀測值 (Z_h^{obs} 、 Z_{dr}^{obs} 、 \emptyset_{dp}^{obs} 及 K_{dp}^{obs})，而橘色線則代表變分結果 (Z_{dr}^{var} 、 \emptyset_{dp}^{var} 及 K_{dp}^{var})，此實驗組為固定觀測誤差，其數值呈現在各參數圖的右上角 ($\sigma_{Z_{dr}} = 0.3$ 、 $\sigma_{\emptyset_{dp}} = 3.0$ 、 $\sigma_{K_{dp}} = 0.3$)， Z_h^{obs} 數值約在 40dBZ 上下，最大值接近 60dBZ，強回波區域約落在格點 105 到 250 之間； Z_{dr} 在距雷達較近的地方值較大，為較大的雨滴，遠處數值有稍微下降的趨勢，為較接近層狀型態的小雨滴； \emptyset_{dp}^{obs} 一開始並無明顯增量，到了約 105 格點後便大幅上升，對應到下方的 K_{dp}^{obs} ，也可看到有明顯的增幅。將變分結果對應觀測，可看到有不錯的表現，趨勢與觀測大致一致， Z_{dr}^{var} 於強回波區較觀測數值大； \emptyset_{dp}^{var} 與觀測數值相當接近，但可看到其變分結果明顯較為平滑； K_{dp}^{var} 於變分處理下會將不合理的數值 (負值) 進行調整，因此在此可看到使用觀測 \emptyset_{dp}^{obs} 進行計算下的 K_{dp}^{obs} 在某些區域會出現負值，但 K_{dp}^{var} 皆為正值。

另外值得注意的地方為 Z_{dr} 的變分值 (Z_{dr}^{var})，在 105~125 格點的強降雨區，

有高於觀測值的結果，然而，在同樣位置， Φ_{dp}^{var} 與 K_{dp}^{var} 的值與觀測數值相當一致。該結果顯示可能有冰相粒子在 105~125 格點處出現的可能。因為冰相粒子會導致 Z_{dr}^{obs} 偏小，然而本研究所使用之前向模型僅考慮水相粒子， Φ_{dp} 及 K_{dp} 主要受水相粒子所影響，因此產生 Φ_{dp}^{obs} 及 K_{dp}^{obs} 與 Φ_{dp}^{var} 與 Φ_{dp}^{var} 數值一致的結果。該結果顯示變分法可進行冰雹或混相區辨別之優勢。

波束 B (圖 4.3.5) 在 Z_h^{obs} 幾乎落在 40dBZ 以下， Z_{dr} 相對數值也較小，呈現小雨滴小而圓的特徵， Φ_{dp}^{obs} 增量較不明顯， K_{dp}^{obs} 因受 Φ_{dp}^{obs} 雜訊影響，而有負值出現，同樣在此 K_{dp}^{var} 藉變分修正回來，因此皆為正值。波束 C (圖 4.3.6) 為資料缺乏的區域，各參數表現皆相當雜亂，在此狀況下，變分也無法找到相對合理數值，導致算出不合理的降雨量，此時便需利用 2.5 章節所提方法，移除不合理的變分結果並補值。

4.3.2 颱風個案

圖 4.3.7 為颱風個案 7 月 29 日 1154UTC 的觀測場與變分場之比較，變分場設定為使用三種變數 ($Var_Z_{dr} _ \Phi_{dp} _ K_{dp}$)、可變動觀測誤差 ($Change_Obs_err$) 以及用粗解析度資訊 (R2) 進行變分之實驗組。

颱風於 7 月 29 日 1100UTC 由宜蘭蘇澳登陸台灣，此時段為剛登陸後一個小時內的資料，可以看到整體颱風回波 (Z_h) 在 30~40dBZ 上下，強回波區位於 RCWF 雷達南側中央山脈處，最大回波大概在 50~55dBZ 附近； Z_{dr} 相較於梅雨個案偏小，多數在 -0.5dB~1dB 之間，僅於強回波區有較大的數值； Φ_{dp} 與 K_{dp} 數值亦小，又兩參數僅受水相粒子所影響，顯示此颱風個案水相粒子在此時段下數目及濃度並不高。

將觀測場與變分場進行對比，整體而言這個時段做出的變分結果與觀測場場型也相當一致，因使用 R2 解析度進行變分，故也可以看到在此個案實驗下變分結果皆較為平滑、雜訊較少。 Z_{dr} 於變分場的結果亦比觀測場數值大

了一點，同樣可能顯示此區域有冰雹的出現。

■ 係數 a 之背景場與最佳化結果的比較

圖 4.3.8 為係數 a 之背景場與變分場。背景場同樣在各個方位角之波束上皆有屬於自己的數值，並於波束格點上皆給定為同一個數值(圖 4.3.8(a))。經便分法進行疊代進算後，最終的係數 a 變分場如圖 4.3.8(b)所示，於雷達波束點上間格 2 點 (R2 實驗組) 皆有不同數值，藉以反應不同 DSD 特徵下的係數 a 應有的變化。與梅雨個案不同(圖 4.3.2(b))，在此係數 a 變分場結果於方位角上較為連續，推斷可能是由於觀測資料較為完整，且雜訊相對較少，而使此時段下颱風個案係數 a 不合理的狀況較少。

■ 單一波束下各參數比較

同樣取颱風個案下三個不同區域的雷達波束進行比較，圖 4.3.9 為所選去的波束 A、B 的位置。波束 A 為此個案時間下與大多數波束相近的型態；波束 B 為強回波區域。

圖 4.3.10 為波束 A 的各參數表現結果，與梅雨個案分析方式相同，藍色線為各參數之觀測值 (Z_h^{obs} 、 Z_{dr}^{obs} 、 ϕ_{dp}^{obs} 及 K_{dp}^{obs})，橘色線則為變分結果 (Z_{dr}^{var} 、 ϕ_{dp}^{var} 及 K_{dp}^{var})，此實驗組為可變動觀測誤差，其數值呈現在各參數圖的右上角，隨不同波束而有所差別。 Z_h^{obs} 數值約在 40dBZ 上下， Z_{dr}^{obs} 數值則較梅雨個案小，都在 2dB 以下，顯示多為小雨滴的型態， ϕ_{dp}^{obs} 及 K_{dp}^{obs} 增量同樣也不是很明顯。將變分結果對應觀測，可看到同樣有不錯的表現，趨勢與數值表現與觀測對比相當一致，另外 ϕ_{dp}^{var} 同樣與觀測相比較為平滑， K_{dp}^{obs} 也有將不符合物理狀態的負值區域修正回來。

波束 B 的結果展現於圖 4.3.11，此波束有通過強回波區域(大約在 210 格點之後)，可以看到 Z_h^{obs} 大於 40dBZ， Z_{dr}^{obs} 、 ϕ_{dp}^{obs} 與 K_{dp}^{obs} 數值皆有上升，顯示

其水相粒子較多，顆粒也較大的特性。與變分結果進行比較後，趨勢與數值表現的也不錯，值得注意的地方在於 Z_{dr}^{var} ，如梅雨個案下 Z_{dr} 的變分結果類似，此區域下的颱風個案 Z_{dr}^{var} 同樣也有高於觀測值的表現，原因如前面小節所述，進而推斷區域可能受到冰雹之影響。

4.4 降水估計於空間上分數表現與分析

■ RCWF 雷達梅雨個案

圖 4.4.1(a)~(e)為 4 種雷達關係式及變分法估算降雨於梅雨個案下各站點的 RMSE 分數，點對應其站點，顏色為量值。變分場設定為使用三種變數(Var_ Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 、 K_{dp})、固定觀測誤差(Fix_Obs_err)以及用粗解析度資訊(R2)進行變分之實驗組。

圖 4.4.2(f)為 rg2 量值為計算 RRMSE 時的分母，因此 $rg2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N R_g^2 / N}$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小，因此在此個案可以看到其降雨分佈集中於北方，並由北向南減少，而在圖 4.4.1(a)~(e)各方法下的 RMSE 也看到其大致看到與總雨量大小呈現正相關。同樣如 4.2 小節所示，在梅雨個案下以圖 4.4.1(b)之 $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式表現為最佳，尤其在最北端降雨較大的位置，其 RMSE 數值可控制在 10mm/h 以下。

接著將 RMSE 分數除以 rg2 便可得 RRMSE，為圖 4.4.2(a)~(e)之結果，可以看到在移除雨量大小造成的影響後，北方區域的 RRMSE 數值較低，表現最差的部分為桃園、新竹一帶。 $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式表現仍為最佳，具有較多的 RRMSE 低數值。

■ RCWF 雷達颱風個案

圖 4.4.3(a)~(e)為 4 種雷達關係式及變分法估算降雨於颱風個案下各站點的 RMSE 分數。在空間分布上，較大的 rg2 位於花蓮及新竹一帶，在颱風各

案一樣可看到較大的 RMSE 對應於較大的 $rg2$ (圖 4.4.3(f))，但差值並不大，整體的表現而言，變分法降雨相對於雷達關係式估算降雨，於雨量較大的站點區域表現結果較好。同樣計算 RRMSE，移除雨量大小的影響，結果顯示於圖 4.4.4(a)~(e)，此時可以看到於台北盆地，雷達關係式估算降雨(圖 4.4.4(a)~(d))結果優於變分估計降雨(圖 4.4.4(e))。

在兩個個案皆可看到，降雨量大小對於 RMSE 與 RRMSE 分數上的影響，在不同個案下，不同的關係式及變分估算降雨有略微不同的表現方式，因此下一小節將針對不同降雨量進行各分數的計算與分析。

4.5 降雨強度對降水估計的影響

4.5 小節評估完兩個案於 8 個實驗組下整體分數表現後，4.6 小節將針對不同降雨大小，分別使用兩個案所得之變分法下最佳降雨結果實驗組與四種雷達關係式估算降雨進行分析。資料以雨量計小時降雨量進行分組，並計算 CC、NB、RMSE 與 RRMSE 分數。梅雨個案小時降雨量較多，因此由 0mm/hr 開始，以 20mm/hr 為間格，分為 5 組，超過 80mm/hr 以上則歸類為同一組；颱風個案則由 0mm/hr 開始，以 10mm/hr 為間格，同樣分為 5 組，超過 40mm/hr 以上則歸類為同一組；

■ 梅雨個案不同降水強度分析——RCWF 雷達

在此採用使用三種參數、固定觀測誤差並使用較低解析度之實驗組，結果顯示於圖 4.6.1。圖中橫坐標為小時降雨量，縱坐標則為四項分數。可以看到相關係數(CC)(圖 4.6.1(a))在各時段，以 $R(Z_h, Z_{dr})$ 為最佳，整體相關係數隨雨量強度增加而減少，但在超過 80mm/hr 的降雨強度時， $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式再度回升。在標準化偏差(NB)(圖 4.6.1.(b))上，變分法在低降雨強度時展現了正值的 NB，顯示在小雨時變分法估算的降雨是高於雨量計的觀測，但隨雨量

強度增加，與其他降雨關係式相同，展現出負的 NB。RMSE(圖 4.6.1.(c))於整體而言除 $R(Z_h, Z_{dr})$ 關係式外，其餘皆隨雨量增加數值增大，在 20~40mm/hr 及 40~60mm/hr，變分法略優於 $R(Z_h)$ 、 $R(K_{dp})$ 與 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 雷達降雨關係式，但於超過 80mm/hr 的降雨時，RMSE 的表現不甚理想，同時也可以對應到相關係數的降低。在將雨量標準化後進行 RRMSE(圖 4.6.1.(d))的計算時，可以看到於 0~20mm/hr 的降雨時變分法表現較不佳，而後分數差距並不大。

■ 颱風個案不同降水強度分析——RCWF 雷達

颱風個案採用使用三種參數、改變觀測誤差並使用較低解析度實驗組，結果顯示於圖 4.6.2。可以看到在相關係數(CC)(圖 4.6.2(a))方面，變分法(綠色長條)在各雨強表現皆較四種雷達關係式佳，但相關係數並沒有向梅雨個案一樣隨雨強增加而下降， $R(Z_h, Z_{dr})$ 在前四組雨強下分數表現與其他降雨關係式差不多，但在雨強超過 40mm/hr，可以看到相關係數明顯下降。在 NB 分數上(圖 4.6.2(b))，變分法與 $R(Z_h, Z_{dr})$ 皆在 0~10mm/hr 雨強時有正的 NB 數值，但同樣隨雨量強度增加，展現出負的 NB，且變分法於雨強增加後，NB 分數有著比較好的表現，較其他雷達降雨關係式更接近 0。RMSE(圖 4.6.2(c))整體仍隨雨強增加而上升，除 0~10mm/hr，其餘區間都以變分法表現最佳，具有最低的 RMSE，另外在五組雨強下，變分法 RMSE 皆維持於 20mm/hr 以下，而其餘雷達關係式之 RMSE 分數隨雨強增加，有明顯大幅上升的趨勢。圖 4.6.2(d)最後對應於 RRMSE 分數上，可以看到一樣於小雨 0~10mm/hr 時變分法表現較差，而後隨雨強增加而有相對較佳的分數。

式之 NB 為負值，顯示低估降雨；在 RMSE 分數上，變分法中變動觀測誤差實驗組(Change_Obs_err) RMSE 分數約在 4.4~4.9mm/h 之間與雷達關係式(5mm/h 以上)相比來的更低，其餘實驗組與雷達關係式分數則相距不大；RRMSE 消除了雨量大小所帶來的變化，此時無論於雷達關係式及變分法下分數差距並不大。

- 於梅雨個案，增加 RCMD 雷達資料之實驗組，可以看到雷達關係式估算降雨在分數上，皆以使用 RCWF 雷達資料優於 RCMD；在變分法實驗組下，同樣為 RCWF 優於 RCMD。但綜合比較下可發現，RCWF 雷達在使用雷達關係式與變分法估算降雨上表現皆不錯，差異並不大，而使用 RCMD 資料進行變分法估算降雨，在適當的設定下可優於降水關係式，並且於分數差異上（RCWF、RCMD）變分法較降雨關係式穩定。
- 分析兩個案下 1.5°仰角 PPI 結果與單一波束上變分場與觀測場差異，兩者皆可以看到變分場所做出的場型與觀測相當接近，且變分場結果更加平滑，雜訊也相對較少，除此之外，變分法計算時會將不合理的數值進行調整，因此於變分場 θ_{dp} 、 K_{dp} 皆可修正為正值。
- 變分法與雷達關係式估計降雨於空間上的分數表現，不論是在梅雨或颱風個案，皆可看到其 RMSE 數值與降水量有著一定程度的相關，因此下一步針對不同降雨強度進行 4 項分數的計算，結果顯示，不論於梅雨或颱風個案，整體 CC 分數隨降雨強度增加而降低，顯示為負相關，而 RMSE 分數隨降雨強度增加而上升，為正相關，但某些估算降雨方式在降雨強度大時表現較其他方式為佳，也直接影響到了計算個案整體時的分數。由此可知，極端降雨仍為 QPE 計算時的一大挑戰，各方法在不同降雨型態下皆有其優劣之處，因此不同方法間的使用與配合方能得到更加準確之降水估計結果。

未來除了需增加更多個案進行分析與評估，也期望在變分法上能做更多敏感度測試，如：不同波束間現階段為觀測誤差可進行變動，但不同波束間彼此並不考慮相關性，但理論上觀測誤差在波束與波束間或時間上應也有關聯，這些未來都可納入考量並進行探討；使用不同資料解析度對於計算時的計算速度影響相當大，因此於調整資料解析度方面也可進行測試，找出變分可容許之最低資料解析度；背景場方面，現階段使用當下時間，最符合觀測的數值當作背景場，但若已知雷達關係式在哪些條件或降雨關係式下表現優異，也可納入變分法用於求得更好的背景場，以利後續變分法的運作。

另外在本研究中，變分法優於雷達關係式估算降雨的狀況為：梅雨個案下使用 RCMD 資料及颱風個案使用 RCWF 資料，前者波長較短而可能影響到雷達資料品質，後者可能因颱風本身風速較大，吹散雨滴等導致其資料受到影響。變分法的優勢在於當雷達資料品質較不穩定或受其他因素影響時，可藉由不同雷達參數所提供的資訊，彼此間相互約束，以達到較為合理的結果，因此後續可挑選相對資料品質較差的個案進行測試，以評估變分法適當的使用時機。

參考資料

- 陳如瑜，2017：S 與 C 波段雙偏極化雷達參數定量降雨估計之探討，國立中央大學碩士論文，74 頁。
- Andsager, K., K. V. Beard, and N. F. Laird, 1999: Laboratory measurements of axis ratios for large raindrops. *J. Atmos. Sci.*, **56**, 2673–2683.
- Bringi, V. N., and V. Chandrasekar, 2001: *Polarimetric Doppler Weather Radar: Principles and Applications*. Cambridge University Press, 636 pp.
- , ——, N. Balakrishnan, and D. S. Zrnić, 1990 : An examination of propagation effects in rainfall on radar measurements at microwave frequencies. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **7**, 829-840.
- Brandes, E., G. Zhang, and J. Vivekanandan, 2002 : Experiments in rainfall estimation with polarimetric radar in a subtropical environment. *J. Appl. Meteor.*, **41**, 674-685.
- Chang, W.-Y., J. Vivekanandan, K. Ikeda, and P.-L. Lin, 2016: Quantitative precipitation estimation of the epic 2013 Colorado flood event: Polarization radar-based variational scheme. *J. Appl. Meteorol. Climatology*, **55**(7), 1477–1495.
- , ——, and Wang, T.-C. C., 2014: Estimation of X-band Polarimetric Radar Attenuation and Measurement Uncertainty Using a Variational Method, *J. Appl. Meteorol.*, **53**, 1099–1119.

- Desroziers, G., L. Berre, B. Chapnik, and P. Poli, 2005: Diagnosis of observation, background and analysis error statistics in observation space. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **131**, 3385–3396.
- Furness, G., 2005: Using optimal estimation theory for improved rainfall rates from polarization radar. M.Sc. dissertation, Dept. of Mathematics, University of Reading, 66 pp.
- Goddard, K. L. Morgan, A. J. Illingworth, and H. Sauvageot, 1995: Dual wavelength polarization measurements in precipitation using the CAMRa and Rabelais radars. Preprints, 27th Int. Conf. on Radar Meteorology, Vail, CO, *Amer. Meteor. Soc.*, 196–198.
- Hogan, R. J., 2007: A variational scheme for retrieving rainfall rate and hail intensity from polarization radar. *J. Appl. Meteorol. Climatology*, **46**, 1544-1564.
- Huang, H., et al., 2018: Quantitative Precipitation Estimation with Operational Polarimetric Radar Measurements in Southern China: A Differential Phase–Based Variational Approach. *J Atmos Ocean Technol*, **35**, 1253-1271.
- Marshall, J. S., and W. M. K. Palmer, 1948: The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, **5**, 165–166.
- Melnikov, V. M., 2004: Simultaneous transmission mode for the polarimetric WSR-88D. NOAA/NSSL Rep., 84 pp.
- Rodgers, C. D., 2000: Inverse Methods for Atmospheric Sounding: Theory and Practice. *World Scientific*, 238 pp.

- Ryzhkov, S. E. Giangrande, and T. J. Schuur, 2005a: Rainfall estimation with a polarimetric prototype of WSR-88D. *J. Appl. Meteor.*, **44**, 502–515.
- , T. J. Schuur, D. W. Burgess, P. L. Heinselman, S. E. Giangrande, and D. S. Zrnić, 2005b: The Joint Polarization Experiment: Polarimetric rainfall measurements and hydrometeor classification. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **86**, 809–824
- Seliga, T. A., and V. N. Bringi, 1976: Potential use of radar differential reflectivity measurements at orthogonal polarizations for measuring precipitation. *J. Appl. Meteor.*, **15**, 69–76.
- Steiner, M., and J. A. Smith, 2000: Reflectivity, rain rate, and kinetic energy flux relationships based on raindrop spectra. *J. Appl. Meteor.*, **39**, 1923–1940.
- , ———, and R. Uijlenhoet, 2004: A microphysical interpretation of radar reflectivity–rain rate relationships. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 1114–1131
- Vivekanandan J., W. M. Adams, and V. N. Bringi, 1991 : Rigorous approach to polarimetric radar modeling of hydrometeor orientation distributions., *J. Appl. Meteor.*, **30**, 1053-1063.

附表

表 3.3.1 S 波段降雨關係式係數

S-Band	$R(Z_h)$		$R(K_{dp})$		$R(Z_h, Z_{dr})$		$R(K_{dp}, Z_{dr})$	
All data	a	0.0279	c	47.5998	c	0.0046	c	64.8411
	b	0.6619	d	0.7605	d	0.8492	d	-0.6921
					e	-0.6193	e	0.988

表 3.3.2 C 波段降雨關係式係數

C-Band	$R(Z_h)$		$R(K_{dp})$		$R(Z_h, Z_{dr})$		$R(K_{dp}, Z_{dr})$	
All data	a	0.0376	c	26.2342	c	0.0035	c	31.2514
	b	0.634	d	0.7485	d	0.8886	d	-0.5988
					e	-0.6575	e	0.9648

附圖

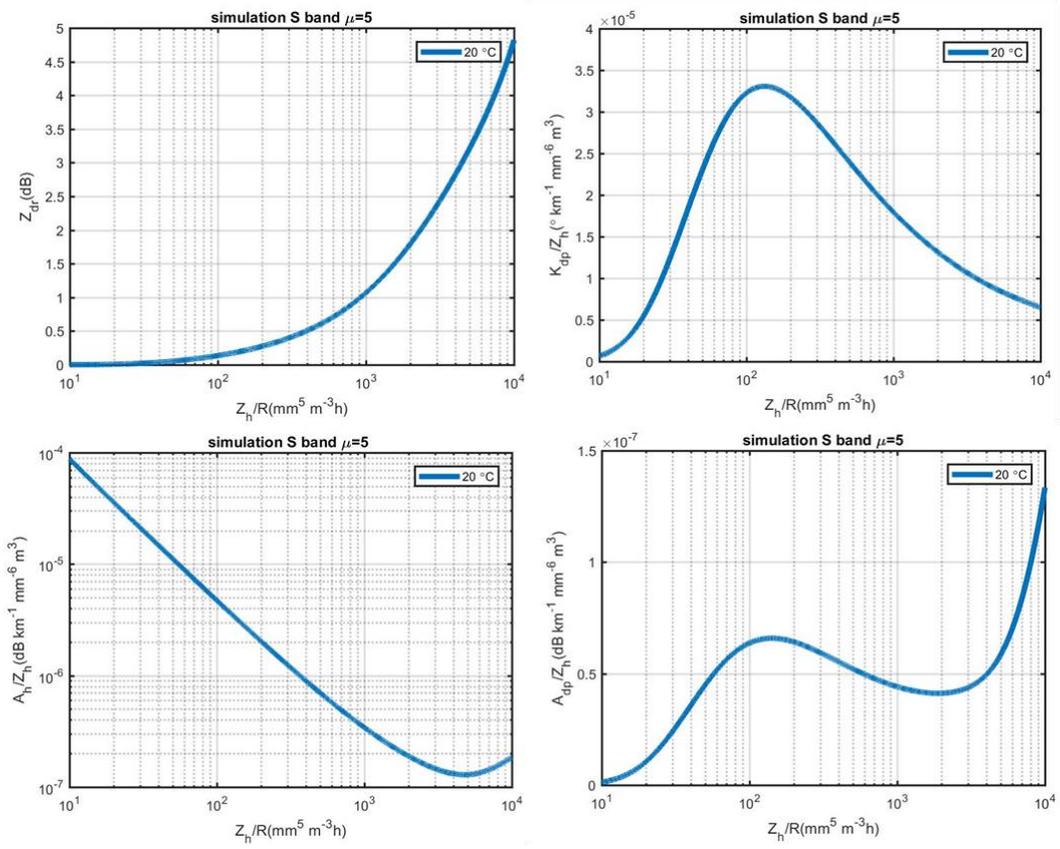


圖 2.2.1 S 波段之前向模型。

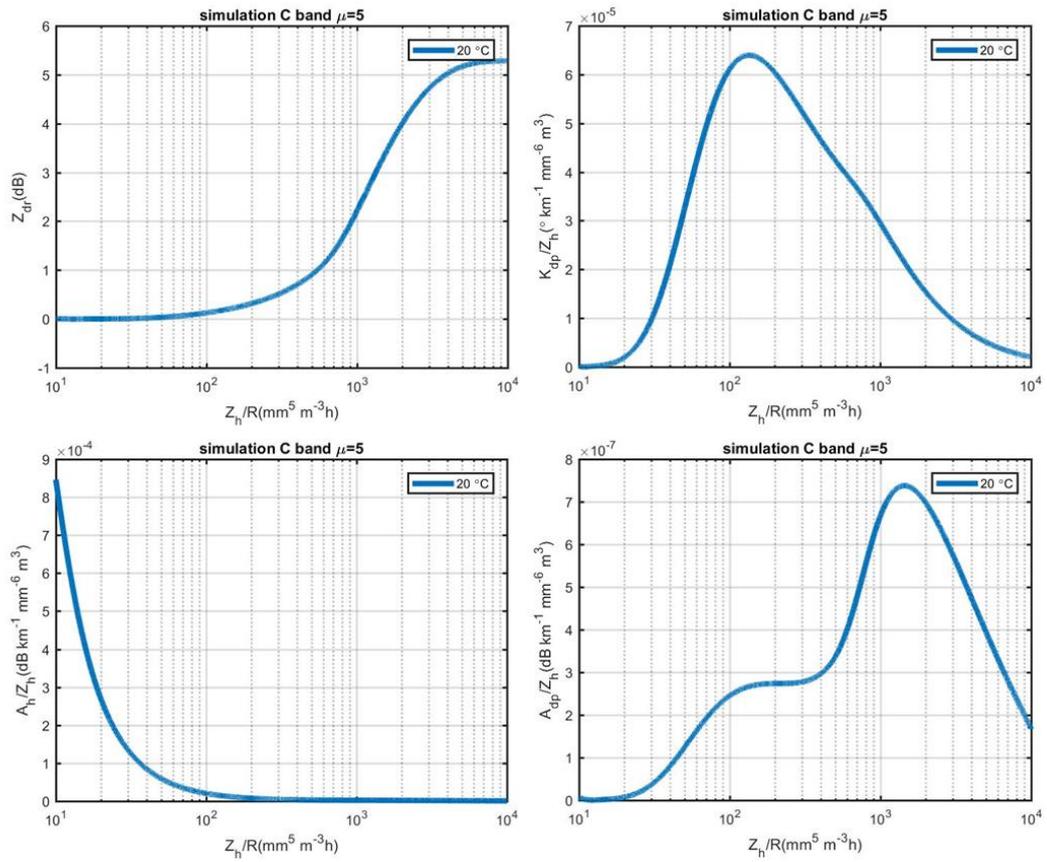


圖 2.2.2 C 波段之前向模型。

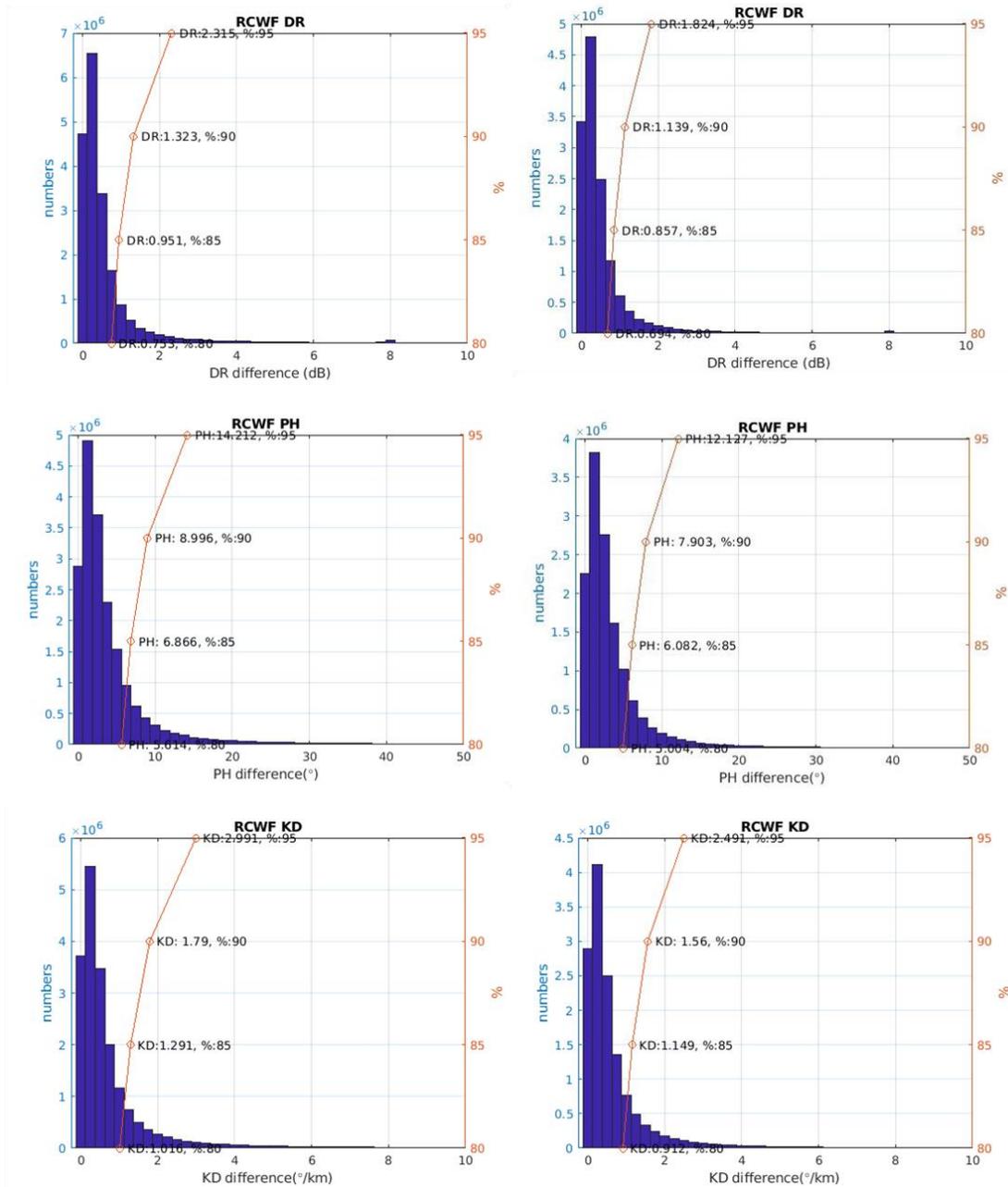


圖 2.5.1 梅雨(左)與颱風(右)個案下各參數門檻值計算；由上而下分別為 Z_{dr} 、 K_{dp} 、 Φ_{dp} 參數，x 軸為各參數數值，左側 y 軸為資料數量，以長條圖顯示，右側 y 軸則為涵蓋多少百分比的資料數量，橘線對應其數值大小。

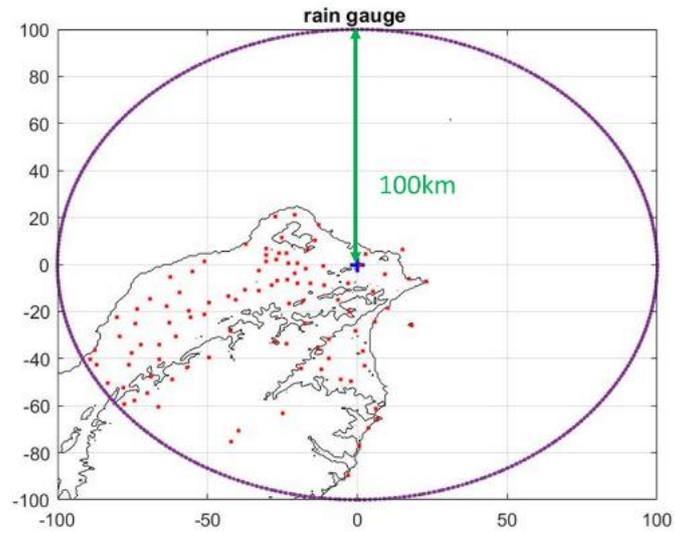


圖 3.1 儀器空間分布；藍色十字為 RCWF 及 RCMD 雷達所在位置，紅色點為雨量計位置，紫色圈為以雷達為中心半徑 100 公里所涵蓋之範圍。

Mei-yu case Radar-based QPE (EL0.5)

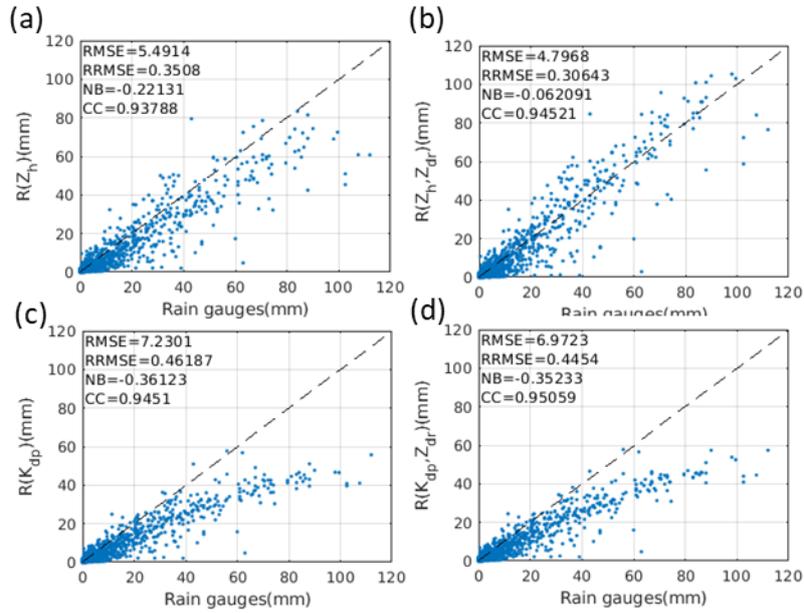


圖 3.5.1 RCWF 雷達梅雨個案下四種雷達關係式於 0.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Z_h)$; (b) $R(Z_h, Z_{dr})$; (c) $R(K_{dp})$; (d) $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 。

Mei-yu case Radar-based QPE (EL1.5)

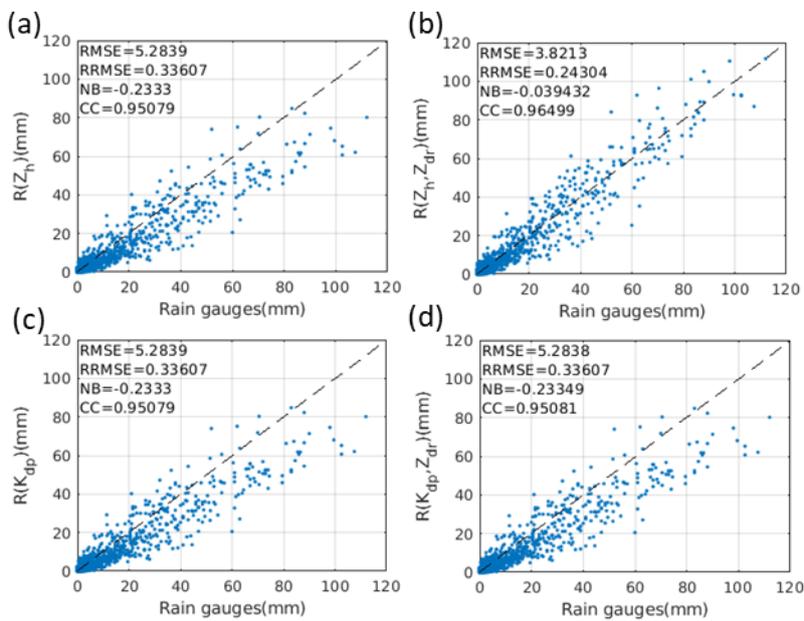


圖 3.5.2 RCWF 雷達梅雨個案下四種雷達關係式於 1.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Z_h)$; (b) $R(Z_h, Z_{dr})$; (c) $R(K_{dp})$; (d) $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 。

Typhoon case Radar-based QPE (EL0.5)

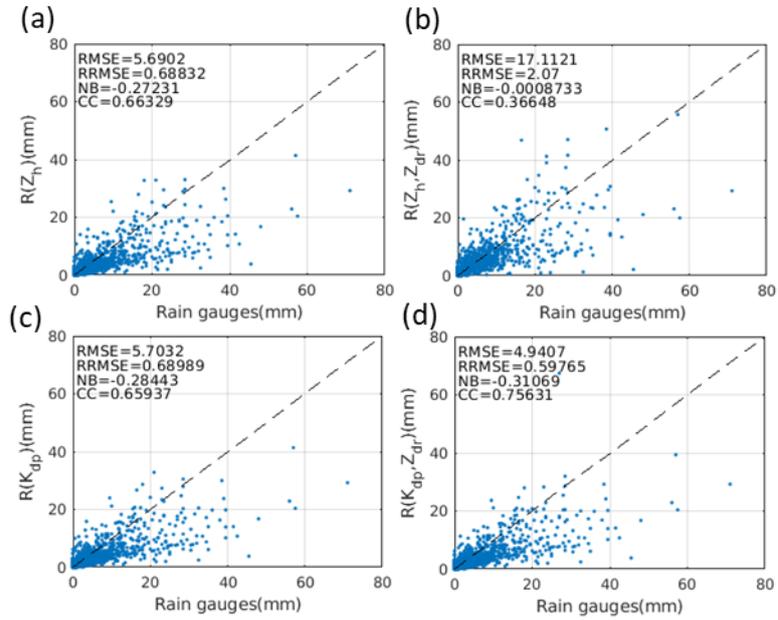


圖 3.5.3 颱風個案下四種雷達關係式於 0.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Z_h)$; (b) $R(Z_h, Z_{dr})$; (c) $R(K_{dp})$; (d) $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 。

Typhoon case Radar-based QPE (EL1.5)

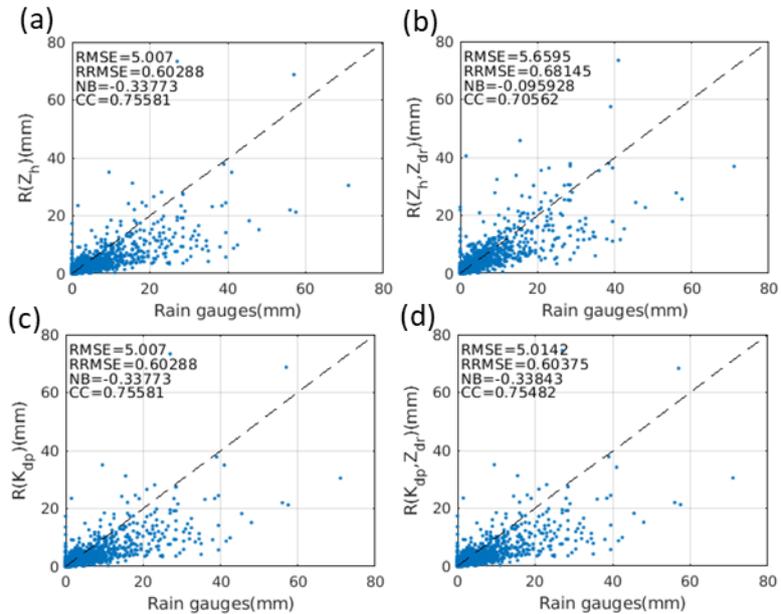


圖 3.5.4 RCWF 雷達梅雨個案下四種雷達關係式於 1.5 度仰角散佈圖 (a) $R(Z_h)$; (b) $R(Z_h, Z_{dr})$; (c) $R(K_{dp})$; (d) $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 。

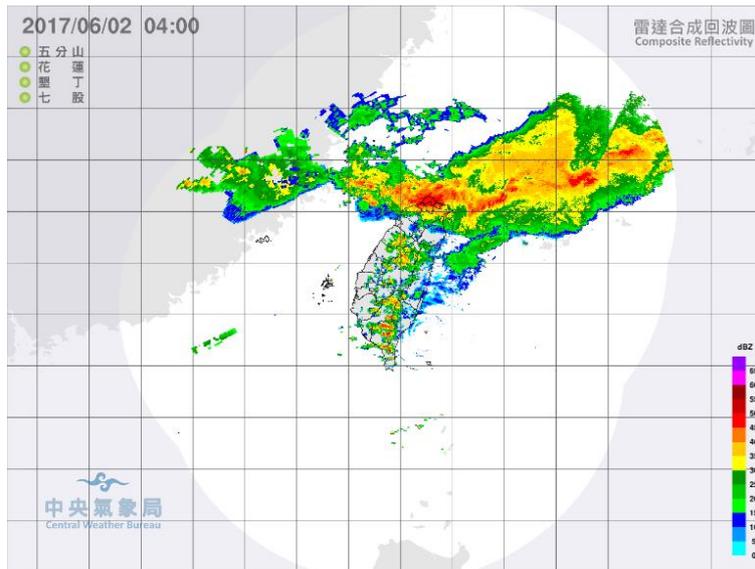


圖 4.1.1 梅雨個案 6 月 2 日 0400LTC 雷達合成回波圖

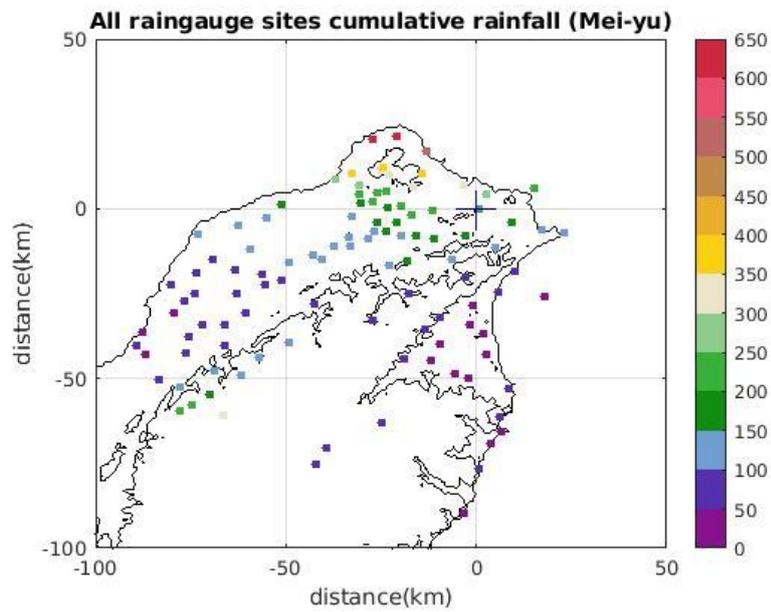


圖 4.1.2 梅雨個案 24 小時累積降水(06/01/1600UTC~06/02/1600UTC)

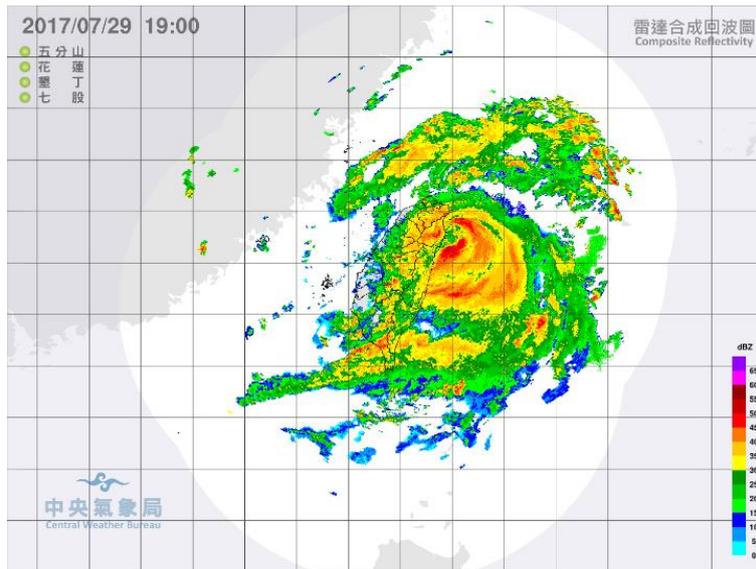


圖 4.1.3 颱風個案 7 月 29 日 1900LTC 雷達合成回波圖

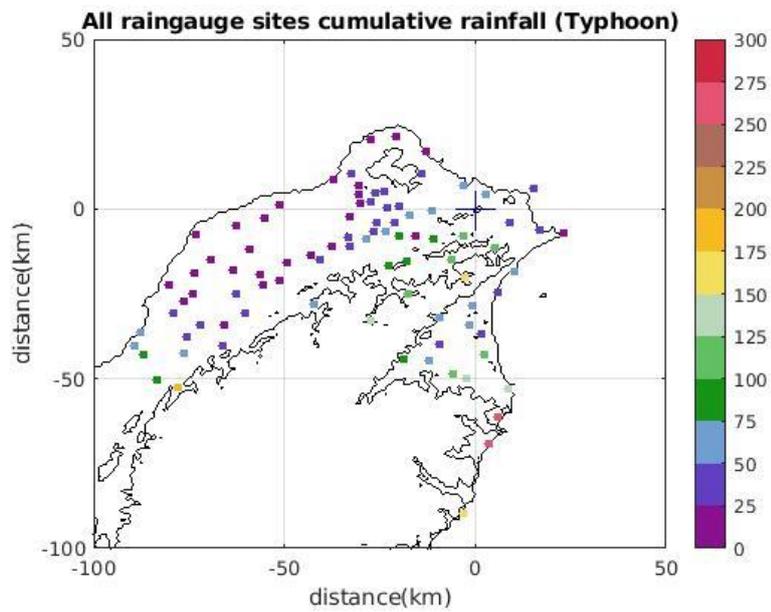


圖 4.1.4 颱風個案 18 小時累積降水(07/29/0400UTC~07/29/2200UTC)

Var_ZDR_PH_KDP

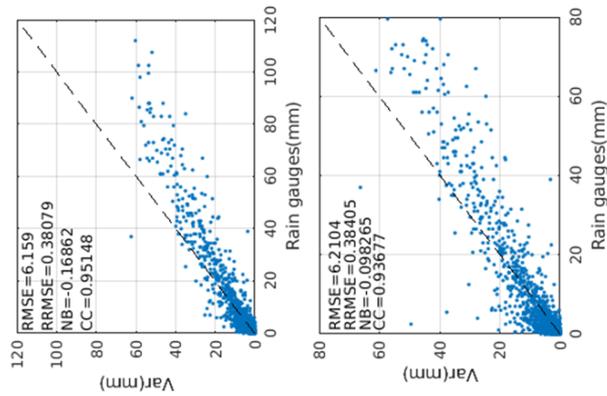
Var_ZDR_PH

R1

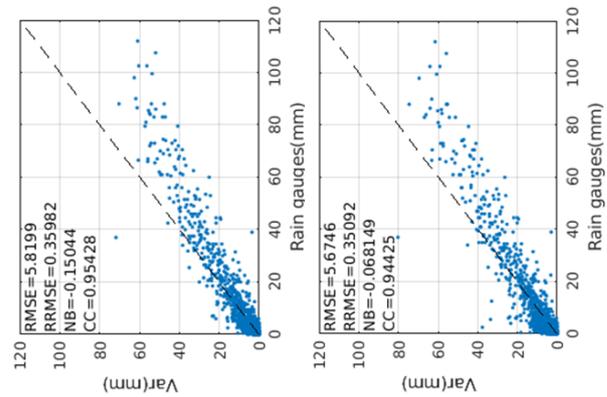
R2

R1

R2



Change Obs error



Fix Obs error

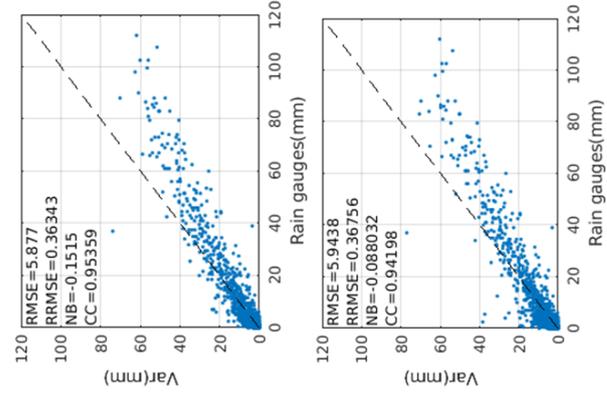
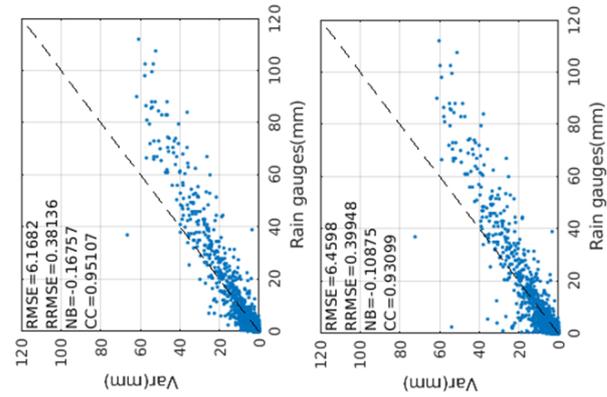


圖 4.2.1 梅雨個案 RCWF 雷達 8 組變分實驗之各分數表

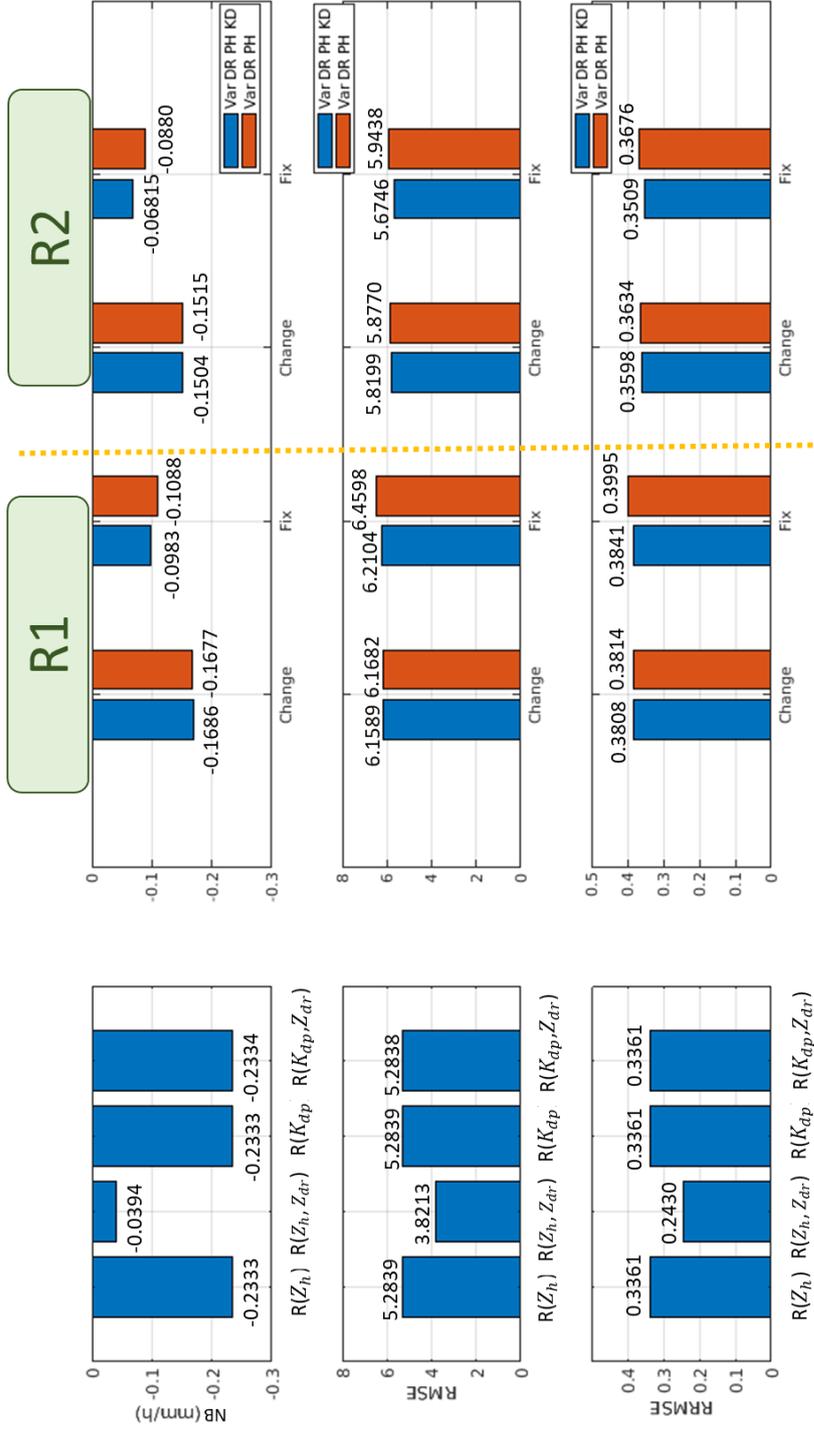
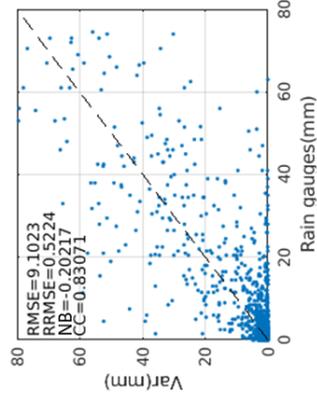


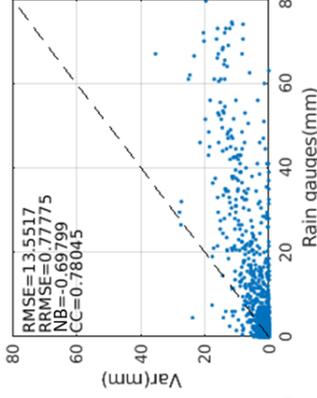
圖 4.2.2 RCWF 雷達變分實驗組與雷達關係式估算降雨之分數

Var_ZDR_PH

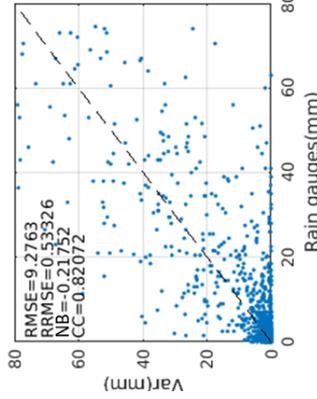
R2



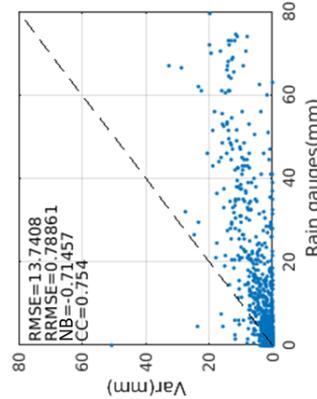
R1



R2



R1



Var_ZDR_PH_KDP

Change
Obs error

Fix
Obs error

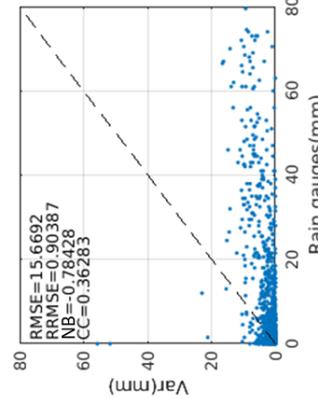
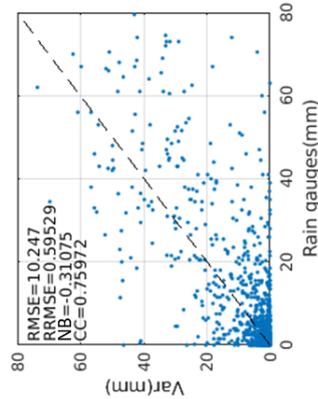
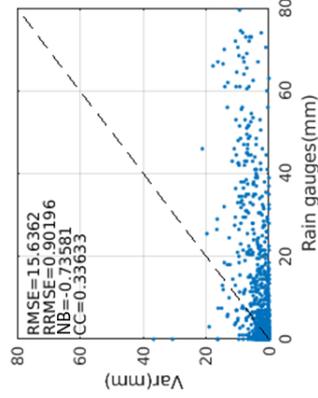
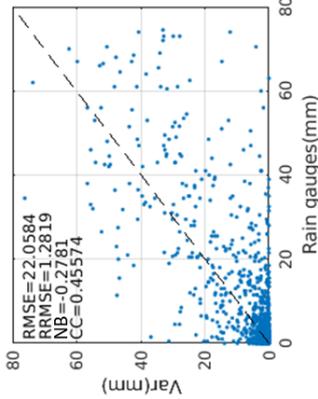


圖 4.2.3 梅雨個案 RCMD 雷達 8 組變分實驗各分數表現

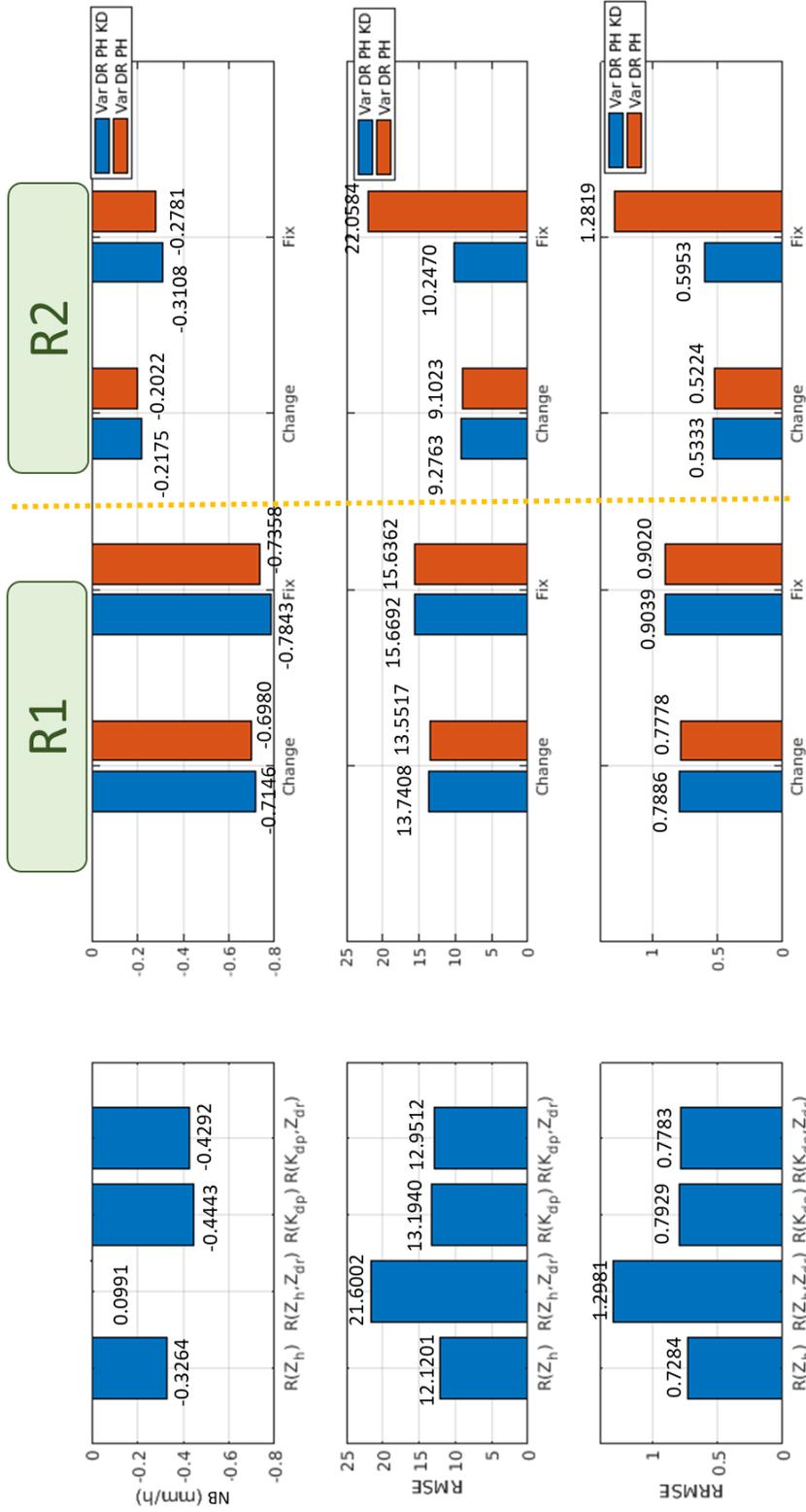


圖 4.2.4 RCMD 雷達變分實驗組與雷達關係式估算降雨之分數

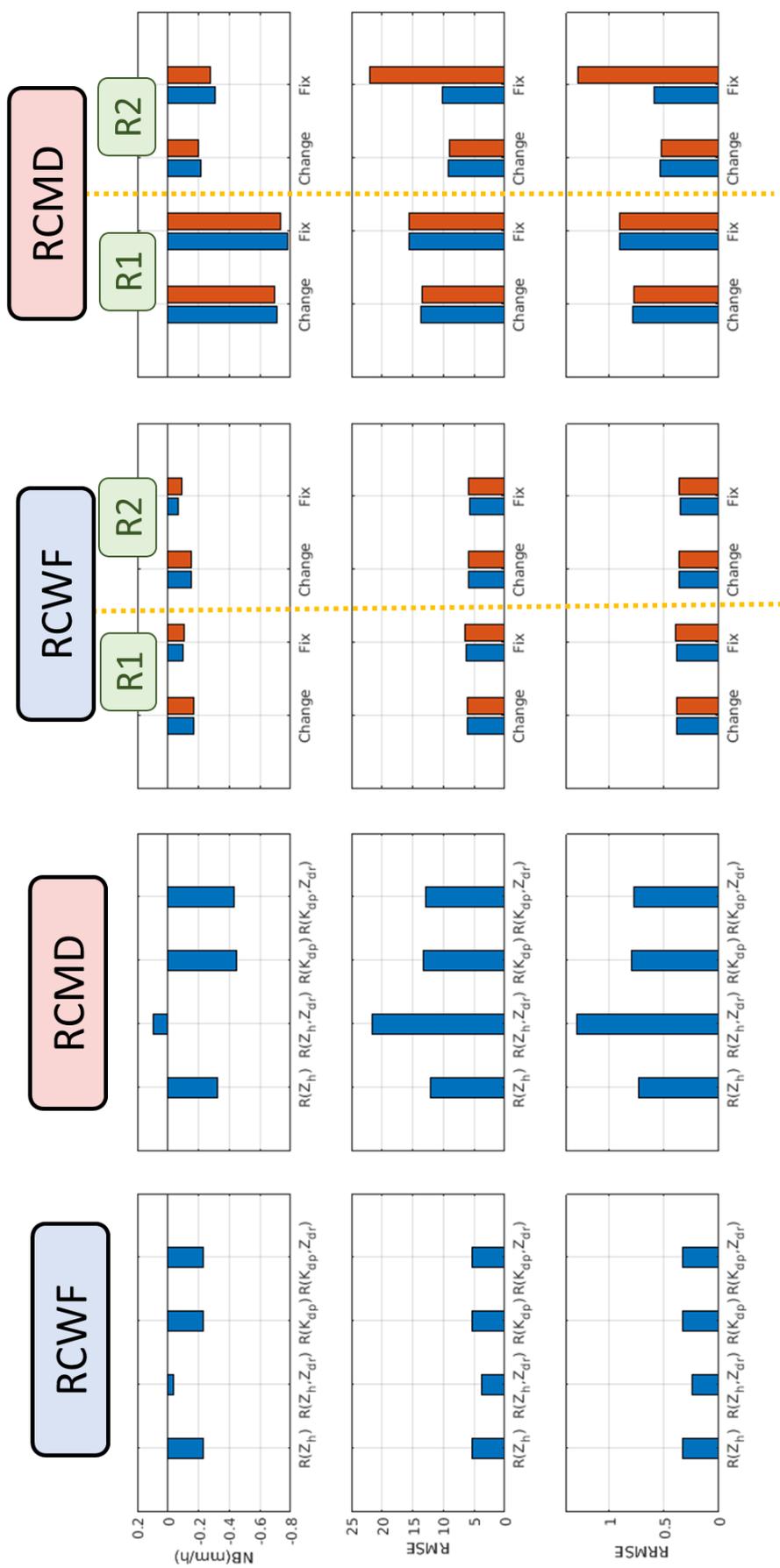


圖 4.2.5 梅雨個案 RCWF 與 RCMD 雷達降雨關係式與變分法估算降雨綜合比較

Var_ZDR_PH

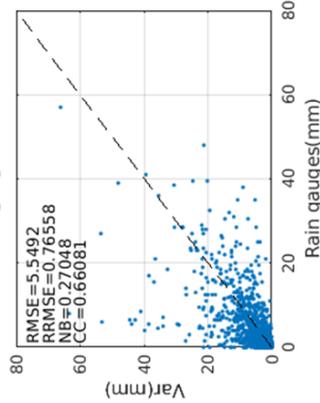
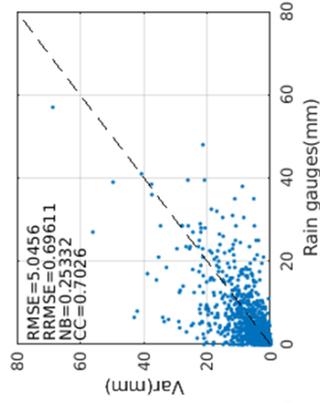
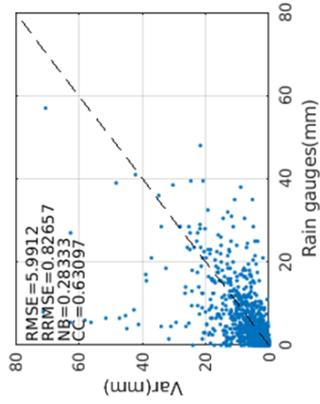
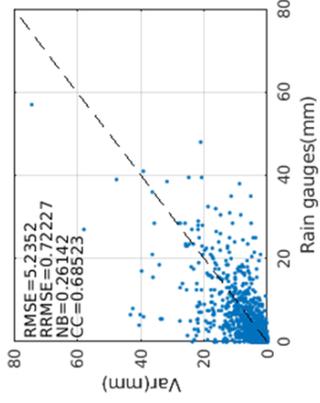
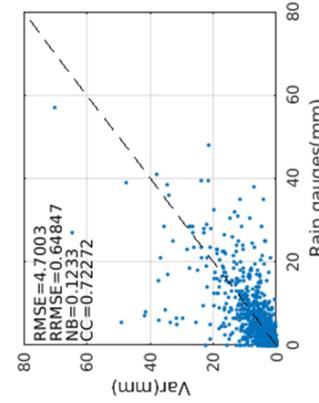
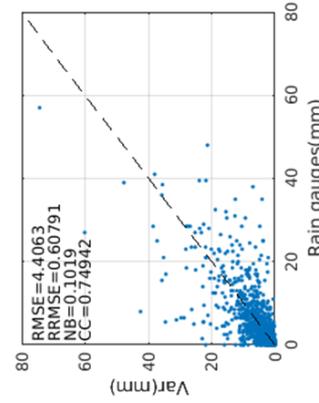
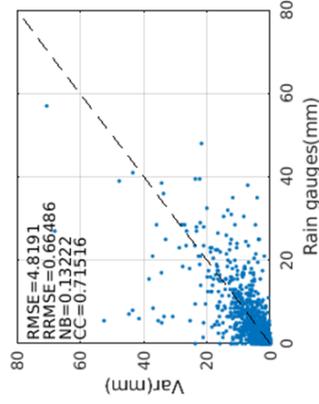
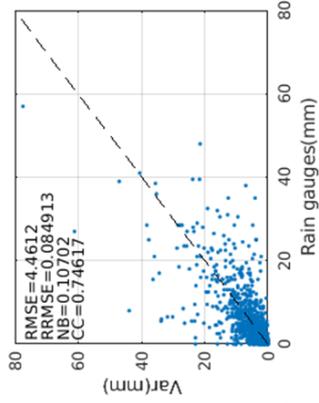
Var_ZDR_PH_KDP

R2

R1

R2

R1



Change
Obs error

Fix
Obs error

圖 4.2.6 颱風個案 RCWF 雷達 8 組變分實驗各分數表現

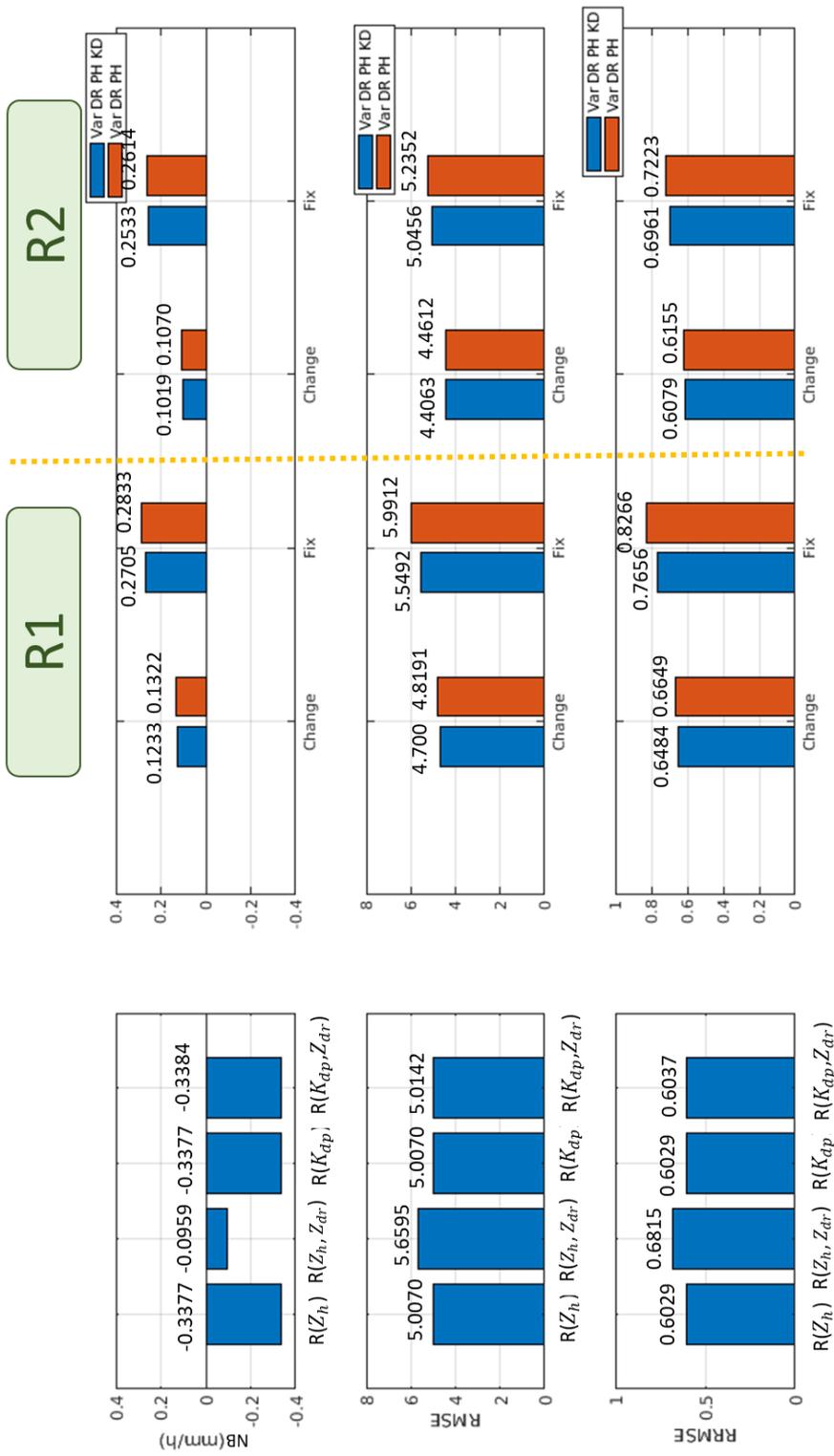


圖 4.2.7 颱風個案 RCWF 雷達變分實驗組與雷達關係式估算降雨之分數比較

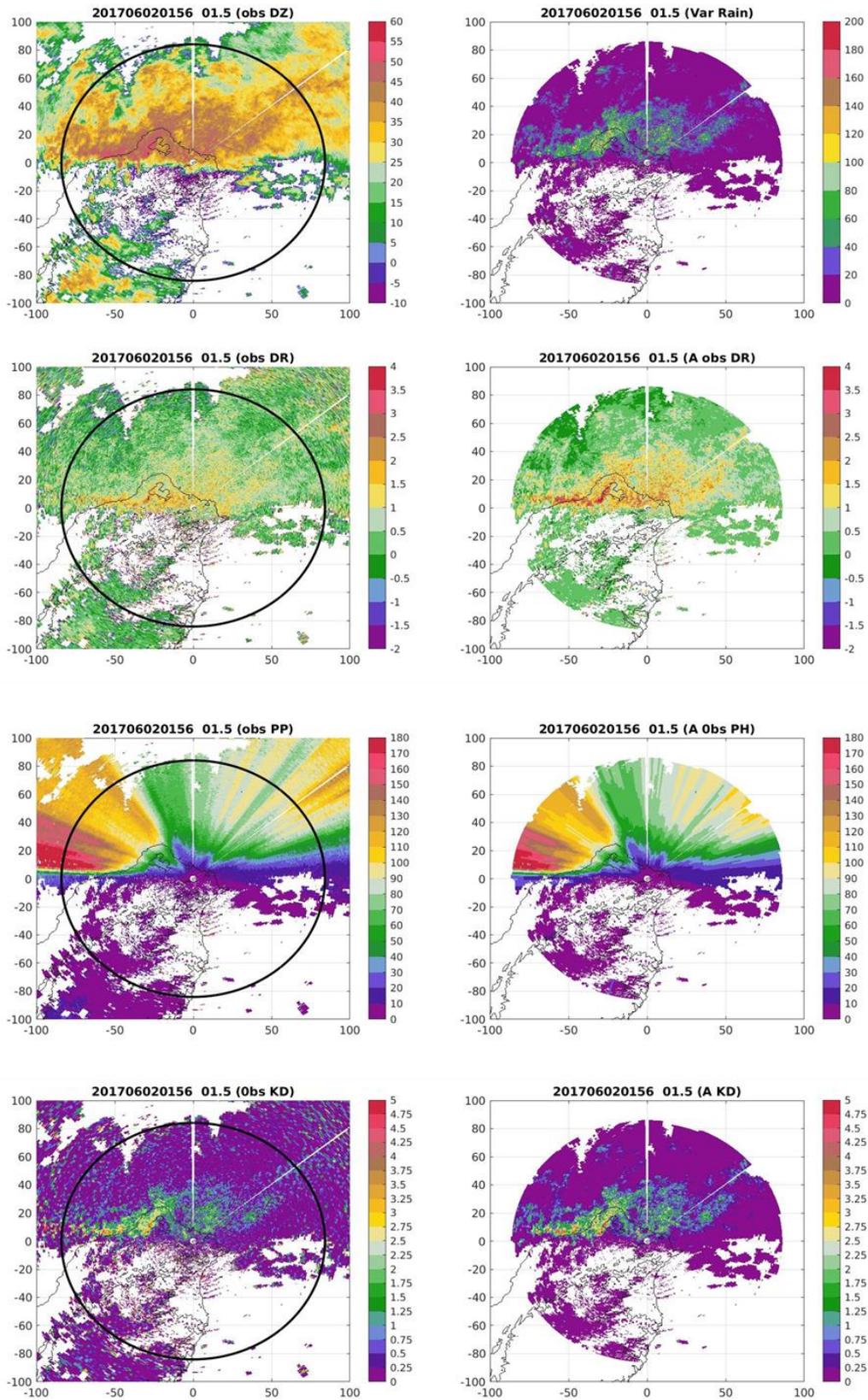


圖 4.3.1 梅雨個案 6 月 2 日 0156UTC 的觀測場與變分場之比較。左半部由上而下分別是 Z_h 、 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 、 K_{dp} 觀測場，黑圈為變分所使用的資料範圍；右半部由上而下分別為降雨量、 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 、 K_{dp} 變分場

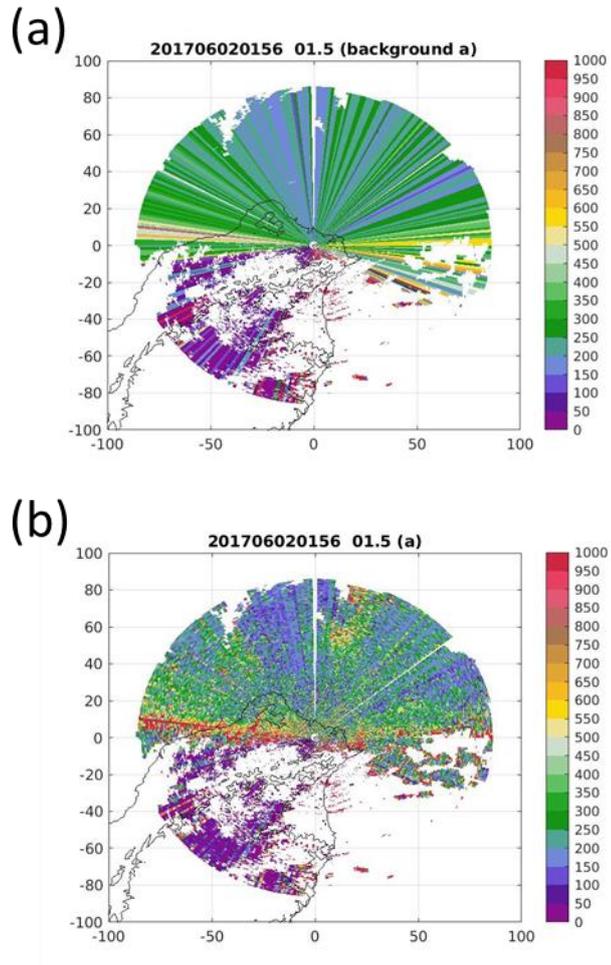


圖 4.3.2 (a)梅雨個案 6 月 2 日 0156UTC 係數 a 背景場 (b)變分後係數 a

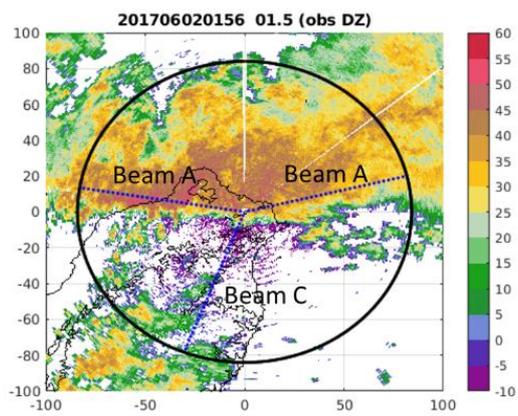


圖 4.3.3 梅雨個案波束 A、B、C 位置

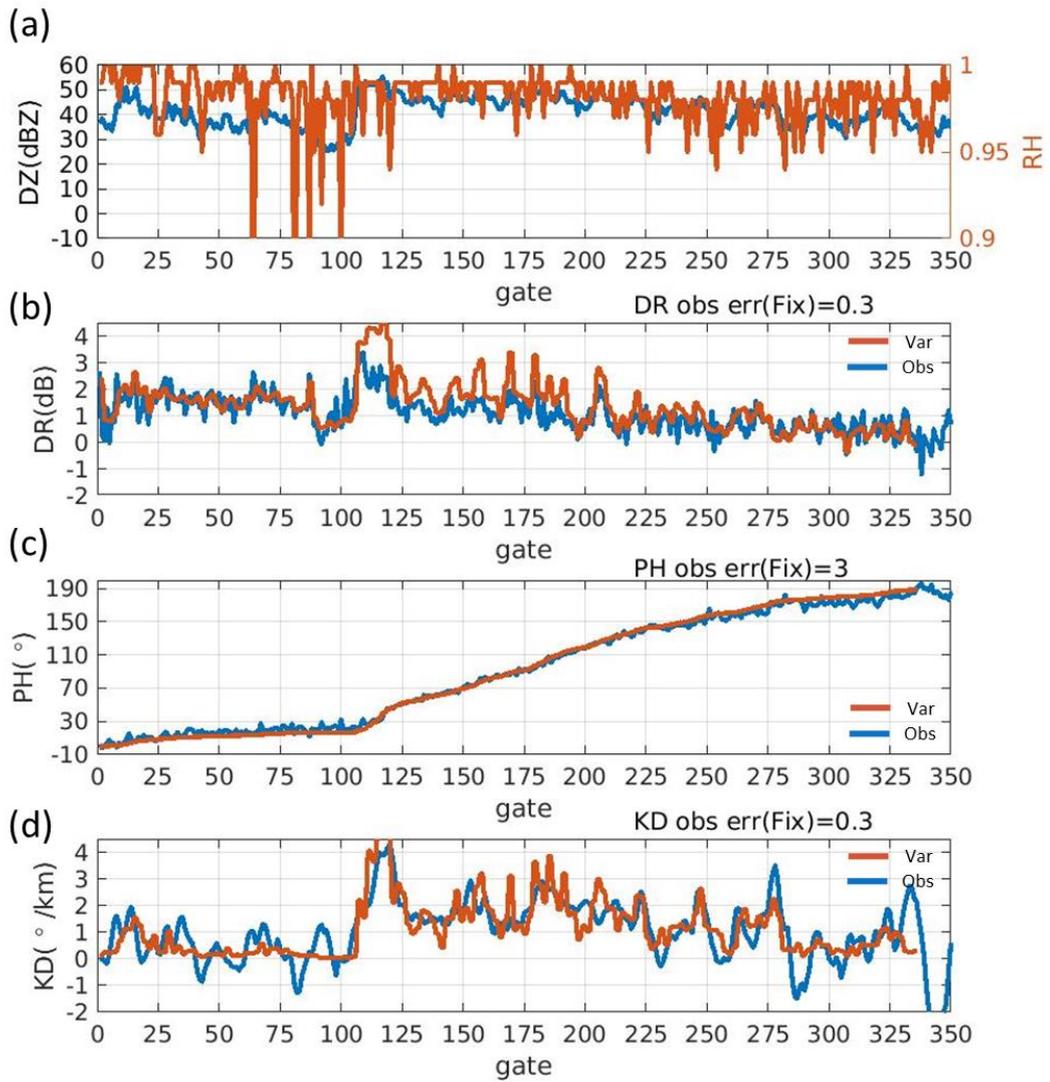


圖 4.3.4 梅雨個案，波束 A 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Z_h 、 ρ_{hv} 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 、 K_{dp} 觀測值及變分値

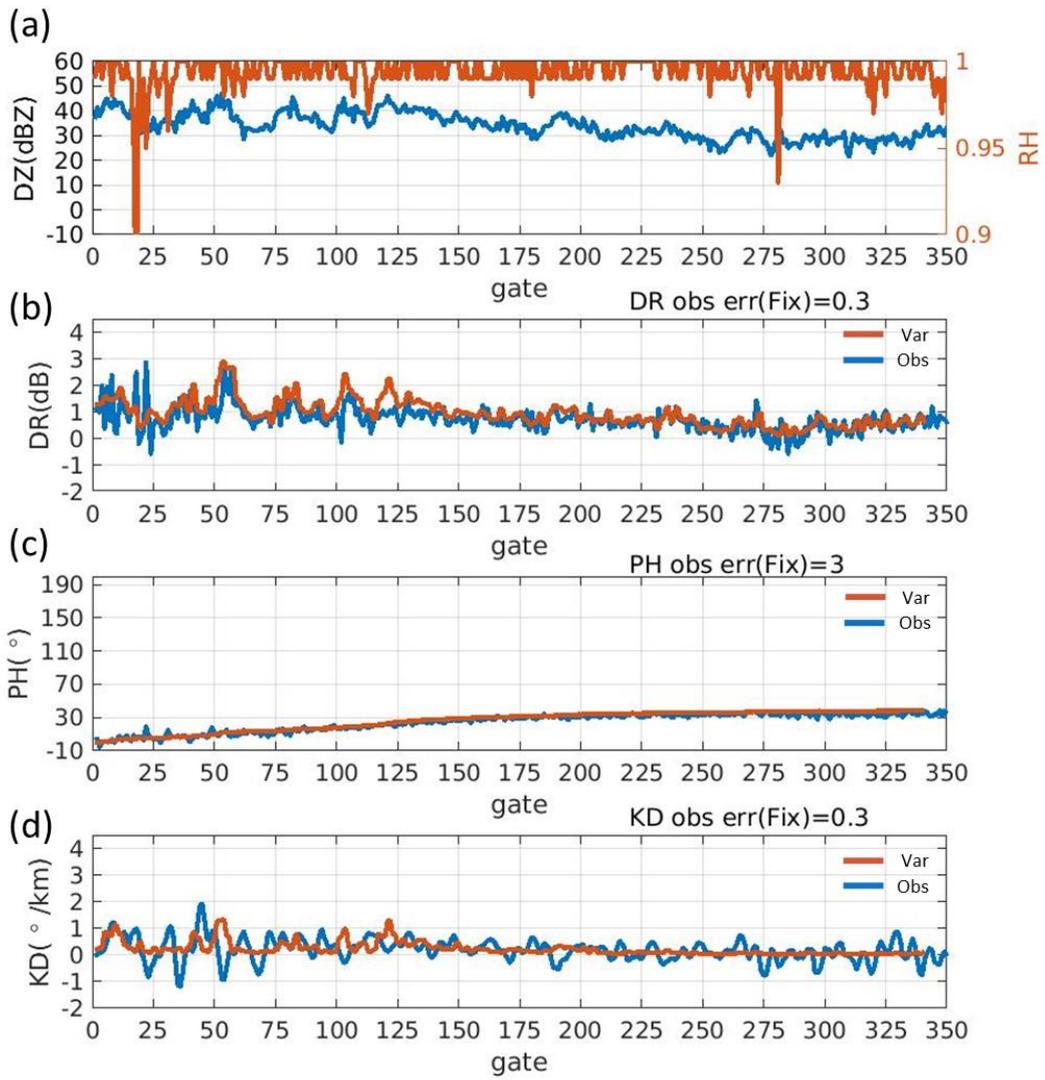


圖 4.3.5 梅雨個案，波束 B 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Z_h 、 ρ_{hv} 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 、 K_{dp} 觀測值及變分値

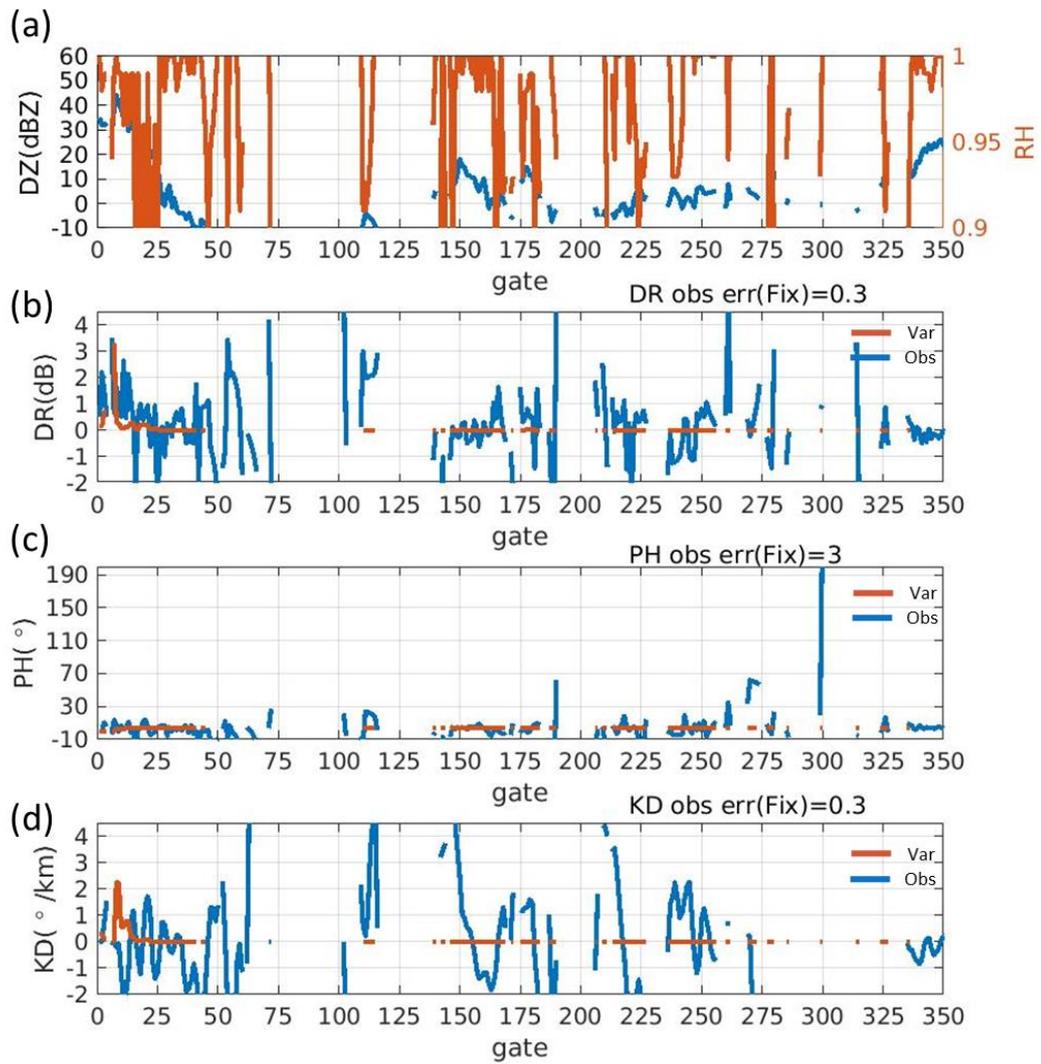


圖 4.3.6 梅雨個案，波束 C 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Z_h 、 ρ_{hv} 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 、 K_{dp} 觀測值及變分

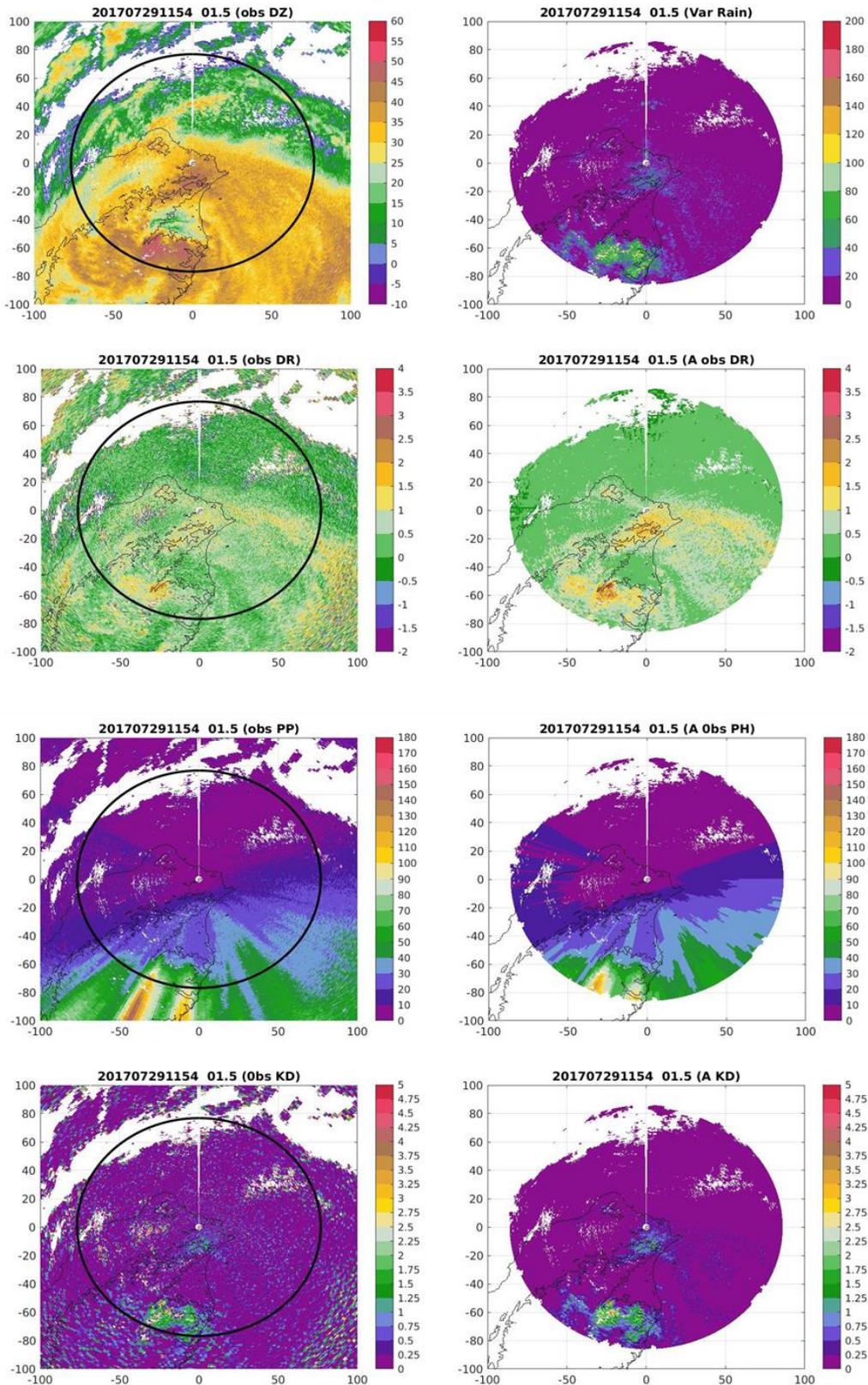


圖 4.3.7 颱風個案 7 月 29 日 1154UTC 的觀測場與變分場之比較。左半部由上而下分別是 Z_h 、 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 、 K_{dp} 觀測場，黑圈為變分所使用的資料範圍；右半部由上而下分別為降雨量、 Z_{dr} 、 Φ_{dp} 、 K_{dp} 變分場

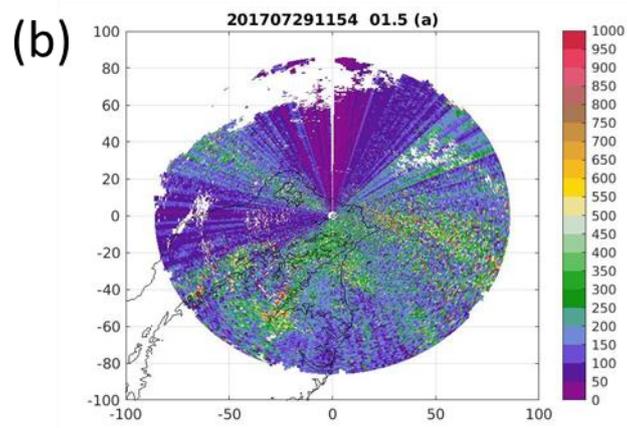
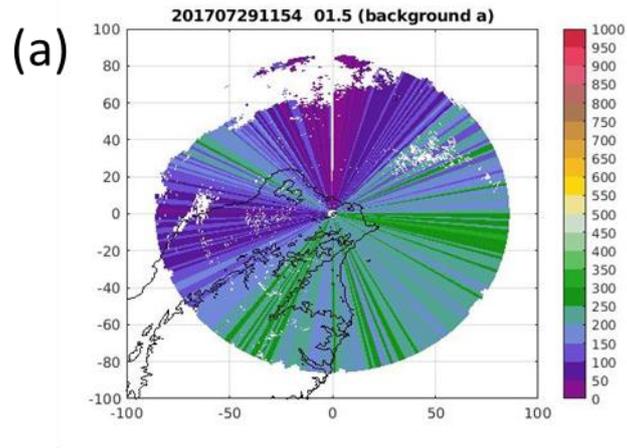


圖 4.3.8 (a)颱風個案 7 月 29 日 1154UTC 係數 a 背景場 (b)變分後係數 a

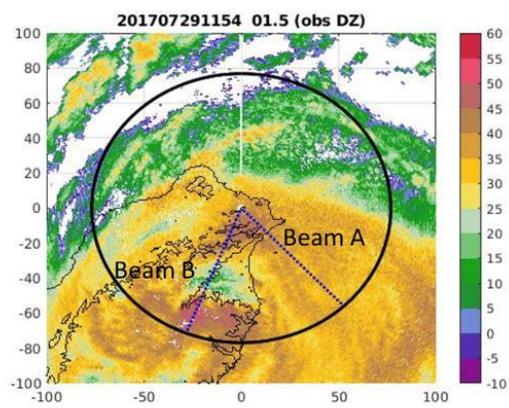


圖 4.3.9 颱風個案下波束 A、B 位置

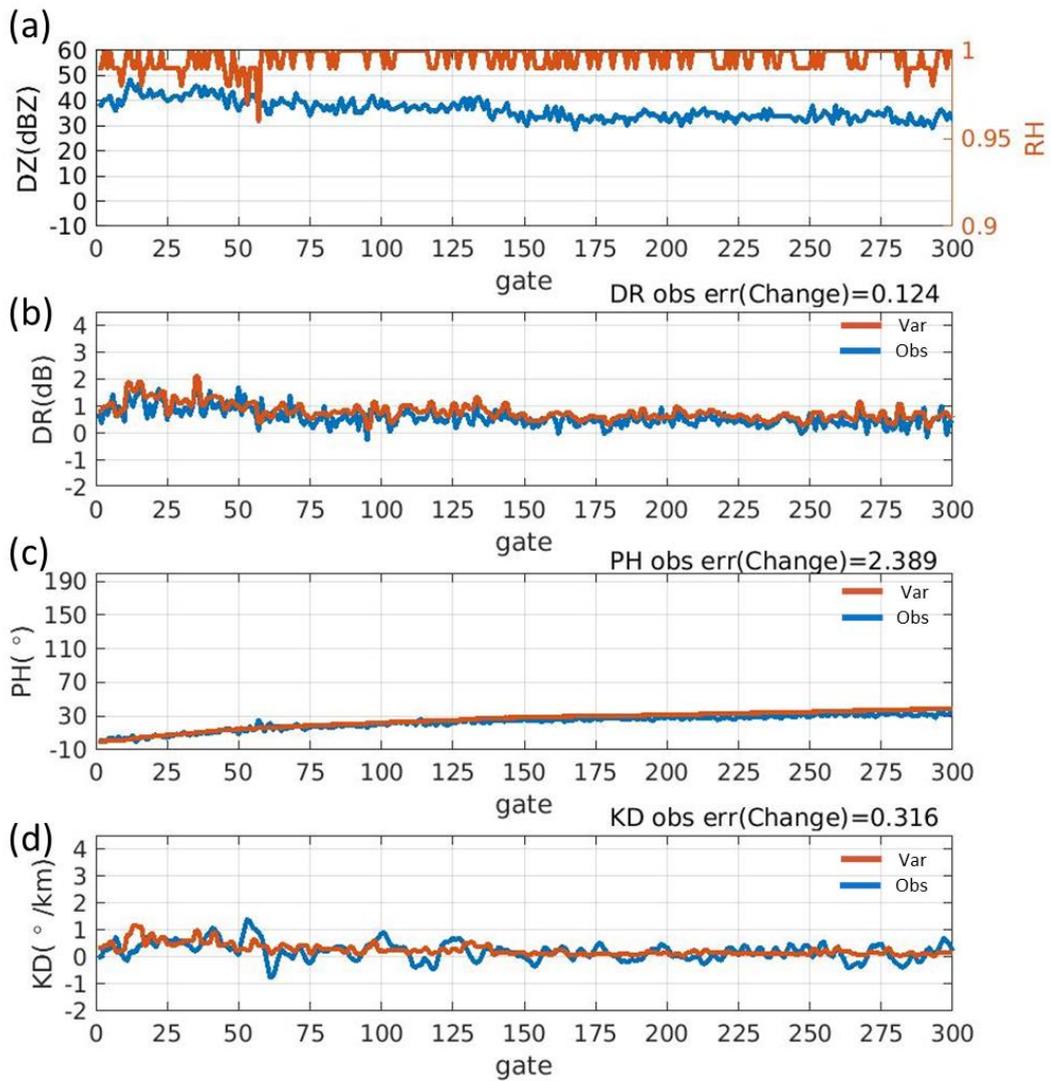


圖 4.3.10 颱風個案，波束 A 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Z_h 、 ρ_{hv} 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 、 K_{dp} 觀測值及變分

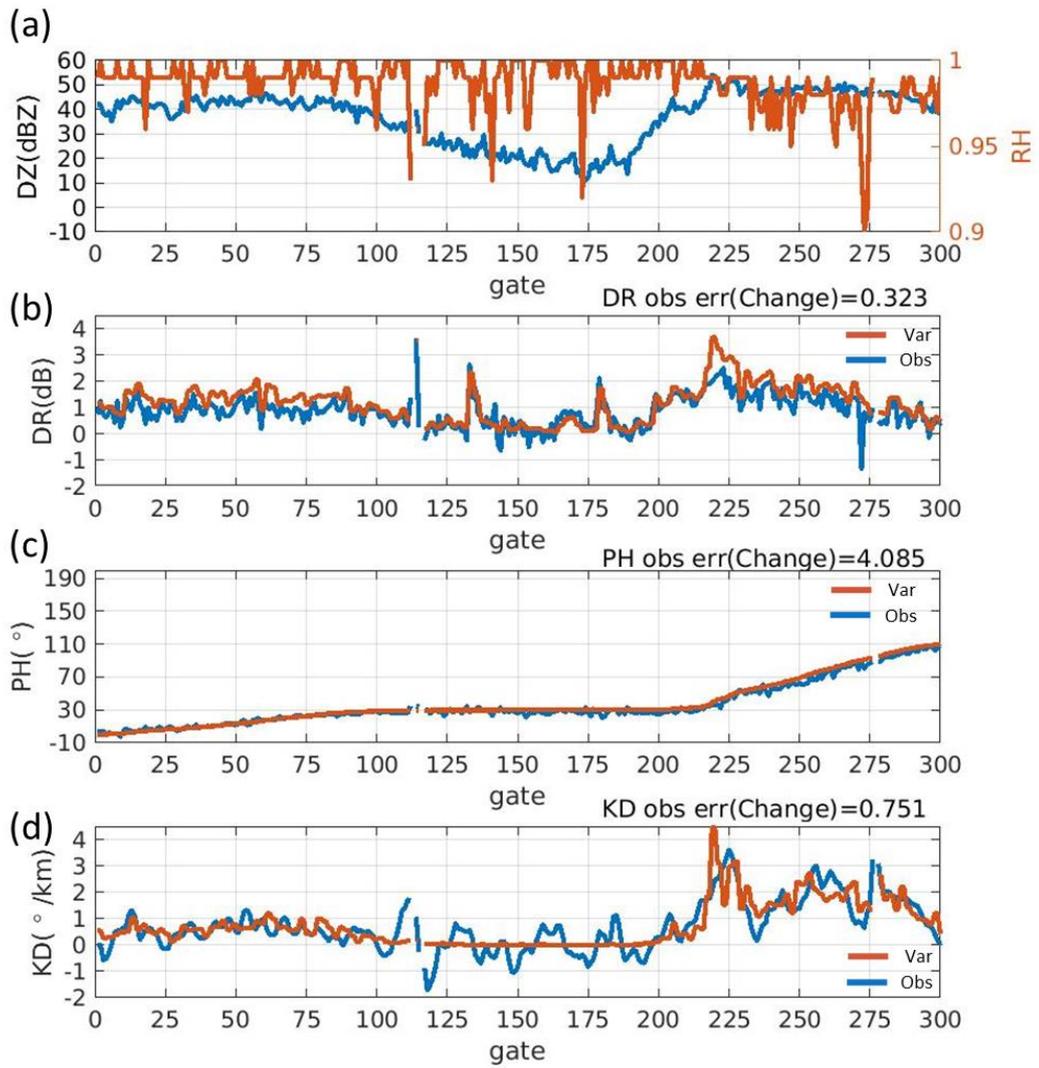


圖 4.3.11 颱風個案，波束 B 各參數場之比較。(a)藍線、橘線分別為 Z_h 、 ρ_{hv} 觀測值、(b)~(d) 藍線、橘線分別為 Z_{dr} 、 ϕ_{dp} 、 K_{dp} 觀測值及變分値

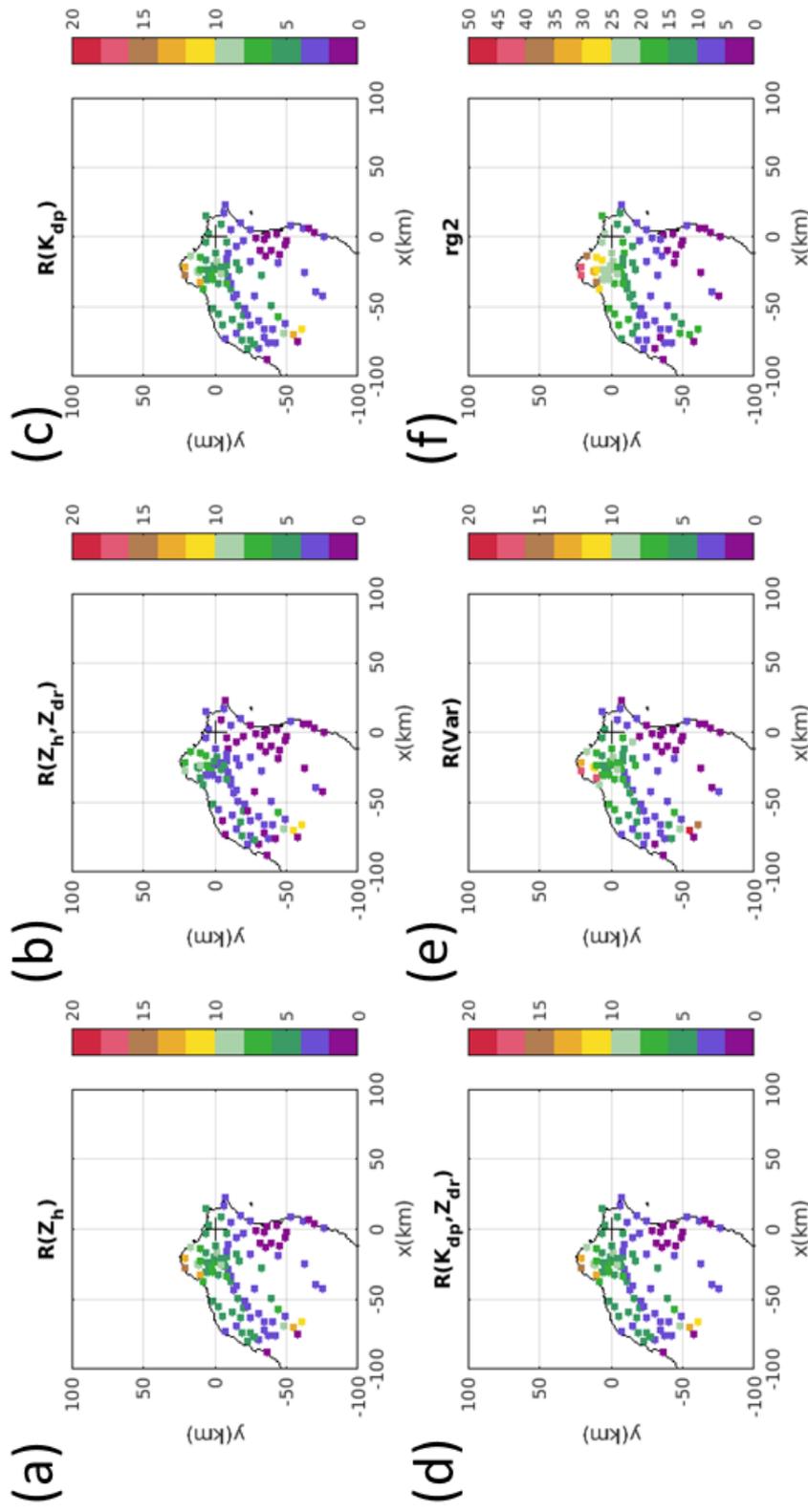


圖 4.4.1 梅雨個案各站點 RMSE 分數之空間分布。(a)-(d)分別為使用 $R(Z_h)$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 估算降雨之 RMSE、(e)為變分法估算降雨之 RMSE、(f)為各站點之 $rg2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N R_g^2 / N}$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小

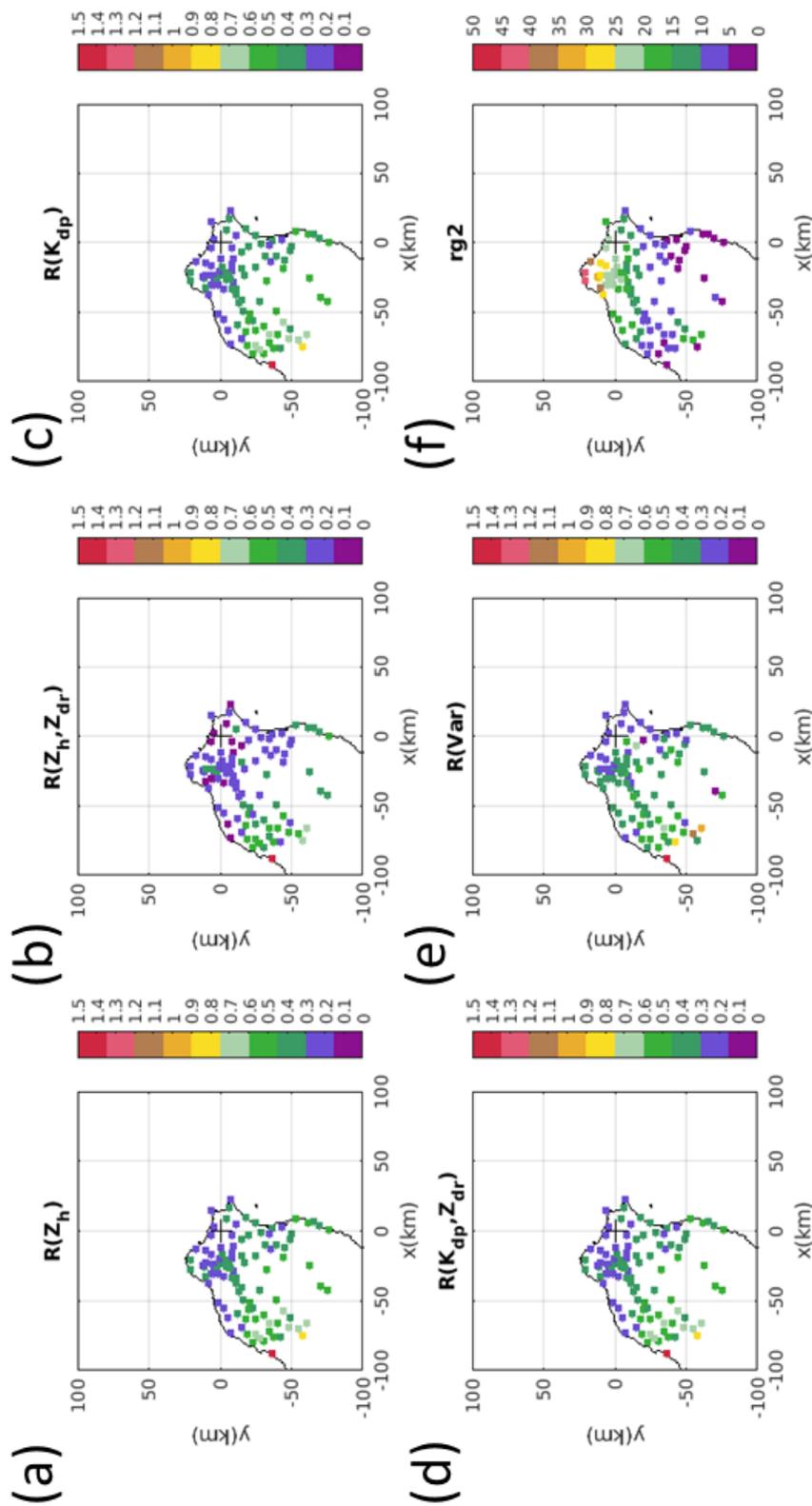


圖 4.4.2 梅雨個案各站點 RRMSE 分數之空間分布。(a)~(d)分別為使用 $R(Z_h)$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 估算降雨之 RRMSE、

(e) 為變分法估算降雨之 RRMSE、(f) 為各站點之 $rg2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N R_g^2 / N}$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小

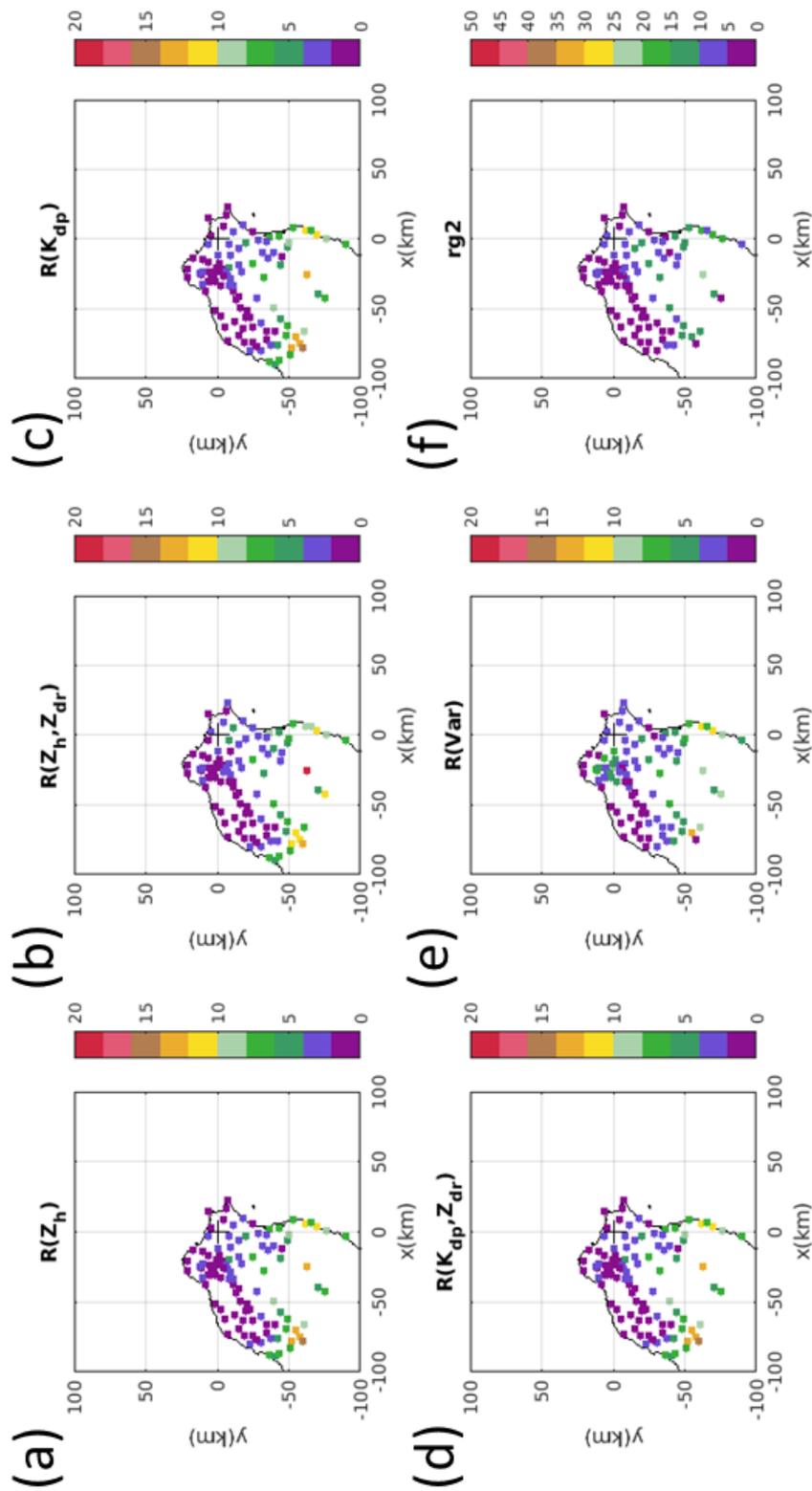


圖 4.4.3 颱風個案各站點 RMSE 分數之空間分布。(a)-(d)分別為使用 $R(Z_h)$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 估算降雨之 RMSE、(e) 為變分法估算降雨之 RMSE、(f) 為各站點之 $rg2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N R_g^2 / N}$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小

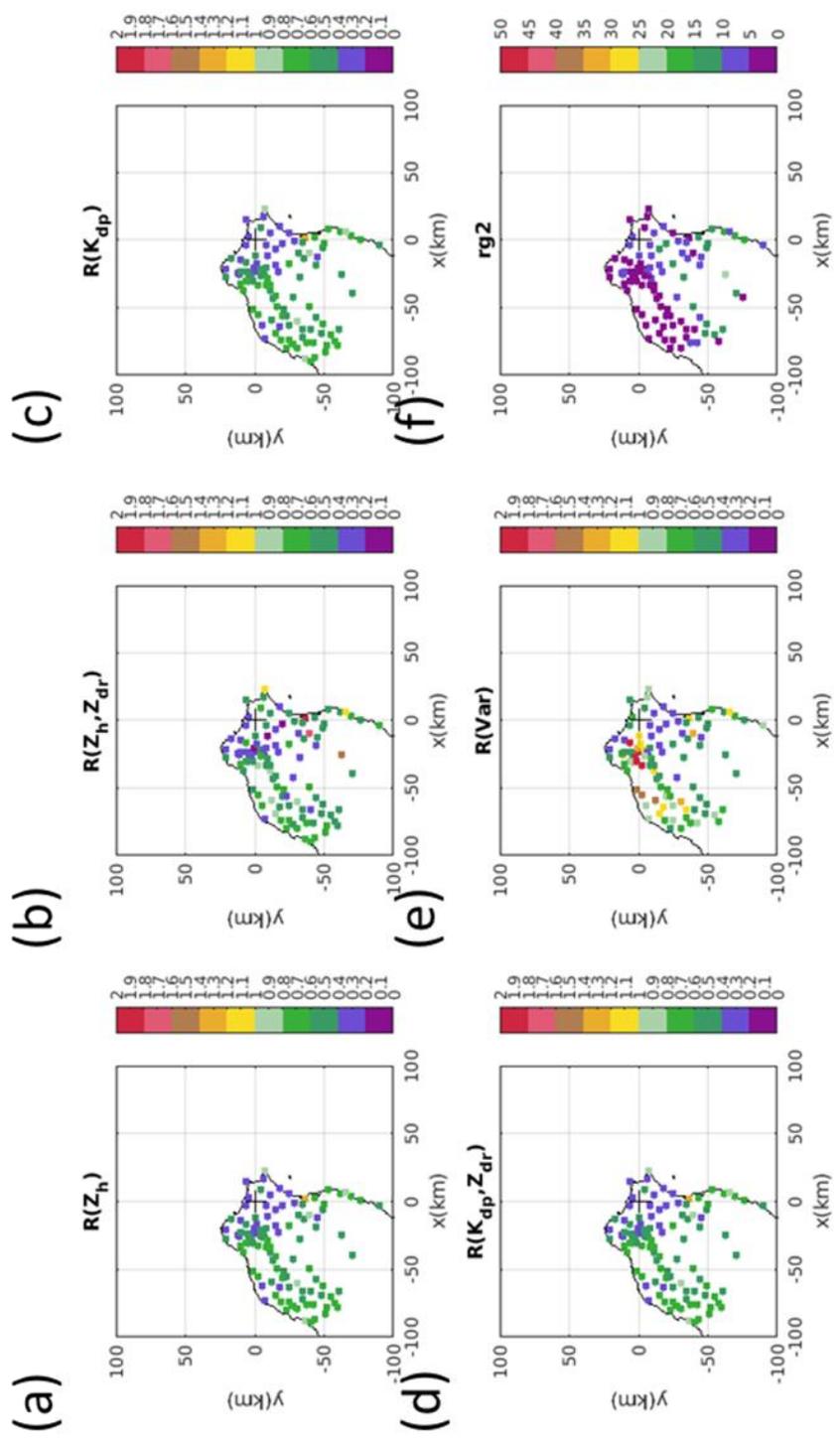


圖 4.4.4 颱風個案各站點 RRMSE 分數之空間分布。(a)~(d)分別為使用 $R(Z_h)$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 估算降雨之 RRMSE、(e)為變分法估算降雨之 RRMSE、(f)為各站點之 $rg2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N R_g^2 / N}$ ，可代表該站點在 24 小時下之總雨量相對大小

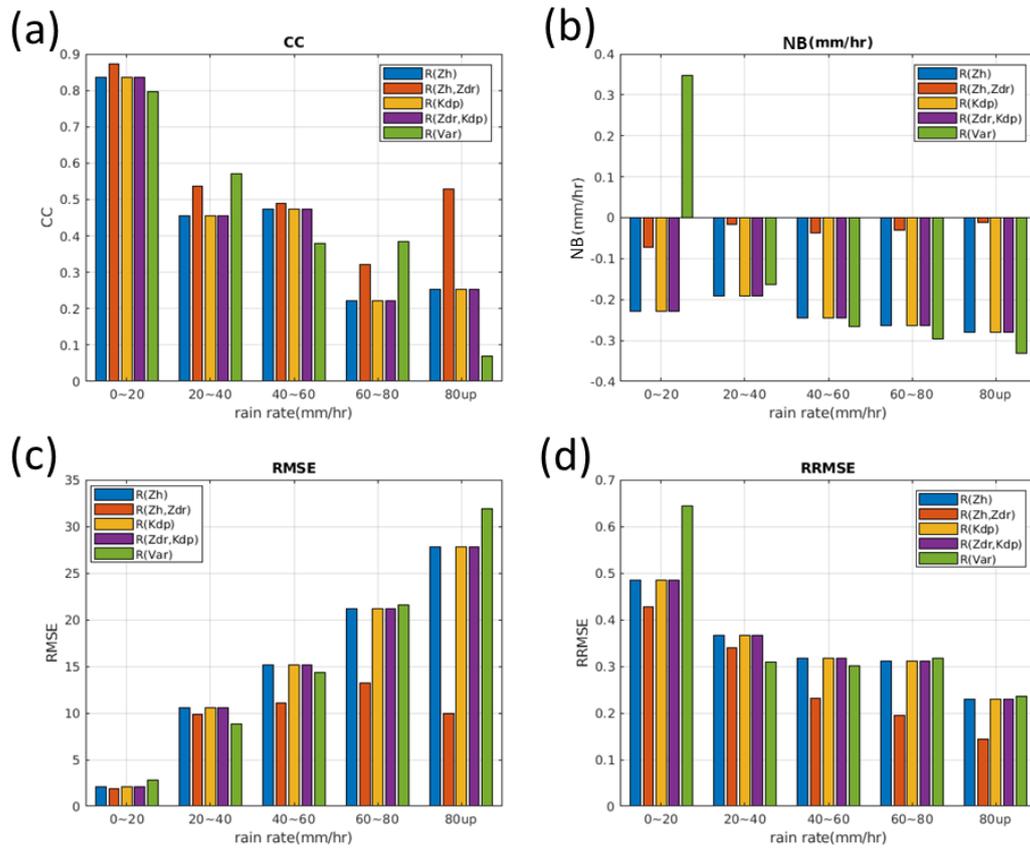


圖 4.5.1 RCWF 梅雨個案不同降水強度分析。(a)CC、(b)NB、(c)RMSE、(d)RRMSE，不同顏色長條圖分別對應 $R(Z_h)$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 及變分估算降雨分數

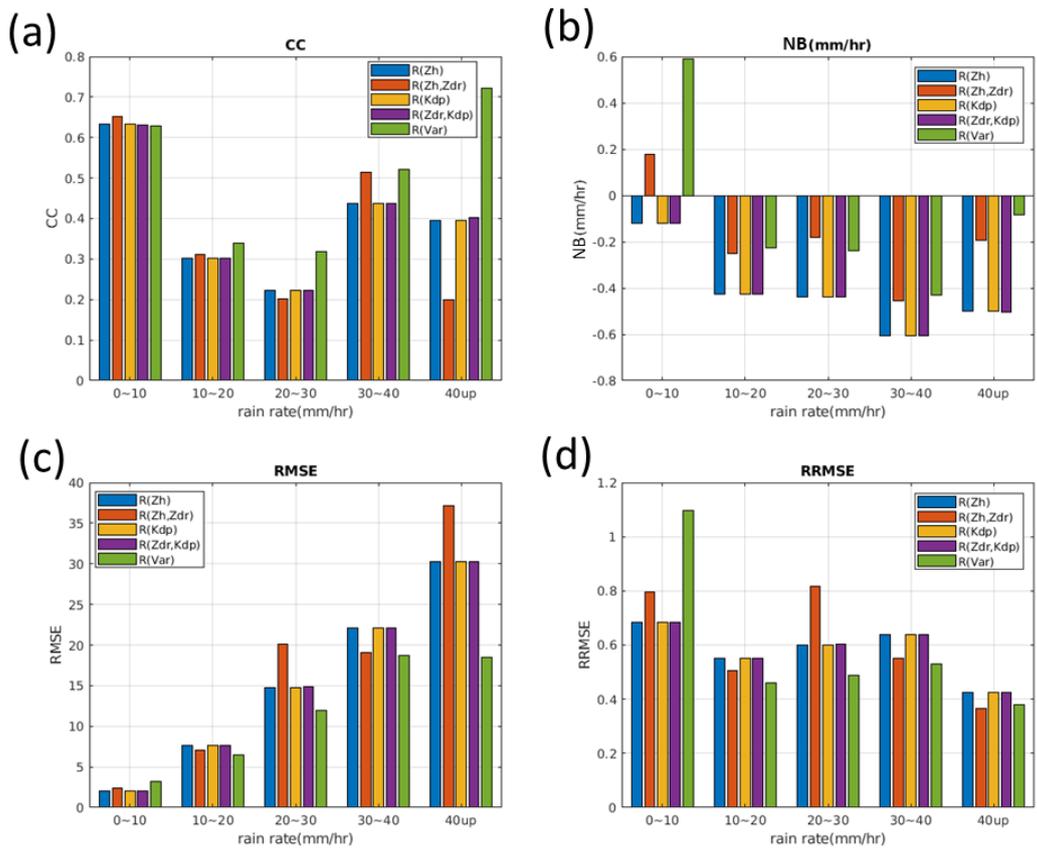


圖 4.5.2 RCWF 颱風個案不同降水強度分析。(a)CC、(b)NB、(c)RMSE、(d)RRMSE，不同顏色長條圖分別對應 $R(Z_h)$ 、 $R(Z_h, Z_{dr})$ 、 $R(K_{dp})$ 、 $R(K_{dp}, Z_{dr})$ 及變分估算降雨分數