

國立中央大學

大氣物理研究所

碩士論文

利用 VAD 技術及回波平流方程反演渦度場

研究生：李正紀

指導教授：廖宇慶 博士

中華民國九十一年七月



國立中央大學圖書館 碩博士論文授權書

(91 年 5 月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文與電子檔，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

同意 (立即開放)

同意 (一年後開放)，原因是：_____

同意 (二年後開放)，原因是：_____

不同意，原因是：_____

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟、網路或其它各種方法收錄、重製、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用。以提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名：李正紀

論文名稱：利用 VAD 技術及回波平流方程反演渦度場

指導教授姓名：廖宇慶

系所：大氣物理 所 博士 碩士班

學號：89621018

日期：民國 91 年 7 月 16 日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

摘要

傳統之 VAD (Velocity Azimuth Display) 分析方法只能估計風向 (Wind direction)、風速 (Wind speed)、輻合/輻散 (Divergencg) 以及變形場 (Deformation) 之垂直剖面。本研究利用 VAD 分析技術的產品，以及一個回波保守方程，來估計原有 VAD 方法無法計算的渦度場 (Vorticity)。

首先，使用數值模擬資料，由一個理想的 Rankine Vortex 來檢驗本方法的可行性。模擬方式是將 Vortex 放在與雷達不同距離的位置上，以模擬真實颱風在接近時與雷達的相對位置。在理想個案的模擬中吾人經由比較理論值與反演值的結果可看出本方法在定量及定性上的估計均有相當不錯的精確度。

本研究嘗試將此方法應用在 2001 年 9 月 16 日納莉颱風的個案上，以五分山雷達的觀測資料對環流場做分析。分析結果與雙雷達合成之結果相吻合。

致謝

光陰似箭，歲月如梭，兩年的碩士班生涯，即將接近尾深。在這段說長不長說短也不短的兩年中，我過的非常充實，老師所給予的學習及休閒空間皆有很大的彈性，使我無論在課業上及休閒上有均衡的發展。在這段期間除了大氣科學方面的知識外，我覺得收穫最大的是我見識到一個做研究該有的態度，在我腦海裡常浮現一句話：「我不知道我要到哪裡去？我已經上路了，盲目但積極」，我想這兩年將會是人生的一個轉折點。由衷的感謝我的老闆廖宇慶老師在這段期間的栽培與關心，無論是課業上、生活上以及休閒娛樂上皆為無微不至。同時感謝陳台琦老師在課業上的指點及生活上的關懷。另外，也感謝口試委員周仲島老師與鄧仁星先生對本論文的指導與建議，鍾高陞學長在各個方面的協助，使本論文更加完整。

校園生活中最不可獲缺的就是朋友，感謝我身旁為我打氣加油、噓寒問暖、冷嘲熱諷的同學們，讓我面對一次次的劇烈天氣都能輕易的播開烏雲見青天。除此之外，家人及女友在背後默默的支持與鼓勵，更讓我倍感溫馨。

要感謝的人實在太多了，最後再次的謝謝曾經關心我、指導我、鼓勵我的老師、家人及朋友，謝謝你們，希望我的表現沒讓你們失望。

目錄

摘要	i
致謝	ii
目錄	iii
圖表說明	iv
第一章 前言	1
1-1 研究動機	1
1-2 文獻回顧	1
1-3 研究方向	4
第二章 反演方法	5
2-1 VAD 技術	5
2-2 渦度估計	9
第三章 數值模式的驗證	12
3-1 數值平流模式的精度	12
3-2 反演與模擬結果的比較	14
第四章 真實個案分析	18
4-1 資料來源與處理	18
4-2 真實個案的反演結果	20
第五章 結論與展望	22
5-1 結論	22
5-2 展望	22
附錄A 雷達資料處理流程表	24
附錄B 反演方法流程表(模擬部分 真實個案部分)	25
附錄C 渦度場理論值的驗證	26
參考文獻	32
附表及附圖	35

圖表說明

圖 2-1 VAD 方法幾何關係圖(摘自 : Browning and Wexler, 1968)

圖 2-2 VAD 譜和分析圖(摘自 : Browning and Wexler, 1968)

圖 2-3 相對均方根誤差出現極小值的情況

圖 3-1 Lax Wendroff Scheme 的時空網格(摘自 : Mesinger and Arakawa, 1976)

圖 3-2 當 $\Delta t = 1$ 時渦度場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-3 當 $\Delta t = 1$ 時徑向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-4 當 $\Delta t = 1$ 時切向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-5 當 $\Delta t = 1$ 時平流 6 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-6 當 $\Delta t = 1$ 時平流 3 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-7 當 $\Delta t = 1$ 時平流 1 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-8 當 $\Delta t = 2$ 時渦度場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-9 當 $\Delta t = 2$ 時徑向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-10 當 $\Delta t = 2$ 時切向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-11 當 $\Delta t = 2$ 時平流 6 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-12 當 $\Delta t = 2$ 時平流 3 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-13 當 $\Delta t = 2$ 時平流 1 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-14 當 $\Delta t = 3$ 時渦度場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-15 當 $\Delta t = 3$ 時徑向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-16 當 $\Delta t = 3$ 時切向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

圖 3-17 當 $\Delta t = 3$ 時平流 6 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-18 當 $\Delta t = 3$ 時平流 3 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-19 當 $\Delta t = 3$ 時平流 1 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

圖 3-20 模擬實驗之初始回波場

圖 3-21a $t=1$ 時的理想颱風風場分佈

圖 3-21b 利用理想颱風風場平流 1 分鐘後的回波場

圖 3-22a 利用最佳渦度猜值重建之風場

圖 3-22b 利用重建之風場風場平流 1 分鐘後的回波場

圖 4-1 徑向風隨方位角分佈的原始觀測資料

圖 4-2 將圖 4-1 資料做除錯後徑向風隨方位角分佈圖

圖 4-3 將圖 4-2 資料做平滑後徑向風隨方位角分佈圖

圖 4-4 同一範圍不同仰角所對應的高度示意圖

圖 4-5a 修補前之回波圖

圖 4-5b 修補後之回波圖

圖 4-6 2001 年 9 月 16 日 18:23LST~18:46LST 之垂直渦度場

圖 4-7 2001 年 1829LST~1958LST 每 30 分鐘一筆資料

圖 4-8a 低仰角所觀測之回波場有資料不足的現象

圖 4-8b 高仰角所觀測之回波場有資料缺乏的現象

圖 4-9 RASTA 分析區域與雷達掃描範圍示意圖

圖 4-10 RASTA 分析區域與風場分佈之示意圖

圖 4-11 2001 年 9 月 16 日 18:30LST RASTA 分析之垂直渦度場。求取之渦度值為一水平面積之平均值。面積大小如右上角所示。

表 4-1 在一固定範圍內對應不同仰角所得到的高度分佈(真實資料所計算出的高度)

表 4-2 在一固定範圍內對應不同仰角所得到的高度分佈(模式反演時所代入的高度)

表 4-3 2001 年 9 月 16 日 18:23LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

表 4-4 2001 年 9 月 16 日 18:29LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

表 4-5 2001 年 9 月 16 日 18:34LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

表 4-6 2001 年 9 月 16 日 18:40LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

表 4-7 2001 年 9 月 16 日 18:46LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

第一章 前言

1-1 研究動機

VAD(Velocity Azimuth Display)分析方法在 1960 年代由雷達氣象界發展出來 (Lhemitte and Atlas, 1961; Browning and Wexler, 1968)。這個方法使用傅利葉級數展開分析某一固定仰角及距離上的徑向風觀測資料，其結果可以提供某一固定高度層上，風場運動特性的參數，其中包括風向風速(u, v, w)、水平輻合輻散場($\partial u/\partial x + \partial v/\partial y$)、伸展變形場($\partial u/\partial x - \partial v/\partial y$) 以及風切變形場($\partial v/\partial x + \partial u/\partial y$)的資訊。然而另一個流體結構上重要的參數，即渦度場($\partial v/\partial x - \partial u/\partial y$)，卻無法由 VAD 分析方法求得。Lu et al.(1996) 提出結合回波保守方程的 VAD 技術，進而求出渦度場，本研究嘗試將此方法應用在颱風風場結構的分析上。

1-2 文獻回顧

Probert-Jones(1960)首先提出如何使用都卜勒雷達來求取水平風。Lhemitte and Atlas(1961)則更加詳細的描述如何使用都卜勒雷達來求得寬廣降水區中各個高度的風速風向以及質點落速。所謂 VAD 方法，即是在一廣大的降水區域內利用單都卜勒雷達以一固定的仰角及距離，雷達的波束對垂直軸做 360 度的旋轉，這種觀測方式可以得到掃描圈上徑向速度與方位角的關係。Browning and Wexler (1968) 則利用 VAD 技術對風場運動特性做諧和分析，由零階諧和項(Zeroth harmonic)的大小可估計輻合輻散場；由一階諧和項(First harmonic)的振幅和相位可計算風速和風向；由二階諧和項(Second harmonic)

的振幅和相位可計算求得變形場及伸展軸方向。而 VAD 方法的準確性會受到兩個因素的影響，(1)：質點的落速在水平分佈上是非均勻的；(2)：垂直風切太大。雖然以上兩項限制會影響到 VAD 方法的準確度，但是這些誤差皆可藉由選取適當的仰角及範圍降到最低。Johnston(1984)認為 VAD 方法的主要限制之一是在所分析範圍內測得的徑向風速需要均勻分佈，但實際上雷達的觀測並不一定會有完整的資料，如：沒有回波的地方雷達就觀測不到徑向風，所以在某些方位角上的徑向風會有洞(gap)出現。為了因應這種情況，本研究使用最小平方法來分析。Scialom and Testud (1986)提出 DVAD(Double VAD)方法，即利用兩個都卜勒雷達以 VAD 方法對層狀降水區做觀測，並反演水平渦度場與中尺度垂直渦度。Srivastava and Matejka (1986)將 VAD 方法做改良，即 EVAD(Extend VAD)方法，並假設在某一極小高度區間下，可以令輻合輻散場及徑向風為常數，使原本由傅利葉係數可求得的輻合輻散場不再受低仰角的限制。

由單都卜勒雷達所觀測到的資料已經發展出許多反演風場的方法。當然，每種方法不外乎有一些特定的假設，而大多數的方法都是假設風場在空間中是呈線性變化的，且假設風場在雷達掃描期間不隨時間改變。如：Browning and Wexler(1968) VAD；Waldteufel and Corbin(1979) VVP(Volume Velocity Processing)；Koscielny et. al. (1982) MVVP (Modified VVP)；Srivastava and Matejka.(1986) EVAD(Extended VAD)等，都是利用線性的假設。Caya and Zawadzki (1992) 提出 VAD 非線性風場的分析，並嘗試改善傳統 VAD 方法的準確度。在國內 VAD 方法已普遍使用在許多實際天氣個案的分析上，如：張(1992)利用此方法分析梅雨鋒面的雨帶結構；楊與魏利用此方法做鋒面的即時觀測(1990)等。

回波保守，這個假設也經常被應用於雷達技術上，如： Qiu and Xu(1992)；Zhang and Gal -Chen(1996)；Liou(1999)；張(1999)；等。由於真實大氣中的回波除了受到平流效應的影響之外，還會受到其他因素的影響而消長，如蒸發、凝結、降水等微物理過程，都會影響到回波的消長，我們稱源(Source)與匯(Sink)的變化，但是吾人假設這種消長的效應在短時間之內變化不大，也就是回波的源和匯變化很小，以至於將它忽略。

Lee et al. (1995) 提出一個利用風場垂直剖面的觀測網並結合渦度方程估計大尺度輻合輻散場及渦度場的方法 而 Lu et al. (1996) 則提出，利用 VAD 技術中風呈線性變化的假設，以及回波保守方程估計渦度場，此方法在估計大尺度渦度上有不錯的結果，且在回波保守方程中忽略微物理學源與匯的效應，對於大尺度渦度的估計上並不會有太大的影響。本研究即採用此方法，並將其應用在颱風風場結構的分析上。吾人先使用理想的 Rankine Vortex 模擬颱風環流，並利用此一風場測試模式的準確度，最後再將其應用在真實的颱風個案上。在個案分析中吾人將本方法的結果與鄧(2000)所發展之 RASTA(Radar Analysis System for Taiwan Area)軟體做出的雙都卜勒風場合成結果比對。

1-3 研究方向

本研究中，吾人先將重點放在模擬的部分，並將模擬結果做為本方法精確度及可行性的依據。而在平流模式部分，吾人利用二維波的數值解及解析解來做平流模式誤差大小的精度測試，渦度場及輻合輻散場的理論值部分則是從理想的風場結構推導而來並做為對照值。模擬實驗則是將一理想颱風置於距離雷達若干距離外，分別測試不同的

位置、不同的渦度結構以及不同的平流時間(假設雷達可以做更快速的掃描)，希望藉此能對本方法在面對複雜的颱風型態所得到的結果有更多的瞭解。本研究真實個案部分是使用五分山雷達站的觀測資料，資料時間為 2001 年 9 月 16 日(即為納莉颱風)。

第二章 反演方法

2-1 VAD 技術

本文中的 VAD 方法是摘自 Browning and Wexler (1968)。VAD 風場的幾何關係如圖(2-1)，由圖(2-1)的幾何關係可推導出徑向風、仰角、方位角及風速的關係式如下：

$$\begin{aligned} V_R(\mathbf{b}) &= V_h \cos(\mathbf{b} - \mathbf{q}) \cos \mathbf{a} - V_f \sin \mathbf{a} \\ &= u \cos \mathbf{b} \cos \mathbf{a} + v \sin \mathbf{b} \cos \mathbf{a} - V_f \sin \mathbf{a} \end{aligned} \quad (2-1)$$

其中：

V_h ：水平風速

V_f ：垂直落速

V_r ：徑向風

q ：水平風向

b ：方位角

a ：雷達天線仰角

R ：雷達位置到掃描範圍的徑向距離

r ：雷達位置到掃描範圍的水平距離

假設水平風速分量 u, v 呈線性變化時，可以對掃描範圍的中心值做泰勒展開得到風速在 x, y 平面上的分佈。

$$\begin{aligned}
u(x, y) &= u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} x + \frac{\partial u}{\partial y} y \\
v(x, y) &= v_0 + \frac{\partial v}{\partial x} x + \frac{\partial v}{\partial y} y
\end{aligned}
\tag{2-2}$$

由圖(2-1)知 $x = r \cos \mathbf{b}$, $y = r \sin \mathbf{b}$, 且下降速度為水平均勻分布 , 即 $V_f = V_{f0}$ 。將以上 u, v, x, y 帶入(2-1)式可得 :

$$\begin{aligned}
V_R(\mathbf{b}) &= -\frac{1}{2} r \cos \mathbf{a} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + V_{f0} \sin \mathbf{a} \\
&\quad - u_0 \cos \mathbf{a} \cos \mathbf{b} - v_0 \cos \mathbf{a} \sin \mathbf{b} \\
&\quad - \frac{1}{2} r \cos \mathbf{a} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \cos 2\mathbf{b} - \frac{1}{2} r \cos \mathbf{a} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \sin 2\mathbf{b}
\end{aligned}
\tag{2-3}$$

(2-3)式可分解為一傅利葉級數

$$V_R(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\mathbf{b} + b_n \sin n\mathbf{b})
\tag{2-4a}$$

若只取二項 , 得到

$$V_R(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} a_0 + (a_1 \cos \mathbf{b} + b_1 \sin \mathbf{b}) + (a_2 \cos 2\mathbf{b} + b_2 \sin 2\mathbf{b})
\tag{2-4b}$$

比較(2-3)式及(2-4b)式 , 可得傅利葉係數

$$\begin{aligned}
a_0 &= r \cos \mathbf{a} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - 2V_{f0} \sin \mathbf{a} \\
a_1 &= u_0 \cos \mathbf{a} \\
b_1 &= v_0 \cos \mathbf{a} \\
a_2 &= \frac{1}{2} r \cos \mathbf{a} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
b_2 &= \frac{1}{2} r \cos \mathbf{a} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{2-5}$$

其中：

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) : \text{水平輻散}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) : \text{伸張變形}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) : \text{風切變形}$$

因此由(2-5)式可求出大氣風場運動特性參數分別為：

水平輻合輻散場：

$$Divergence = \frac{a_0}{r \cos \mathbf{a}} - \frac{2V_{f0}}{r} \tan \mathbf{a} \tag{2-6}$$

水平風速：

$$\begin{aligned}
u_0 &= \frac{a_1}{\cos \mathbf{a}} \\
v_0 &= \frac{b_1}{\cos \mathbf{a}} \\
V_h &= (u_0^2 + v_0^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{(a_1^2 + b_1^2)^{\frac{1}{2}}}{\cos \mathbf{a}}
\end{aligned} \tag{2-7}$$

水平風向：

$$\begin{aligned}
\mathbf{q} &= \frac{\mathbf{p}}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{b_1}\right) \quad (b_1 < 0) \\
\mathbf{q} &= \frac{3\mathbf{p}}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{b_1}\right) \quad (b_1 > 0)
\end{aligned} \tag{2-8}$$

變形場：

$$\begin{aligned}
\text{Deformation(stretching)} &= \frac{2a_2}{r \cos \mathbf{a}} \\
\text{Deformation(shearing)} &= \frac{2b_2}{r \cos \mathbf{a}} \\
\text{Deformation} &= \frac{2(a_2^2 + b_2^2)^{\frac{1}{2}}}{r \cos \mathbf{a}}
\end{aligned} \tag{2-9}$$

伸展軸的方向：

$$\begin{aligned}
\mathbf{g} &= \frac{\mathbf{p}}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{a_2}{b_2}\right) \quad (b_2 < 0) \\
\mathbf{g} &= \frac{3\mathbf{p}}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{a_2}{b_2}\right) \quad (b_2 > 0)
\end{aligned} \tag{2-10}$$

以上 VAD 的譜和分析可由圖(2-2)表示。

至於傅利葉係數(a_0, a_1, b_1, a_2, b_2)可利用大量觀測資料做統計樣本，以多重回歸最小平方法(Multiple Regression Least Square Method)求得。而在求得(a_0, a_1, b_1, a_2, b_2)後，風場運動參數(包括：水平輻合輻散場、風速風向、伸展變形場及風切變形場)即可由(2-6)式至(2-10)式得知。在垂直落速方面，Browning and Wexler (1968)認為在降水的情況下仰角的最大值應為 $\alpha_{\max} = 9^\circ$ ，而在此範圍內可忽略垂直的貢獻。

2-2 渦度估計

利用 VAD 方法只能求得水平輻合輻散場、風速風向、伸展變形場及風切變形場，而垂直渦度場卻無法求得。所以 Lu et al. (1996)利用(2-2)式風呈線性變化的假設做了以下的推導：

$$\begin{aligned}
 u(x, y) &= u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} x + \frac{\partial u}{\partial y} y \\
 &= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
 &= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2-11) \\
 &= u_0 + \frac{x}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] - \frac{y}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\
 &= u_0 + \frac{x}{2} [\text{div} + df(st)] - \frac{y}{2} [\text{vort} - df(sh)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v(x, y) &= u_0 + \frac{\partial v}{\partial x} x + \frac{\partial v}{\partial y} y \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{y}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2-12) \\
&= u_0 + \frac{x}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] - \frac{y}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\
&= v_0 + \frac{x}{2} [\text{vort} + df(sh)] - \frac{y}{2} [df(st) - div]
\end{aligned}$$

由以上推導可求得輻合輻散場、伸展變形場、風切變形場以及渦度場與風場之間的關係如下：

$$\begin{aligned}
u(x, y) &= u_0 + \frac{x}{2} [div + df(st)] - \frac{y}{2} [\text{vort} - df(sh)] \\
v(x, y) &= v_0 + \frac{x}{2} [\text{vort} + df(sh)] - \frac{y}{2} [df(st) - div]
\end{aligned} \quad (2-13)$$

其中， u_0 為雷達位置上方 x 方向的風、 v_0 為雷達位置上方 y 方向的風、 div 為輻合輻散場、 $df(st)$ 為伸展變形場、 $df(sh)$ 為風切變形場、 vort 為渦度場、 u, v 為水平風場。(2-13) 式中，風場 $u(x, y), v(x, y)$ 和渦度場未知，因此只要給定一個渦度值就可以求得 u, v 在空間的分佈，再將 u, v 帶入回波保守方程如下：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (2-14)$$

其中 h 為回波。假設回波沒有源和匯的變化，將(2-14)式做數值積分

可以求出下一個時間的回波，再將下一個時間所觀測的回波拿來做相對均方根誤差(Relative Root Mean Square Error, RRMSE)的計算如下：

$$RRMSE = \left[\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{h}_{\text{model}} - \mathbf{h}_{\text{true}})_i^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{h}_{\text{true}})_i^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2-15)$$

其中， \mathbf{h}_{mode} 代表數值積分後之回波， \mathbf{h}_{true} 代表觀測之回波， N 則是區域內的網格點總數。經由(2-15)式的計算，可得到一個誤差值。再連續給定一組渦度猜值之後便會得到一組對應的誤差值，誤差值最小所對應的渦度值即為最接近雷達上方掃描範圍內的平均渦度值。

圖(2-3)為一個範例。吾人在給定渦度值時，首先決定渦度值的正負號及數量級，接著再以第一次的結果為依據做下一組渦度值的給定，以此類推可得到正確的渦度值，給定渦度值的方法，首先決定渦度值的數量級及正負號，再由其最小誤差所對應的渦度值附近做第二次的渦度值給定，若沒有極小值出現則往誤差遞減的方向繼續給定，若出現極小值則再用更小的數量級來估計。（詳細流程請參閱附錄B）。

第三章 數值模式的驗證

3-1 數值平流模式的精度

A. 平流模式概述

本研究使用數值平流模式為 Modified Lax Wendroff Scheme , 在討論本方法之前, 先了解 Lax Wendroff Scheme 的特性, (曾, 1993; Mesinger and Arakawa, 1976)。參閱圖(3-1)其中 n 為時間 j 為網格點位置, 並令 u 為網格點上的資料變數, 首先把平流方程放在點 $u_{j+1/2}^n$ 和 $u_{j-1/2}^n$ 點, 用 Euler 格式可以分別得到 $u_{j+1/2}^{n+1/2}$ 點和 $u_{j-1/2}^{n+1/2}$ 點的 u 值如下:

$$\begin{aligned} \frac{u_{j+1/2}^{n+1/2} - \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_j^n)}{\frac{1}{2}\Delta t} &= -c \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x} \\ \frac{u_{j-1/2}^{n+1/2} - \frac{1}{2}(u_j^n - u_{j-1}^n)}{\frac{1}{2}\Delta t} &= -c \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} \end{aligned} \quad (3-1)$$

其中 c 為平流速度, 再將平流方程放在 $u_j^{n+1/2}$ 點由跳步法得到 u_j^{n+1} , 即

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = -c \frac{u_{j+1/2}^{n+1/2} - u_{j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \quad (3-2)$$

將(3-1)式解出 $u_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ 和 $u_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ 後帶入(3-2)式得

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = -c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{2} c^2 \Delta t \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} \quad (3-3)$$

Lax-Wendroff 的優點為在空間上及時間上都是二階準確的。本研究中所使用的 Modified Lax-Wendroff Scheme 是將(3-3)式改寫如下：

$$u_j^{n+1} = u_j^n + \Delta t \times A \quad (3-4)$$

其中 A 的表示如下：

$$A = -c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} + \frac{1}{2} c^2 \Delta t \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} + B \quad (3-5)$$

其中 B 的表示如下：

$$B = \begin{cases} c \frac{u_{j+1}^n - 3u_j^n + 3u_{j-1}^n - u_{j-2}^n}{6\Delta x}; c \geq 0 \\ c \frac{u_{j+2}^n - 3u_{j+1}^n + 3u_j^n - u_{j-1}^n}{6\Delta x}; c < 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

B. 平流模式之精度測試

吾人選取平流模式平流之區域範圍為 200 公里×200 公里，水平空間解析度在 x 座標及 y 座標的網格點為每 1000 公尺一點，積分時間步階間格為 0.1 秒，平流速度在 x 方向為 15 公尺/秒，y 方向也是

15 公尺/秒，而在邊界條件方面，吾人使用週期性邊界條件。

本實驗是將二維波代入 Modified Lax-Wendroff Scheme 並將所得的數值解與二維波的解析解做相對均方根誤差的比較。吾人在同一區域範圍內選擇同樣的風速及邊界條件下，分別將波數為 1、波數為 2、波數為 3，積分 20 分鐘後所，比較整個分析區域所產生的相對均方根誤差分別為 0.001%、0.0207%、1.62%，由於波數愈大，在相同範圍內對一個波的解析度就較差所以誤差會跟著變大。而吾人再使用跳步法(Leapfrog)，當波數為 1 時積分 20 分鐘後的誤差為 0.09%。所以由以上結果可知，平流模式使用 Modified Lax-Wendroff Scheme 有不錯的精確度，本研究即採用此方法。在邊界條件方面，使用週期性邊界條件會使資料從右邊界平流出去之後，從左邊界進來，但是實際分析的區域並不會涵蓋到這些從邊界平流進來的資料。

3-2 反演與模擬結果的比較

本研究在模擬部分是使用一理想的 Rankine Vortex 來模擬颱風環流，並且將此一理想的 Vortex 放在距雷達不同距離的位置來作測試。其中 Rankine Vortex 的定義如下：

$$\text{旋轉場：}\vec{v}_f(R) = v_{f\max} \left(\frac{R}{R_{\max}}\right)^{I_f} \hat{e}_f \quad (3-7a)$$

$$\text{輻散場：}\vec{v}_r(R) = v_{r\max} \left(\frac{R}{R_{\max}}\right)^{I_r} \hat{e}_r \quad (3-7b)$$

(3-7a)式及(3-7b)式中切向風最大值($V_{f\max}$)為 45 公尺/秒，徑向風最大值($V_{r\max}$)為-15 公尺/秒，最大風速半徑(R_{\max})為 15 公里。 I_f, I_r

的定義分別為，當 $0 < R \leq R_{\max}$ 時 $I_f, I_r > 0$ ，當 $R > R_{\max}$ 時 $I_f, I_r < 0$ 。

吾人分別討論當雷達掃描範圍為半徑 10 公里時, Rankine Vortex 在雷達位置東方 0 公里、5 公里、10 公里、15 公里、20 公里、25 公里、30 公里、35 公里處以及 $\tau = 1$ 、 $\tau = 2$ 、 $\tau = 3$ ，在平流 1 分鐘、3 分鐘及 6 分鐘後反演結果與理論值的差異，而渦度場理論值分述如下：

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = 1$

$$\text{vorticity} = \frac{2V_{f\max}}{R_{\max}} \hat{z} \quad (3-8a)$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = -1$

$$\text{vorticity} = 0 \quad (3-8b)$$

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = 2$

$$\text{vorticity} = \frac{3V_{f\max}R}{R_{\max}^2} \hat{z} \quad (3-9a)$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = -2$

$$\text{vorticity} = -\frac{V_{f\max}R_{\max}^2}{R^3} \hat{z} \quad (3-9b)$$

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = 3$

$$vorticity = -\frac{4V_{f_{\max}} R^2}{R_{\max}^3} \hat{z} \quad (3-10a)$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = -3$

$$vorticity = -\frac{2V_{f_{\max}} R_{\max}^3}{R^4} \hat{z} \quad (3-10b)$$

(理論值的推導部分請參閱附錄 C)。

吾人首先探討當 $\beta = 1$ 時的變化。圖(3-2)為渦度場通過 Vortex 中心的剖面圖，配合(3-8a)式、(3-8b)式可得知，在 $R < R_{\max}$ 及 $R > R_{\max}$ 處渦度變化是一個常數的分佈。圖(3-3)、圖(3-4)分別為徑向風及切向風通過 Vortex 中心的剖面圖。由於吾人先前對風做線性之假設，也就是當雷達掃描範圍內的風場變化愈接近線性時，反演的結果就會愈準確，圖(3-3)、圖(3-4)中在 $R < R_{\max}$ 處之風場是呈線性變化的，而在 $R > R_{\max}$ 處雖然風場的變化不是線性的，但若掃描範圍不同時涵蓋 $R > R_{\max}$ 與 $R < R_{\max}$ ，則掃描範圍內仍然是一個接近線性的風場。再由圖(3-3)、圖(3-4)來看 $R > R_{\max}$ 的風場分佈，當 $\beta = 1$ 時渦度場以及輻散場；見附錄 C，在此範圍是一常數，但風場卻不呈線性變化，因此吾人推論影響風場的因素在於變形場。且由推導知變形場在 $R > R_{\max}$ 的確並不是一個常數(推導細節請參閱附錄 C)。圖(3-5)、圖(3-6)、圖(3-7)分別為 $\beta = 1$ 且平流時間為 6 分鐘、3 分鐘及 1 分鐘的

渦度反演結果。從距離方面來看，在 10~25 公里處由於雷達的掃描範圍涵蓋了 $R < R_{\max}$ 及 $R > R_{\max}$ 區域，所以在雷達掃描範圍內的風就相對的較複雜，以至於圖中顯示出較大的差異，這個差異仍然來自吾人對風的變化做了線性的假設，而從時間方面來看，很明顯的積分時間愈短誤差也相對的愈小，雖然誤差會隨著模式積分時間拉長而變大，但積分至 6 分鐘所產生的誤差仍可接受，且渦度值的趨勢隨距離的變化並不會因為時間拉長而有太大的改變。當 $n=2$ 時渦度場分佈剖面如圖(3-8)，明顯的在 $R < R_{\max}$ 及 $R > R_{\max}$ 處渦度場並不是常數，由徑向風及切向風的剖面如圖(3-9)、圖(3-10)來看風也不是呈線性變化，所以如圖(3-11)、圖(3-12)、圖(3-13)所示，在距離 0 公里、5 公里、30 公里、35 公里處雖然反演結果與理論值仍然很接近，但是和 $n=1$ 的結果比較，誤差就稍微大了一點。而在中距離 10~25 公里處其誤差來源與 $n=1$ 相同，是因為掃描範圍同時涵蓋了 $R > R_{\max}$ 及 $R < R_{\max}$ 的區域。同理當 $n=3$ 時渦度場剖面圖(3-14)，徑向風及切向風剖面圖(3-15)、圖(3-16)，渦度反演結果與理論值隨距離及時間的變化如圖(3-17)、圖(3-18)、圖(3-19)所示，也與 $n=1$ 有相同的情形。

圖(3-20)為實驗所使用之初始回波場，圖(3-21a)為本實驗中 $n=1$ 時的理想颱風風場分佈，圖(3-21b)為利用此正確風場平流 1 分鐘後的回波場。圖(3-22a)為利用最佳渦度猜值重建之風場，而圖(3-22b)則為利用此猜測風場平流 1 分鐘後的回波場。由圖中可看出，由於風場線性的假設，所以風速會由中心不斷的向外增加，以至於在離中心位置較遠處的風場十分不合理，但是在 10 公里掃描範圍內的風場仍是合理的風場。

第四章 真實個案分析

4-1 資料來源與處理

資料來源

本研究中所使用的雷達資料為氣象局五分山都卜勒雷達站所觀測的雷達資料，五分山雷達坐落於台灣東北方，標高 766 公尺，北緯 25.04 度 東經 121.46 度該雷達每 6 分鐘有一完整的體積掃描(Volume Scan)。所選取的個案為 2001 年 9 月 16 日納莉颱風侵台期間雷達的觀測資料。

五分山都卜勒雷達在本個案的掃描方式是以 VAD 方式，做 360 度掃描，仰角分別從 0.5 度、1.5 度、2.5 度、3.5 度、4.5 度、6.0 度、10.0 度、14.5 度、19.5 度、共 9 層，方位角 0 度~360 度，最大掃描半徑 148 公里，解析度 250 公尺。

資料處理(風場除錯及回波內插)

風場資料處理方面，本研究利用(SOLO)雷達資料處理軟體產生 UF Data，在將 UF Data 中的徑向風做除錯的動作，因為真實的觀測中由於雷達本身的限制，風場的觀測資料會發生摺疊的現象。圖(4-1)為一個實例。所以在做 VAD 分析之前吾人必須先對這些有錯誤的資料做除錯(unfold)，而除錯的方式，為當徑向風的風速從正值跳到負值或由負值跳到正值且風速不接近零，則代表風場有摺疊的現象，利用下列公式修正：

$$\text{若徑向風風速由正值跳至負值：} V_r = V_r + Nyquist \times 2$$

$$\text{若徑向風風速由負值跳至正值：} V_r = V_r - Nyquist \times 2$$

其中 *Nyquist* 為五分山雷達可觀測的最大風速。對風場的摺疊現象做修正之後如圖(4-2)，吾人再利用客觀分析中一維空間三點平滑法(3-point one-dimensional smoother)如下：

$$\begin{aligned}\bar{j}_i &= j_i + \frac{1}{4}(j_{i+1} - 2j_i + j_{i-1}) \\ &= \frac{1}{4}(j_{i+1} + 2j_i + j_{i-1})\end{aligned}\quad (4-1)$$

將徑向風資料做平滑(smoothing)如圖(4-3)，經過除錯及平滑後的徑向風即可應用於 VAD 技術做分析。

在回波資料處理方面，本研究應用美國 National Center for Atmospheric Research (NCAR) 的 Sorted Position Radar INTERpolation (SPRINT) 與 Custom Editing and Display of Reduced Information in Cartesian space (CEDRIC)雷達資料處理軟體。將回波資料內插至所需要的高度(即 VAD 取固定範圍所對應在各仰角的高度)如圖(4-4)及表(4-1)、表(4-2)。由於 SPRINT 所提供的內插方式為等間距的格式，在面對固定距離卻又不同仰角情況下，並不能一次滿足所有需要的高度層，所以必須用單層處理的方式將資料內插至不等間距的高度層上，資料內插之後，必須針對回波資料缺少的地方做修補(PATCH)的動作如圖(4-5a)及圖(4-5b)，以便做回波的平流及回波比對。

在高度層計算中必須考慮地球曲率效應如下：

$$H = \sqrt{r^2 + R'^2 + 2rR'\sin f} - R' + H_0 \quad (4-2)$$

其中：

r ：雷達至觀測點的距離

f ：雷達波束的仰角

H_0 ：雷達天線位置的高度

R' ：4/3R

R ：地球半徑(6374km)

4-2 真實個案的反演結果

本研究所使用的時間為 18:23LST~18:46LST 圖(4-6)，每 6 分鐘一筆資料，掃描範圍為 20 公里，在圖中有些高度原本沒有資料，為了配合 RASTA 的資料，吾人將資料不足的高度做線性內插，並分別討論這些資料之結果，其中實線圓點為 RASTA 分析 15 公里×15 公里範圍之平均渦度，18:23LST 與 18:29LST 隨高度變化渦度值在低層是呈現遞增的情形，大約在 2310m、2900m 處開始遞減，而 18:34LST 與 18:40LST 隨高度變化在低層的渦度值先有遞減的現象，隨後在 2310m 的高度層又轉為遞增的趨勢，18:46LST 較為特殊的是，渦度值在低層出現負值的現象，整個渦度值的趨勢隨著高度是呈現遞增的情形。一般來說理想的情況下一個逆時針方向的颱風環流，會對應一個正的渦度值，但是真實的情形下還有地形的作用會影響到低層的風場，由於五分山雷達地處台灣東北方，南面多山所以對於低層的風場有較大的影響。再由圖(4-7)中，將回波資料從 2002 年 18:29LST~19:58LST 每半小時做一次渦度場反演，其結果為，當颱風愈接近雷達時渦度呈現遞增的現象，而颱風中心距離雷達 18:00LST 時約為 60 公里，

19:00LST時為約50公里,21:00LST時約為35公里。此結果與Rankine Vortex 靠近雷達時所得到的結果相同。

由表(4-3)~表(4-7)中可發現，垂直渦度場的反演結果，其數量級會與水平輻合輻散場的數量級接近，此一情況與吾人在用 Rankine Vortex 模擬颱風環流求取渦度場時相同。而渦度場在表(4-3)~表(4-7)中標示不可估計處，可參考圖(4-8a)、圖(4-8b)，由於這幾個高度層的回波資料嚴重的缺乏，導致本方法所估計出的渦度值不具代表性，所以無法估計。

由於中正機場雷達約每 15 分鐘做一個完整的體積掃描，而五分山雷達則是 6 分鐘有一筆觀測資料，所以在風場合成的時間上會受限制，並不能同五分山資料一般密集，因此，利用 RASTA 做雙都卜勒雷達風場合成分析在 18:23LST~18:46LST 中，吾人選擇 18:30LST 的資料做分析。圖(4-9)為 RASTA 分析區域與雷達掃描範圍示意圖，五分山雷達站為原點，第二象限的黑色方形區域為利用雙都卜勒合成風場求取渦度場的範圍，分別有 20 公里×20 公里、15 公里×15 公里、10 公里×10 公里等分析區域，圖(4-10)為 RASTA 分析區域內風場分佈示意圖。利用 RASTA 合成風場後求取每一點之渦度值，再將此渦度值對前述之三種不同面積做水平平均，其結果如圖(4-11)，可見到渦度值隨高度有遞減的趨勢。此結果與 18:34LST 相似，由於雙雷達合成的區域範圍與本方法的區域範圍不同，吾人僅參考在數量級上的結果。

本反演結果與鄧(2000)所發展之 RASTA(Radar Analysis System for Taiwan Area)將中正機場雷達資料和五分山雷達資料做雙都卜勒雷達風場合成的資料比對，結果顯示本方法反演出的渦度場與雙雷達合成出來的渦度場在數量級上一致，由於雙雷達合成區域的限制以及兩種方法的假設不同，所以並不能確實的在定量上做比較。

第五章 結論與展望

5-1 結論

本研究利用 VAD 技術結合回波保守方程從事渦度場的反演，並使用 2001 年 9 月 16 日納莉颱風侵台時五分山雷達站的觀測資料。研究中首先使用理想的 Rankine Vortex 模擬颱風環流，並將其套用在此方法上估計渦度值。模擬實驗中分別加入不同的參數，以不同的環流結構，不同的相對位置以及不同的平流時間對模式進行測試，由模擬的結果中發現，反演出的渦度值與理論值具有相當的一致性，且隨著平流時間的縮短，反演結果與理論值的誤差就愈小，而掃描範圍內所涵蓋的風場愈接近線性，其結果也會更接近理論值。本方法亦應用在納莉颱風個案的渦度值分析上，所分析之渦度值為颱風環流在雷達掃描範圍內的平均渦度，其結果在數量級上與 RASTA 做雙雷達合成之計算相吻合。且當颱風靠近雷達時，風速增強，渦度有遞增的現象，此現象也與模擬結果一致。

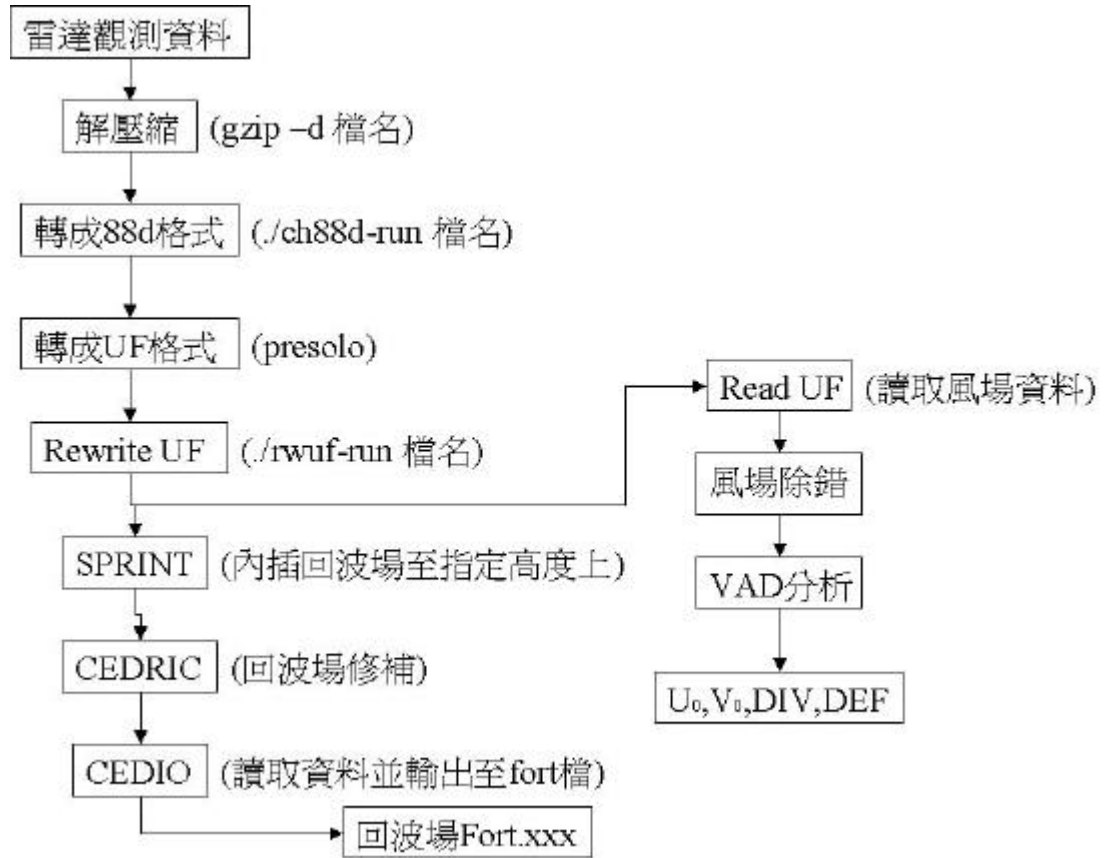
5-2 展望

本文中用模擬的方式來測試模式的準確度，且由模擬結果可看出，隨著平流時間的增加，反演的結果與理論值的差距愈大，這顯示如果雷達的觀測速度夠快，對於渦度的估計可因掃描時間之縮短而提升，可供作業單位規劃掃描策略時參考。本研究忽略落速的影響，而在後續的研究中，希望將理想的 Rankine Vortex 加入垂直分量，並在不同的高度角做測試，使模式的結果更接近真實的情況。在未來可對颱風的風場分佈與不同之 Rankine Vortex 風場相比較，尋找其

相似性。本研究亦可應用於其他天氣個案上做垂直渦度場之分析，但資料的可信度仍需要利用模擬資料來確定本方法對其他天氣現象的準確度。如：可加入一個理想鋒面的風場，對鋒面的渦度場分佈做模擬實驗，進而應用真實個案做分析。

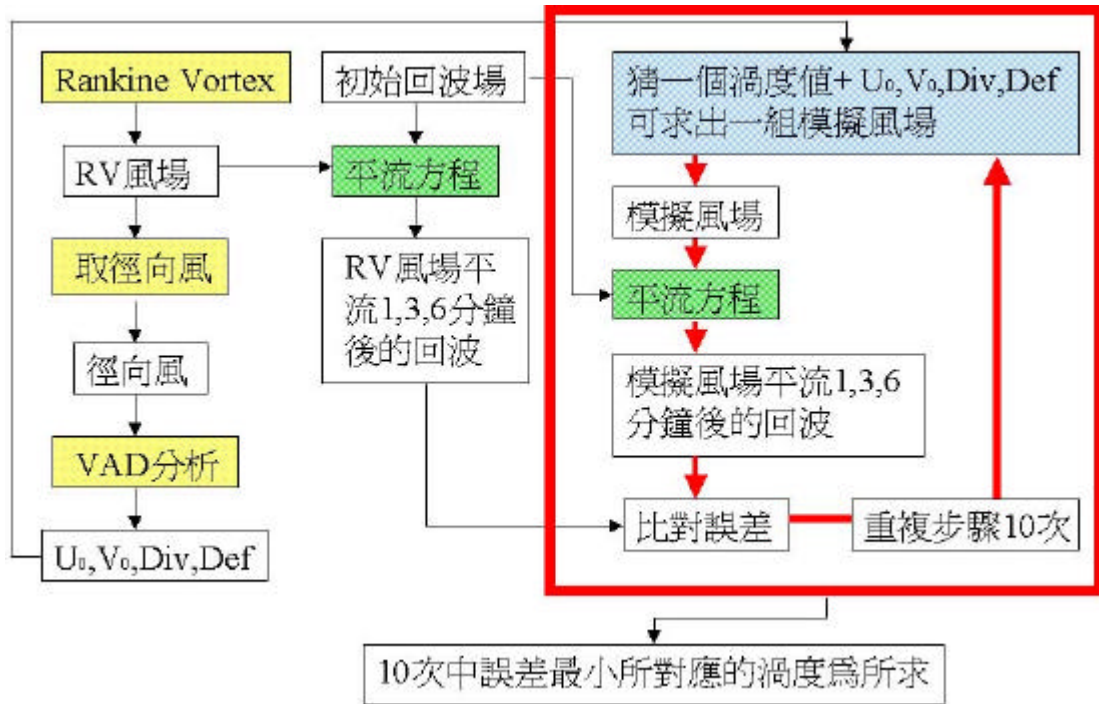
附錄 A

雷達資料處理流程表

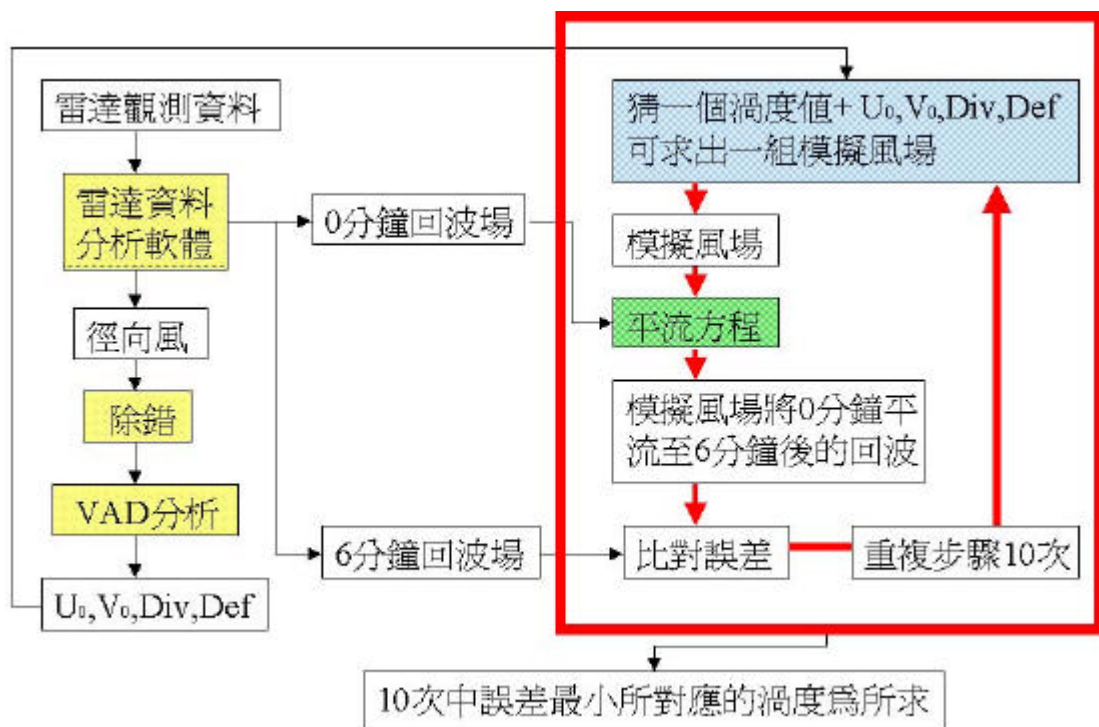


附錄 B

反演流程 (模擬部分)



反演流程 (真實個案部分)



附錄 C

Rankine Vortex 理論值的推導

柱座標散度場 (divergence) 及旋度場 (curl) 公式

$$\begin{aligned}
 \text{divergence} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial V_f}{\partial f} + \frac{\partial V_z}{\partial Z} \\
 \text{vorticity} &= \left[\frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial f} - \frac{\partial V_f}{\partial Z} \right] \hat{r} + \left[\frac{\partial V_r}{\partial Z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] \hat{f} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rV_f) - \frac{\partial V_r}{\partial f} \right] \hat{Z}
 \end{aligned} \tag{C-1}$$

其中 V_f 與 V_r 是 (R) 的函數，所以上式可化簡如下：

$$\begin{aligned}
 \text{divergence} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) = \frac{1}{r} [V_r + rV_r'] \\
 \text{vorticity} &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rV_f) \right] \hat{Z} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rV_f) \right] \hat{Z} = \frac{1}{r} [V_f + rV_f'] \hat{Z}
 \end{aligned} \tag{C-2}$$

其中一階微分項 V_r' 與 V_f' 表示如下：

$$\begin{aligned}
 V_r'(R) &= I_r V_{r \max} \left(\frac{R}{R_{\max}} \right)^{I_r - 1} \left(\frac{1}{R_{\max}} \right) \\
 V_f'(R) &= I_f V_{f \max} \left(\frac{R}{R_{\max}} \right)^{I_f - 1} \left(\frac{1}{R_{\max}} \right)
 \end{aligned} \tag{C-3}$$

將微分項 (C-3) 式代入 (C-2) 式可得：

$$\begin{aligned}
div &= \frac{1}{r} [V_{r \max} (\frac{R}{R_{\max}})^{I_r}] + I_r V_{r \max} (\frac{R}{R_{\max}})^{I_r - 1} (\frac{1}{R_{\max}}) \\
vort &= \left\{ \frac{1}{r} [V_{f \max} (\frac{R}{R_{\max}})^{I_f}] + I_f V_{f \max} (\frac{R}{R_{\max}})^{I_f - 1} (\frac{1}{R_{\max}}) \right\} \hat{z}
\end{aligned} \tag{C-4}$$

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = 1$ 代入(C-4)式

$$\begin{aligned}
divergence &= \left(\frac{V_{r \max}}{R_{\max}} + \frac{V_{r \max}}{R_{\max}} \right) = \frac{2V_{r \max}}{R_{\max}} \\
vorticity &= \left(\frac{V_{f \max}}{R_{\max}} + \frac{V_{f \max}}{R_{\max}} \right) \hat{z} = \frac{2V_{f \max}}{R_{\max}} \hat{z}
\end{aligned} \tag{C-5}$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = -1$ 代入(C-4)式

$$\begin{aligned}
divergence &= \frac{1}{r} [V_{r \max} (\frac{R_{\max}}{R})] - V_{r \max} (\frac{R_{\max}}{R})^2 (\frac{1}{R_{\max}}) = 0 \\
vorticity &= \frac{1}{r} [V_{f \max} (\frac{R_{\max}}{R})] - V_{f \max} (\frac{R_{\max}}{R})^2 (\frac{1}{R_{\max}}) = 0
\end{aligned} \tag{C-6}$$

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = 2$ 代入(C-4)式

$$\begin{aligned}
divergence &= \left(\frac{V_{r \max} R}{R_{\max}^2} + 2 \frac{V_{r \max} R}{R_{\max}^2} \right) = \frac{3V_{r \max} R}{R_{\max}^2} \\
vorticity &= \left(\frac{V_{f \max} R}{R_{\max}^2} + 2 \frac{V_{f \max} R}{R_{\max}^2} \right) \hat{z} = \frac{3V_{f \max} R}{R_{\max}^2} \hat{z}
\end{aligned} \tag{C-7}$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = -2$ 代入(C-4)式

$$\begin{aligned}
divergence &= [V_{r \max} (\frac{R_{\max}^2}{R^3})] - 2V_{r \max} (\frac{R_{\max}^2}{R^3}) = -\frac{V_{r \max} R_{\max}^2}{R^3} \\
vorticity &= [V_{f \max} (\frac{R_{\max}^2}{R^3})] - 2V_{f \max} (\frac{R_{\max}^2}{R^3}) = -\frac{V_{f \max} R_{\max}^2}{R^3}
\end{aligned} \tag{C-8}$$

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = 3$ 代入 (C-4) 式

$$\begin{aligned}
divergence &= (\frac{V_{r \max} R^2}{R_{\max}^3} + 3 \frac{V_{r \max} R^2}{R_{\max}^3}) = \frac{4V_{r \max} R^2}{R_{\max}^3} \\
vorticity &= (\frac{V_{f \max} R^2}{R_{\max}^3} + 3 \frac{V_{f \max} R^2}{R_{\max}^3}) \hat{z} = \frac{4V_{f \max} R^2}{R_{\max}^3} \hat{z}
\end{aligned} \tag{C-5}$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = -3$ 代入 (C-4) 式

$$\begin{aligned}
divergence &= V_{r \max} (\frac{R_{\max}^3}{R^4}) - 3V_{r \max} (\frac{R_{\max}^3}{R^4}) = -\frac{2V_{r \max} R_{\max}^3}{R^4} \\
vorticity &= V_{f \max} (\frac{R_{\max}^3}{R^4}) - 3V_{f \max} (\frac{R_{\max}^3}{R^4}) = -\frac{2V_{f \max} R_{\max}^3}{R^4}
\end{aligned} \tag{C-6}$$

理論值在 $R=0$ 時 I_r 及 I_f 的討論

(C-4) 式表示圓柱座標的輻合輻散場及渦度場的通式，將 $R=0$ 代入 (C-4) 式後會發現，分母出現零，所以 R 不能以零代入，必須用極限的方式來趨近零。所以我們將 (C-4) 是取極限後得到下式：

$$divergence = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{V_{r \max}}{R_{\max}} \frac{R^{I_r}}{R} + I_r \frac{V_{r \max}}{R_{\max}} \frac{R^{I_r-1}}{R} \tag{C-12}$$

對(C-12)式的 \ddot{e} 做討論當 $\ddot{e}=1$ 時 $div=2V_{r\max}/R_{\max}$, 當 $\ddot{e}>1$ 時 $div=0$, 當 $\ddot{e}<1$ 時 $div=$ 沒有定義, 由圖(3-4)、圖(3-5)的風場剖面圖可看出, 風場在 $R=0$ 那一點不平滑, 所以 $R=0$ 那一點的一階導數沒有定義。同理, 渦度場也有相同的結果。

理論值在 $R = R_{\max}$ 時 I_r 及 I_f 的討論

由於風場在 $R = R_{\max}$ 那一點不平滑圖(3-4)、圖(3-5), 因此在 $R = R_{\max}$ 那一點沒有定義, 不能用極限的方法來求解, 只能決定要將 $R = R_{\max}$ 那一點的值用 $R < R_{\max}$ 或 $R > R_{\max}$ 的通式來取代。所以同樣利用(C-4)式, 當我們令 $R=R_{\max}$ 時輻合輻散場如下:

$$div = \frac{1}{r}V_{r\max} + I_r V_{f\max} \frac{1}{R_{\max}} \quad (C-13)$$

同理, 渦度場也有同樣的結果在(C-13)式中我們定義 \ddot{e} 為正值, 也就是利用 $R < R_{\max}$ 的通式來計算。

變形場在 $\ddot{e}=1$ 之討論:

首先對 Rankine Vortex 在直角座標上的關係式做推導, 在推導之前吾人先定義 V_r 與 V_f 的方向: 1. 以原點為中心徑向風 V_r 朝向遠離原點的方向為正, 朝向原點為負。2. 切向風 V_f 逆時針為正值, 順時針為負值。3. q 為 V_r 與 x 軸的夾角。

$$\begin{aligned}
u &= V_r \cos \mathbf{q} - V_f \sin \mathbf{q} & x &= r \cos \mathbf{q} \\
v &= V_r \sin \mathbf{q} + V_f \cos \mathbf{q} & y &= r \sin \mathbf{q} & r &= (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ru &= rV_r \cos \mathbf{f} - rV_f \sin \mathbf{f} & u &= \frac{V_r x}{r} - \frac{V_f y}{r} \\
rv &= rV_r \sin \mathbf{f} + rV_f \cos \mathbf{f} & v &= \frac{V_r y}{r} + \frac{V_f x}{r}
\end{aligned} \tag{C-14}$$

將 V_r, V_f 定義(3-7a)及(3-7b)式代入(C-7)式可得到 u, v 的直角座標關係式：

$$\begin{aligned}
u &= \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2)}} V_{r \max} \left(\frac{\sqrt{(x^2 + y^2)}}{R_{\max}} \right)^{I_r} x - \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2)}} V_{f \max} \left(\frac{\sqrt{(x^2 + y^2)}}{R_{\max}} \right)^{I_f} y \\
v &= \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2)}} V_{r \max} \left(\frac{\sqrt{(x^2 + y^2)}}{R_{\max}} \right)^{I_r} y + \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2)}} V_{f \max} \left(\frac{\sqrt{(x^2 + y^2)}}{R_{\max}} \right)^{I_f} x
\end{aligned} \tag{C-15}$$

變形場分別為風切變形及伸展變形定義如下：

$$\begin{aligned}
\text{deformation(stretching)} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\
\text{deformation(shearing)} &= \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}
\end{aligned} \tag{C-16}$$

當 $0 < R < R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = 1$ 代入(C-15)式後,再將(C-15)式代入(C-16)式可得：

$$\begin{aligned}
deformation(stretching) &= \frac{V_{f_{\max}}}{R_{\max}} - \frac{V_{f_{\max}}}{R_{\max}} = 0 \\
deformation(shearing) &= \frac{V_{r_{\max}}}{R_{\max}} - \frac{V_{r_{\max}}}{R_{\max}} = 0
\end{aligned} \tag{C-17}$$

當 $R > R_{\max}$ 時 $I_r, I_f = -1$ 代入(C-15)式後，再將(C-15)式代入(C-16)式可得：

$$\begin{aligned}
deformation(stretching) &= -\frac{2xV_{f_{\max}}R_{\max}}{(x^2 + y^2)^3} - \frac{2yV_{f_{\max}}R_{\max}}{(x^2 + y^2)^3} \\
deformation(shearing) &= -\frac{2xV_{r_{\max}}R_{\max}}{(x^2 + y^2)^3} - \frac{2yV_{r_{\max}}R_{\max}}{(x^2 + y^2)^3}
\end{aligned} \tag{C-18}$$

參考文獻

- 曾忠一，1993年：大氣模式的數值方法。國立編譯館。
- 張淑玲，1992年：梅雨鋒面的雨帶結構。國立中央大學碩士論文。
- 張文綺，1999年：1996年賀伯颱風之單都卜勒雷達風場反演實驗-移動座標法。國立中央大學碩士論文。
- 楊健生與魏運寶，1990：鋒面之即時觀測-以VAD技術探討與分析。
氣象雷達與飛航安全研討會論文彙編，交通部民航局，40-50。
- 鄧仁星，2000年：RASTA (Radar Analysis System for Taiwan Area) 使用說明書
- Browning, K. A. and R. Wexler, 1968: The Determination of Kinematic Properties of a Wind Field Using Doppler Radar. J. Appl Meteor., 7, 105-113.
- Caya, D., and I. Zawadzki, 1992: VAD Analysis of Nonlinear Wind Field. J. Atmos. And Oceanic Technology., 9, 575~587.
- Johnston, B.W., 1984: The kinematic structure of cold frontal rainbands. University of Wyoming, Laramie, Wyoming, pp128
- Koscielny, A. J., R. J. Doviak, and R. Rabin, 1982: Statistical considerations in the estimation of divergence from single-Doppler radar and application to prestorm boundary-layer observation. J. Appl. Meteor., 21, 197-210.
- Lee J. L., G. L. Browning, and Y. F. Xie, 1995: Estimating divergence from the wind profiler network hourly wind measurements. Tellus., 47A, 892-910.
- Lhemitte, R. M., and D. Atlas, 1961: Precipitation motion by

- pulse Doppler. Proc. Ninth Weather Radar Conf., Boston, Amer. Meteor. Soc., 218-223.
- Liou, Y. C., 1999: A Preliminary Study of Retrieving Vortex Circulation Using A Lagrangian Coordinate and Single Doppler Radar Data. J. Atmos. Oceanic Sci., 10, 321-340.
- Lu, Y. Y., R.J.Doviak, and C. Crisp, 1996: Estimating large Scale Vorticity Using VAD Products and Reflectivity. J. Atmos, and Oceanic Technol., 13, 1129-1138.
- Mesinger, F. and A. Arakawa, 1976: Numerical methods used in atmospheric models. GARP Publications series., pp64
- Probert, J. R., 1960: Meteorological use of pulse Doppler radar. Nature., 186, 271-273.
- Qiu, C. J., and Q. Xu, 1992: A simple adjoint method of wind analysis for single-Doppler data., J. Atmos. Oceanic Technol., 9, 588-598.
- Scialom, G., and J. Testud, 1986: Retrieval of horizontal wind field and mesoscale vertical vorticity in stratiform precipitation by conical scanings with two Doppler radars. J. Atmos. Oceanic Technol., 3, 693-703.
- Srivastava, R. C., and T. J. Matejka, 1986: Doppler Radar Study of the Trailing Anvil Region Associated with a Squall Line. J. Atmos. Sci., Meteor., 43, 356-377.
- Waldteufel, P., and H. Corbin, 1979: On the analysis of single-Doppler radar data. J. Appl. Meteor., 18, 532-542.
- Zhang, J. and Gal-Chen, 1996: Single-Doppler Wind Retrieval in

the Moving Frame of Reference. J. Atmos Sci., 53,
2609-2623.

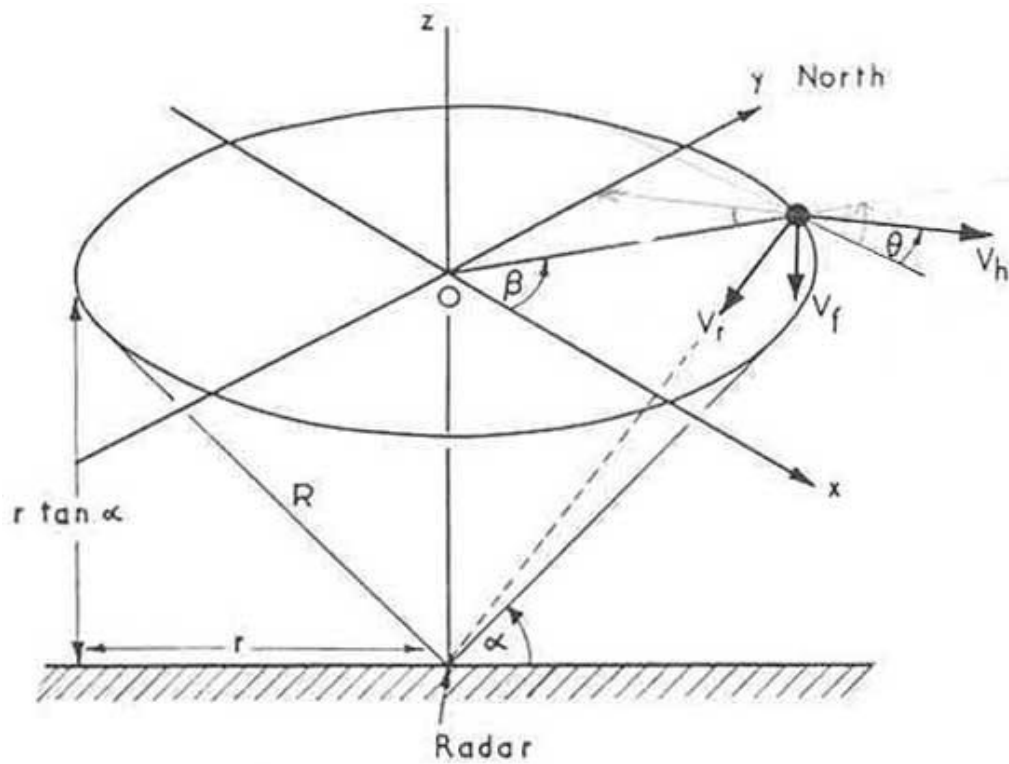


圖 2-1 VAD 方法幾何關係圖

(摘自 : Browning and Wexler, 1968)

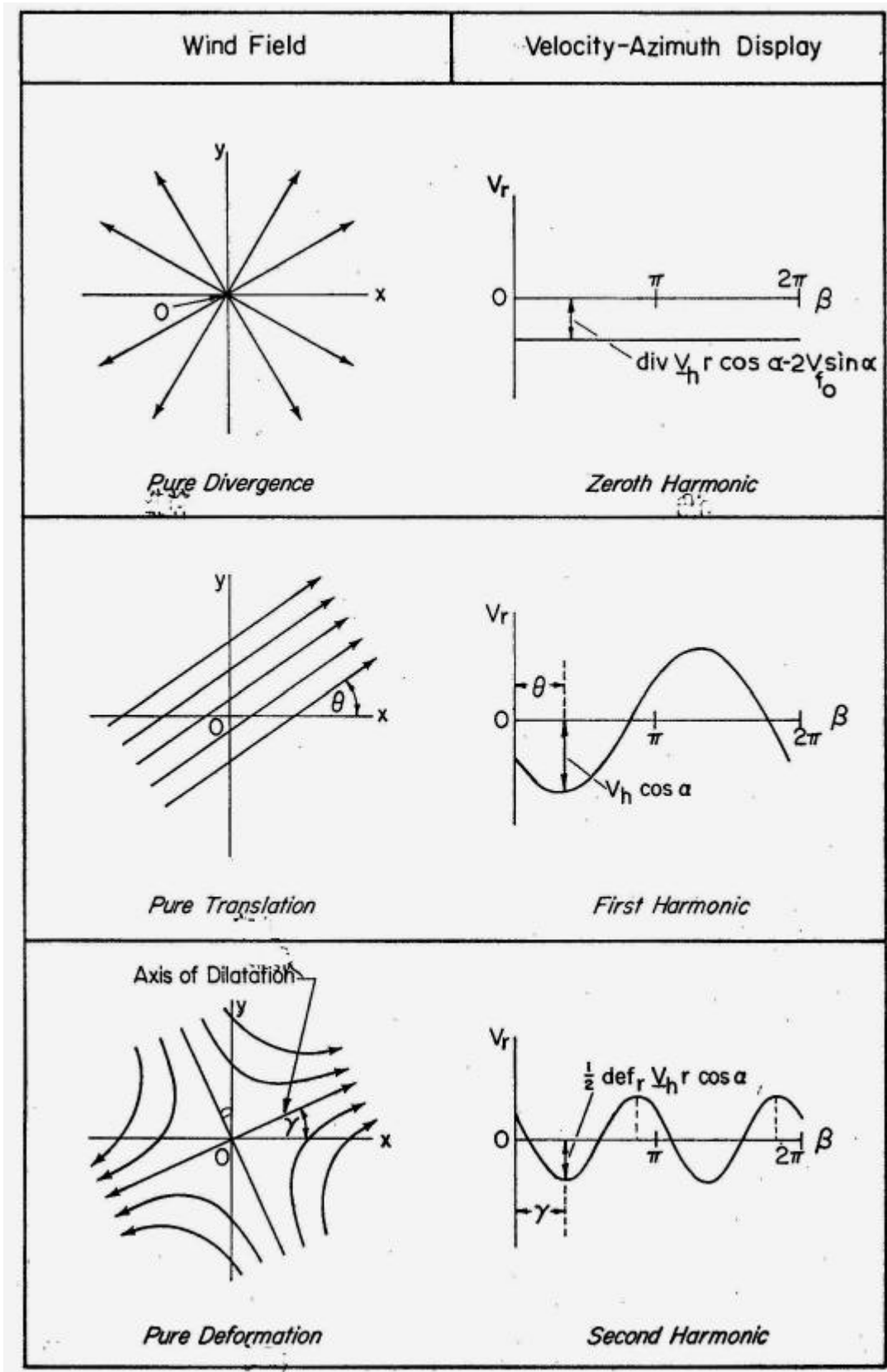


圖 2-2 VAD 諧和分析圖

(摘自 : Browning and Wexler, 1968)

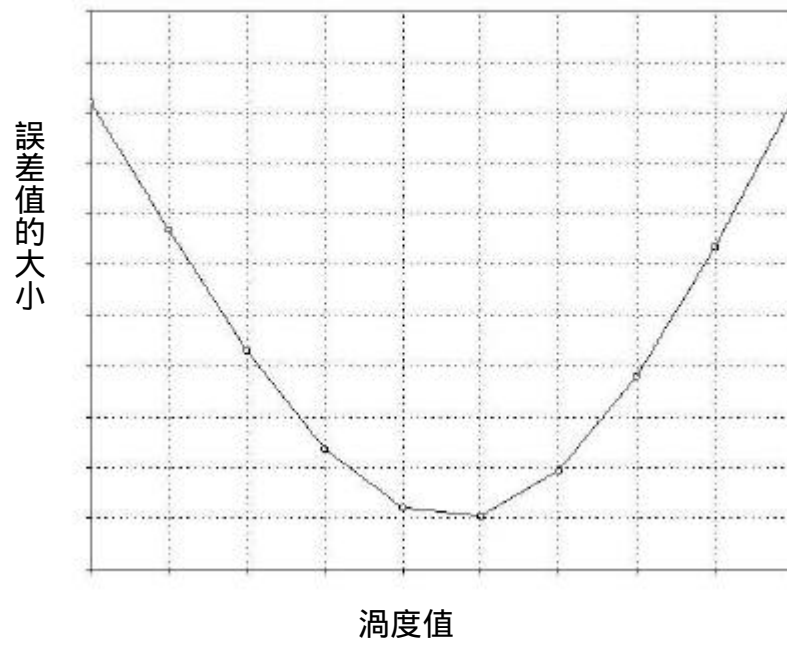


圖 2-3 相對均方根誤差出現極小值的情況

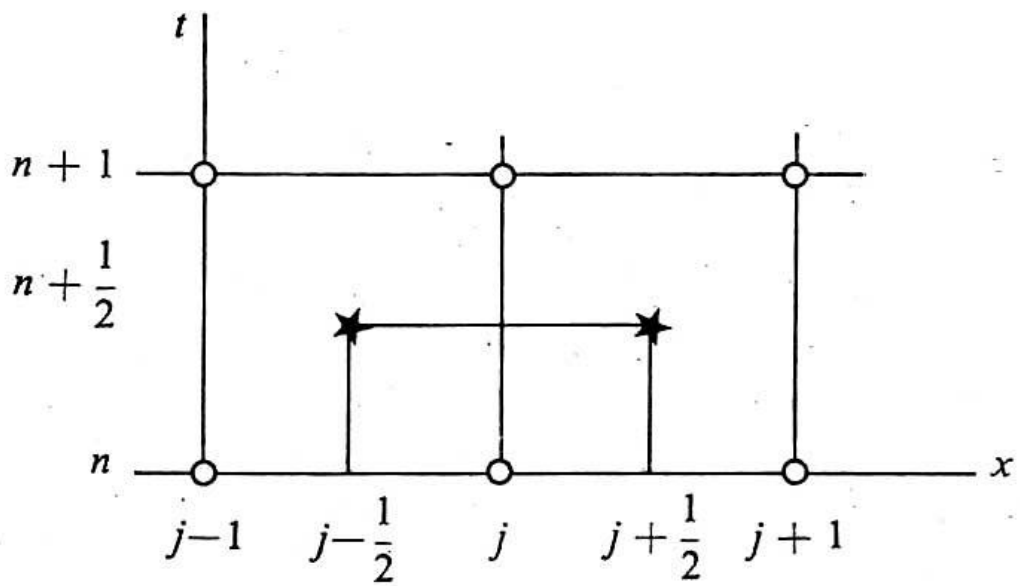


圖 3-1 Lax Wendroff Scheme 的時空網格

(摘自 : Mesinger and Arakawa, 1976)

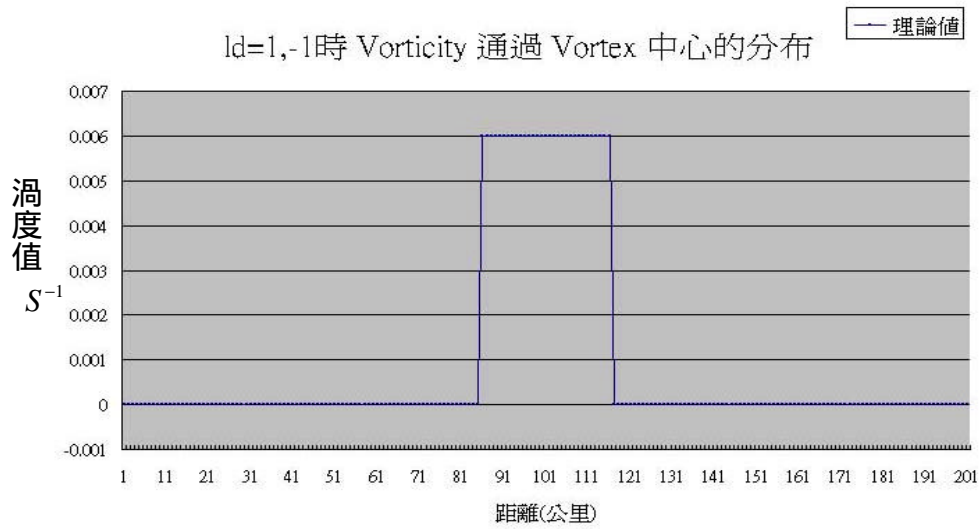


圖 3-2 當 $\lambda = 1$ 時渦度場通過 Vortex 中心剖面圖

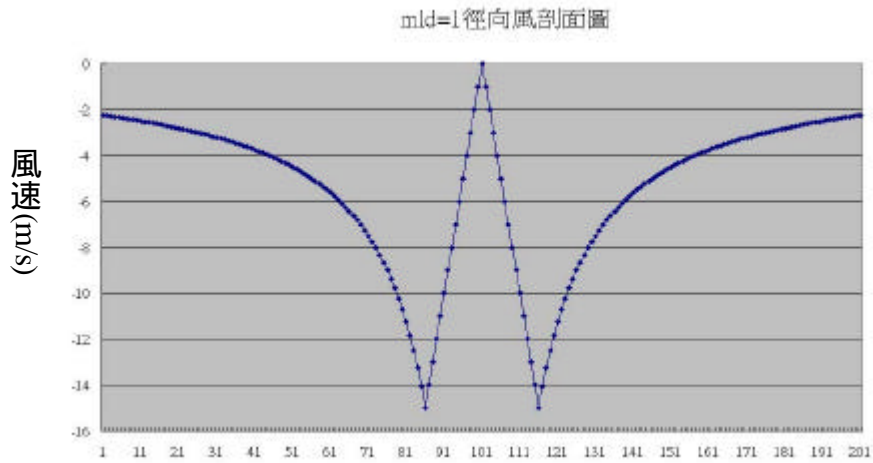


圖 3-3 當 $\lambda = 1$ 時徑向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

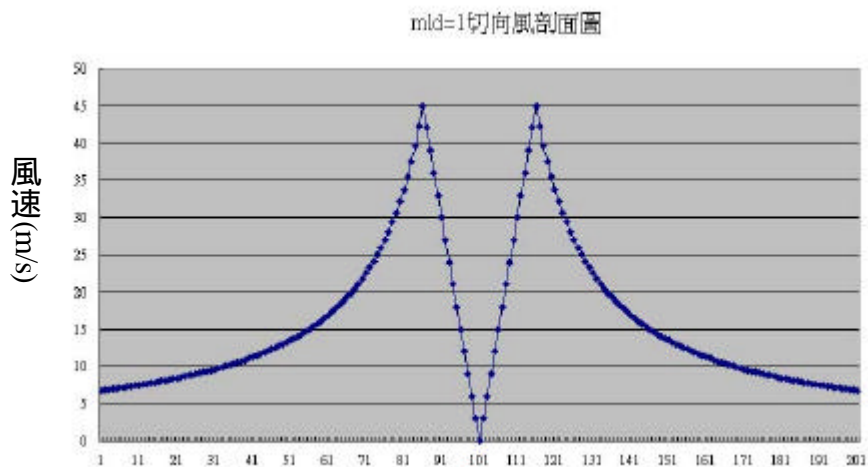


圖 3-4 當 $\lambda = 1$ 時切向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

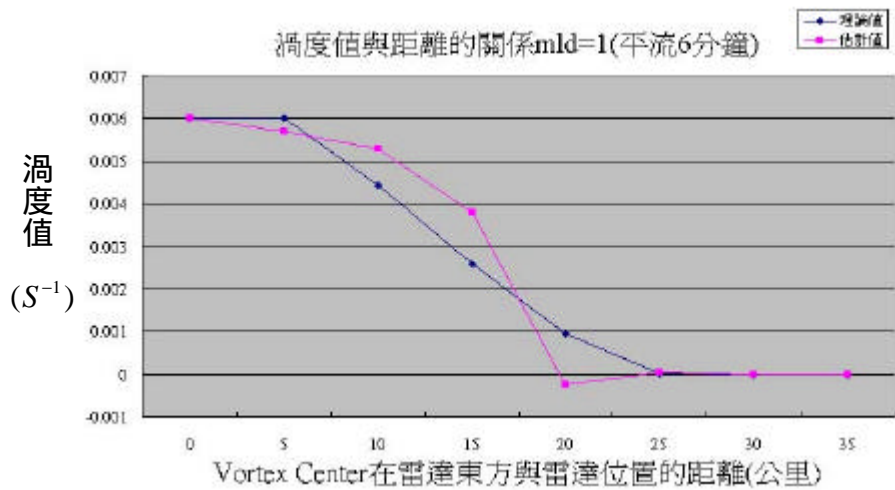


圖 3-5 當 $\sigma = 1$ 時平流 6 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

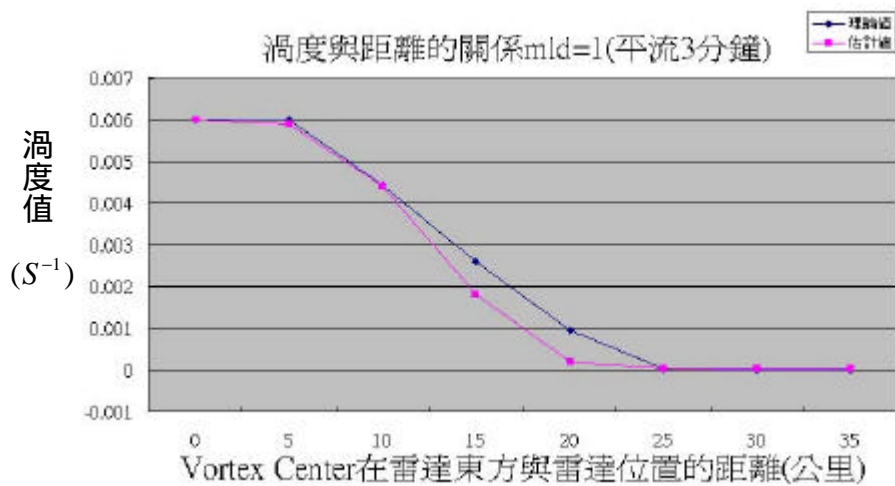


圖 3-6 當 $\sigma = 1$ 時平流 3 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

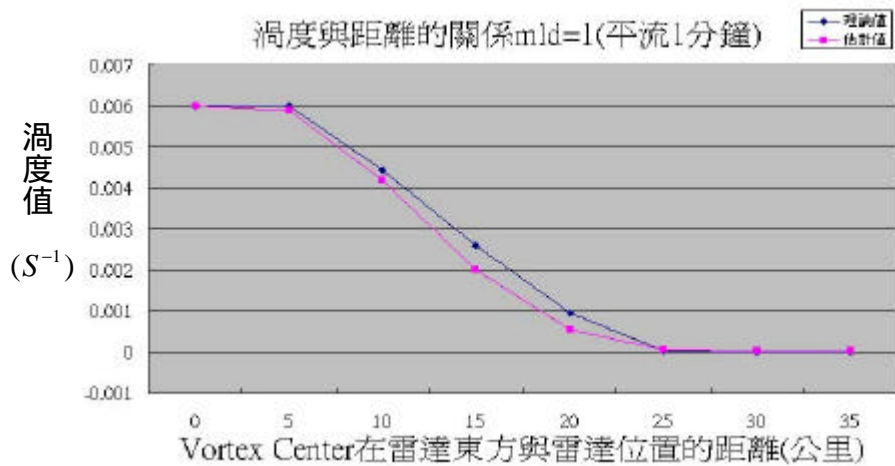


圖 3-7 當 $\sigma = 1$ 時平流 1 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

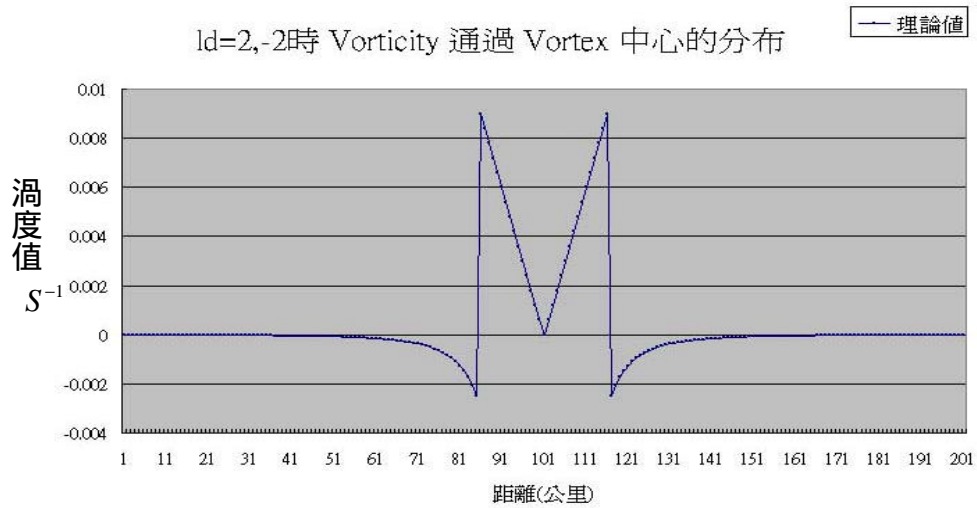


圖 3-8 當 $\sigma = 2$ 時渦度場通過 Vortex 中心剖面圖

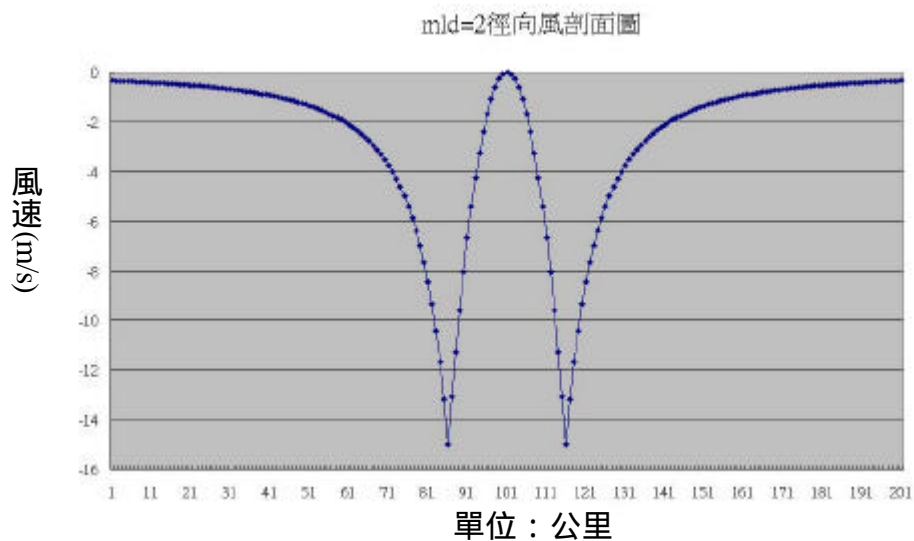


圖 3-9 當 $\sigma = 2$ 時徑向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

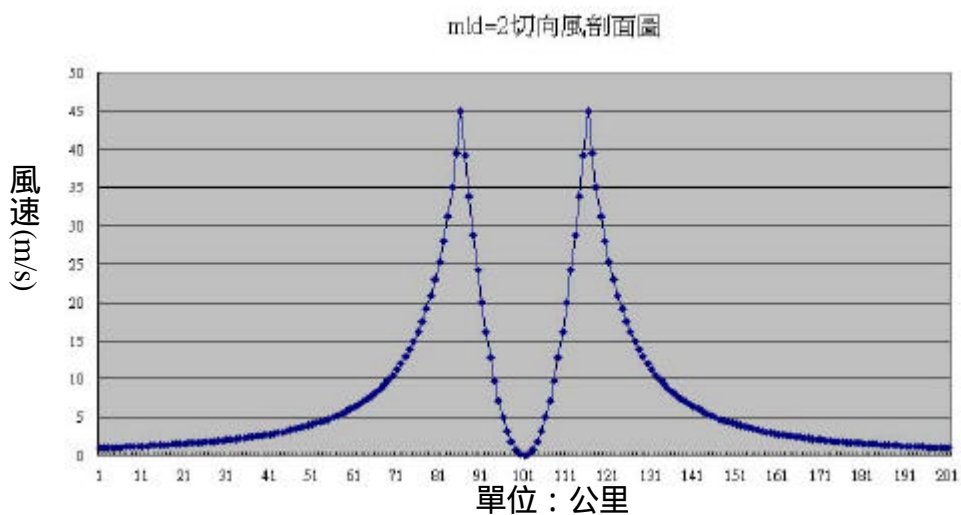


圖 3-10 當 $\sigma = 2$ 時切向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

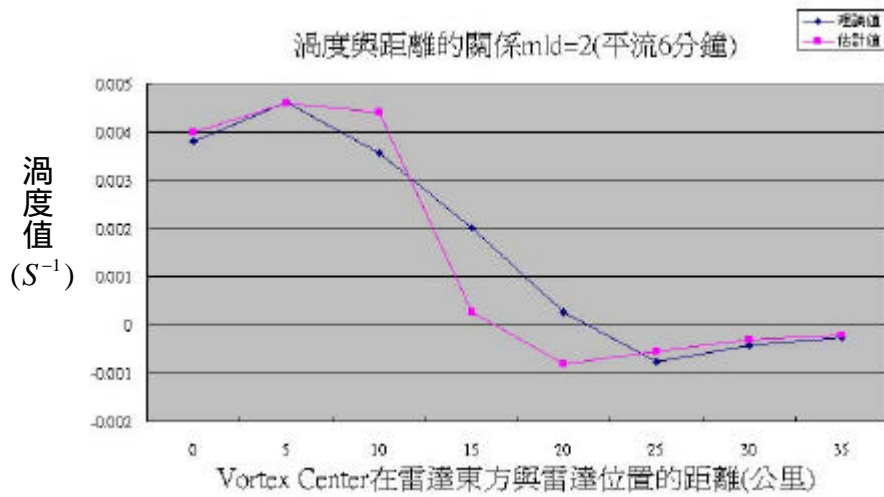


圖 3-11 當 $\tau = 2$ 時平流 6 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

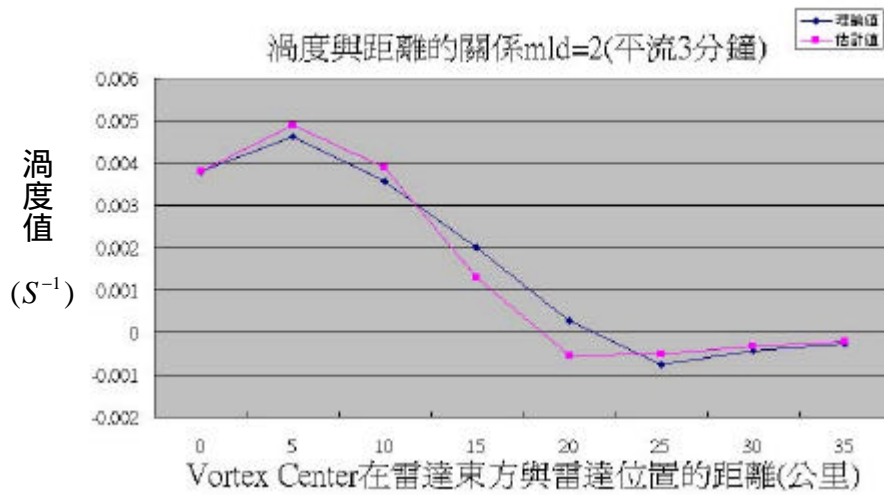


圖 3-12 當 $\tau = 2$ 時平流 3 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

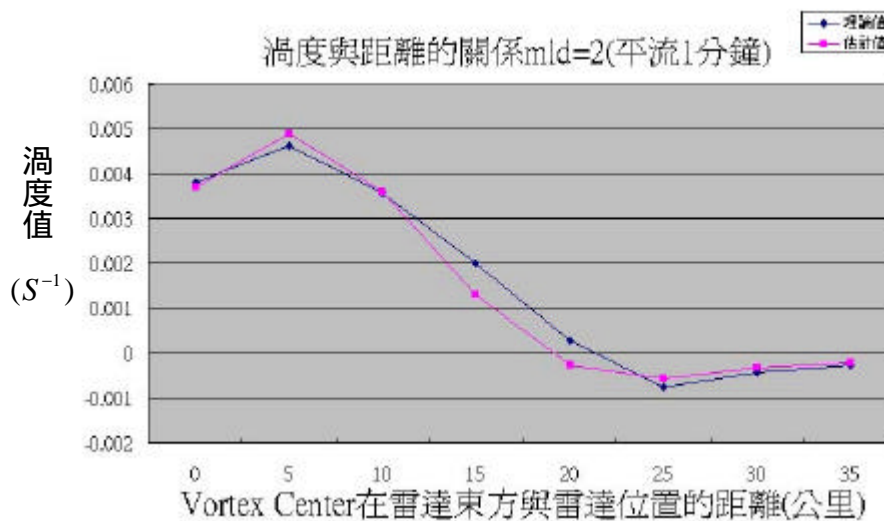


圖 3-13 當 $\tau = 2$ 時平流 1 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

ld=3,-3時 Vorticity 通過 Vortex 中心的分布

— 理論值

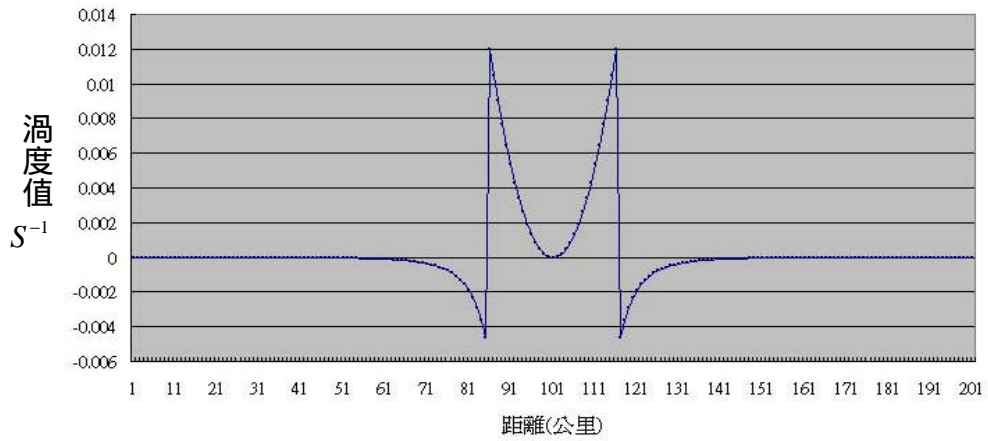
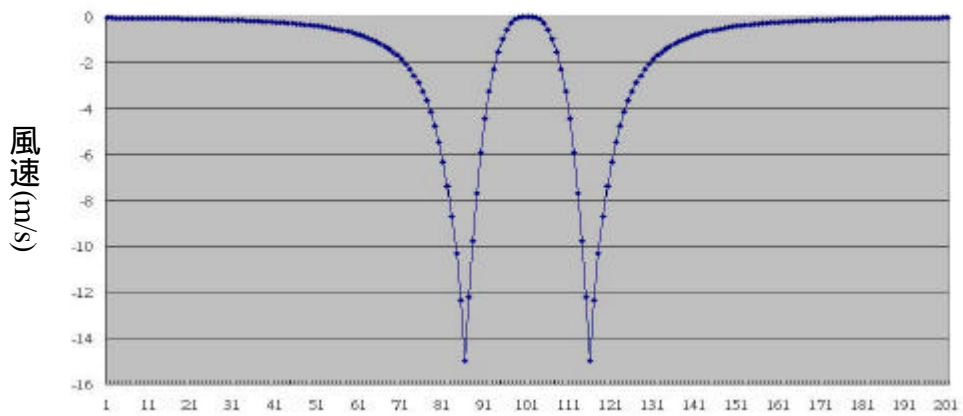


圖 3-14 當 =3 時渦度場通過 Vortex 中心剖面圖

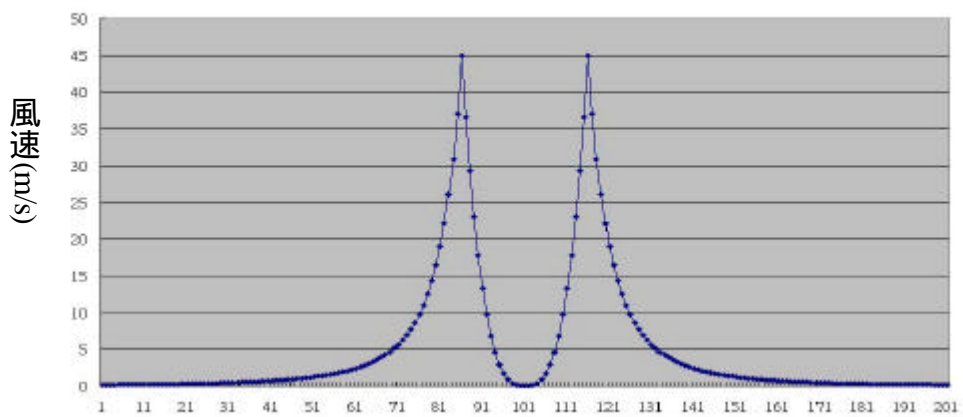
mld=3 徑向風剖面圖



單位：公里

圖 3-15 當 =3 時徑向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

mld=3 切向風剖面圖



單位：公里

圖 3-16 當 =3 時切向方向風場通過 Vortex 中心剖面圖

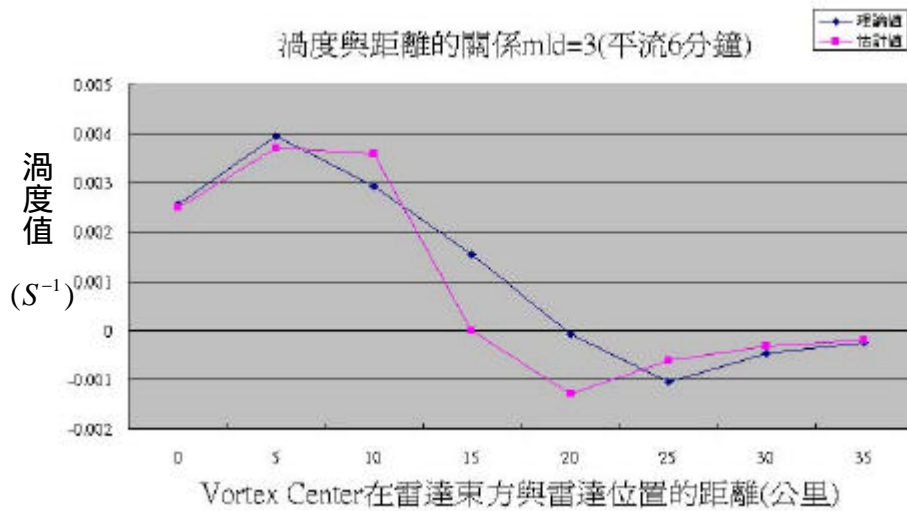


圖 3-17 當 $\tau = 3$ 時平流 6 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

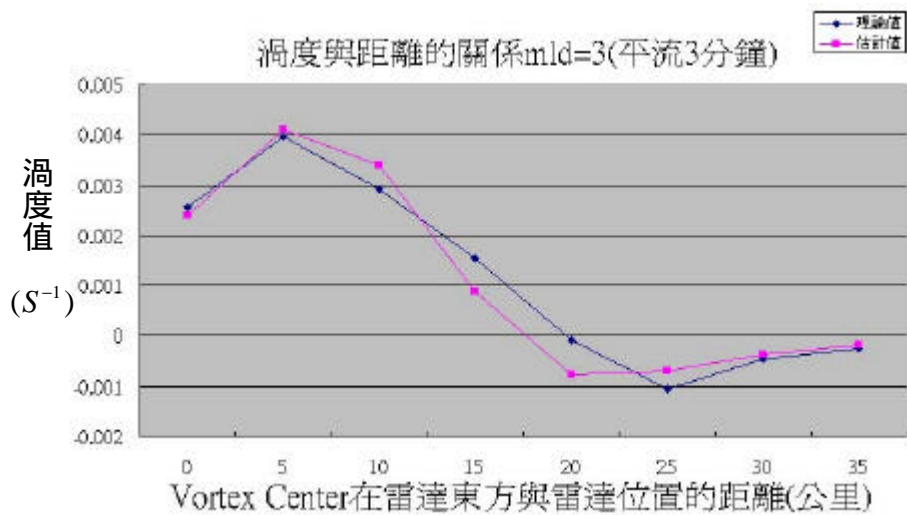


圖 3-18 當 $\tau = 3$ 時平流 3 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

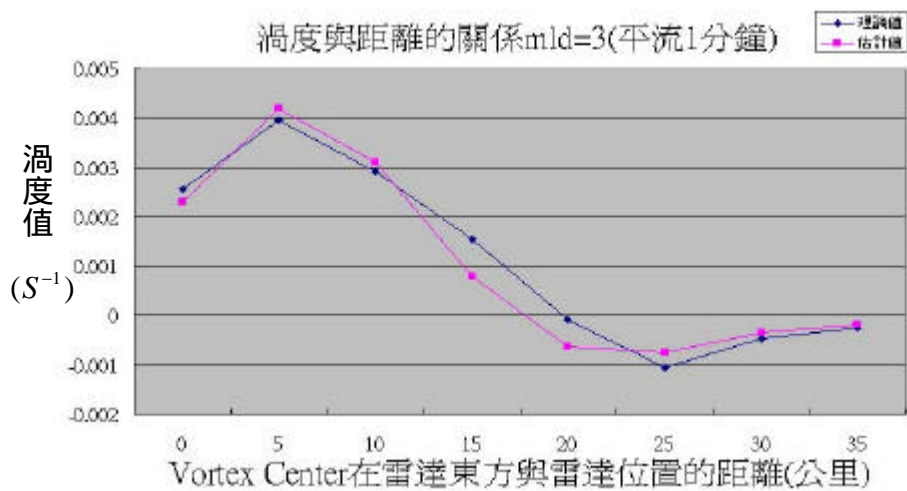


圖 3-19 當 $\tau = 3$ 時平流 1 分鐘渦度估計值與理論值隨距離分佈圖

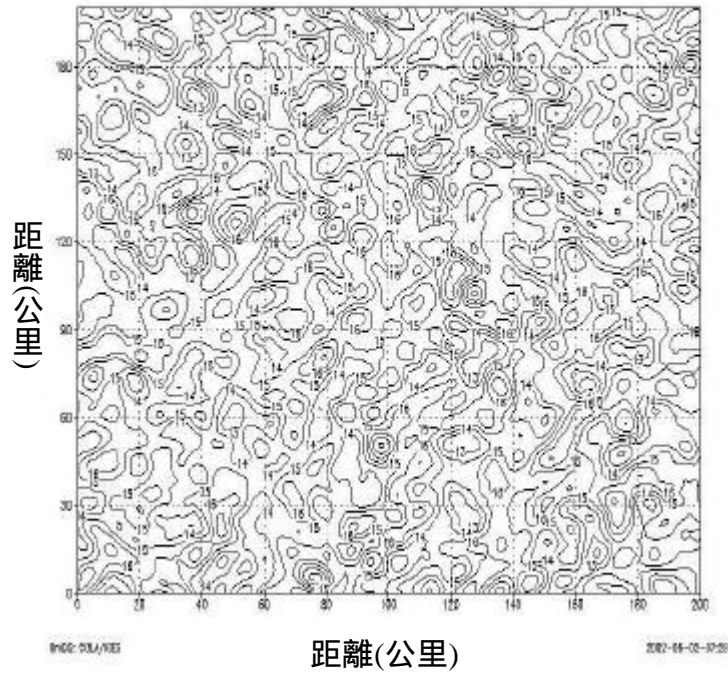


圖 3-20 模擬實驗之初始回波場

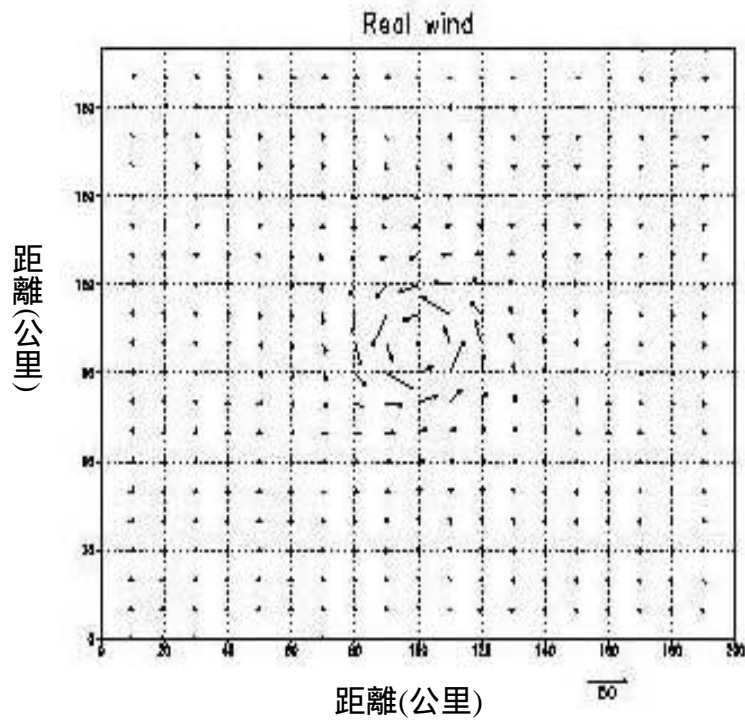


圖 3-21a $t=1$ 時的理想颱風風場分佈

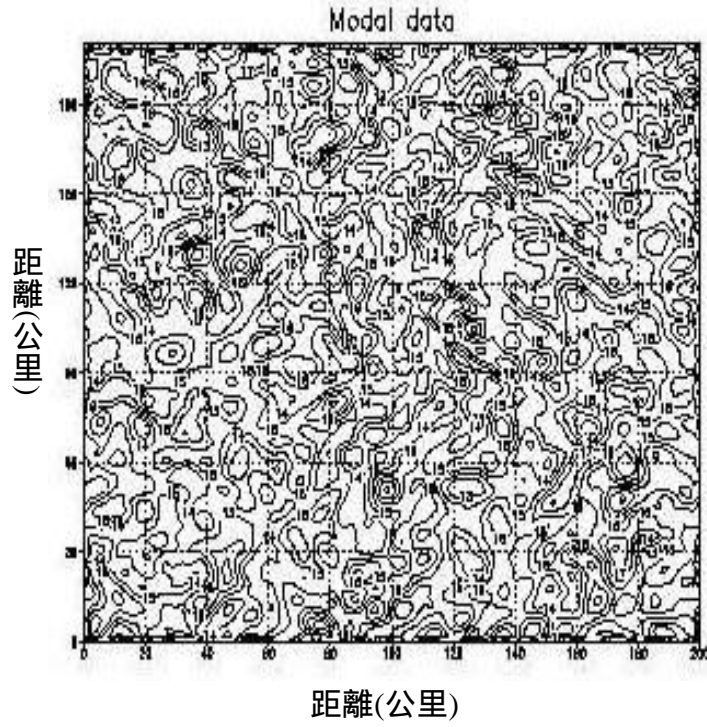


圖 3-21b 利用理想颱風風場平流 1 分鐘後的回波場

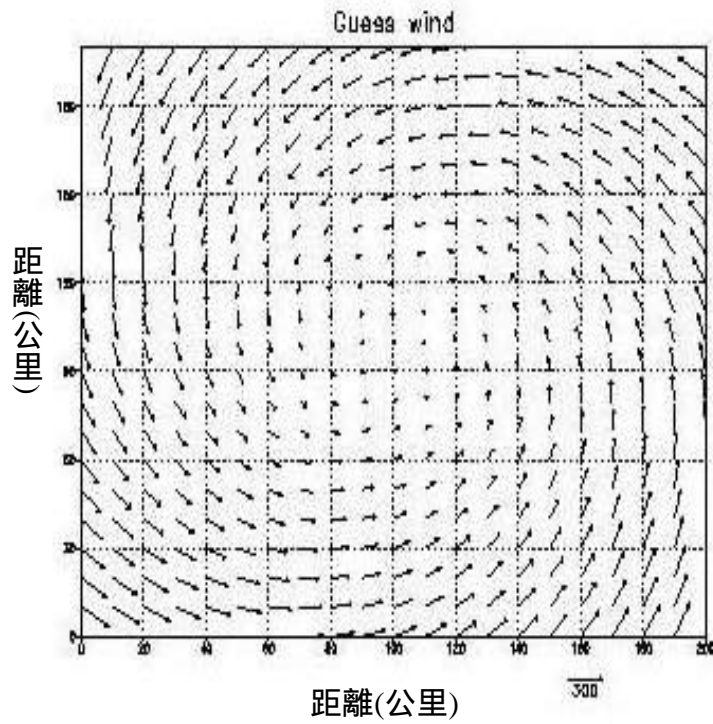


圖 3-22a 利用最佳渦度猜值重建之風場

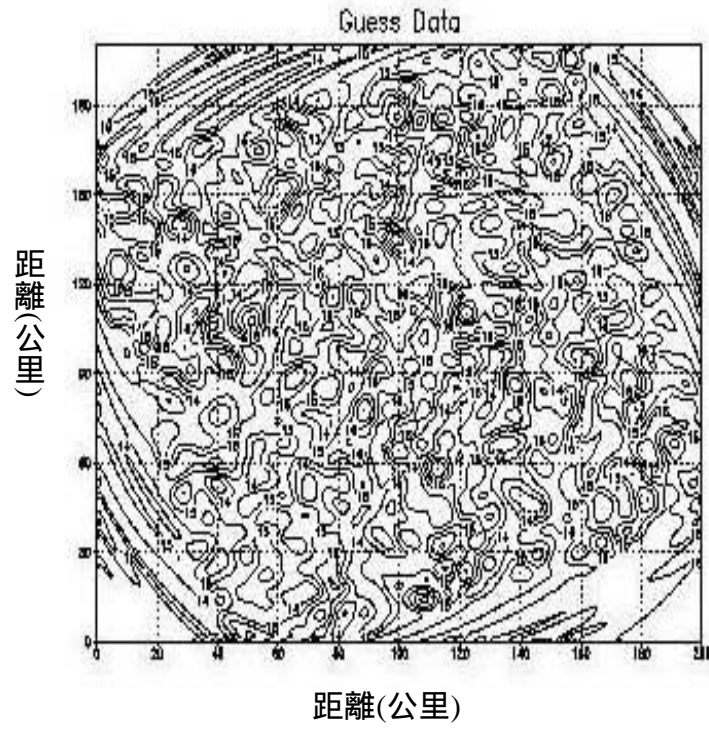


圖 3-22b 利用重建之風場風場平流 1 分鐘後的回波場

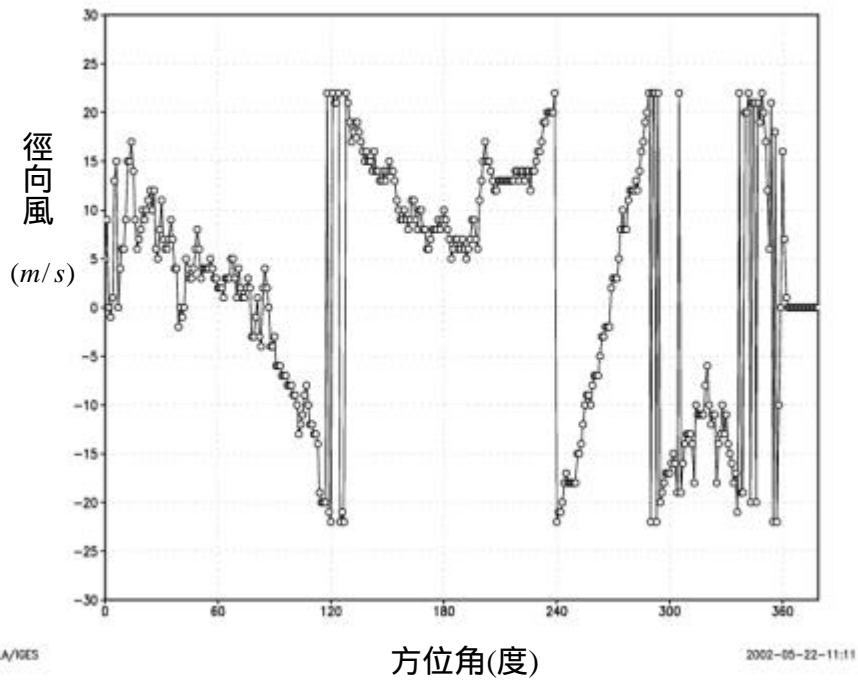


圖 4-1 徑向風隨方位角分佈的原始觀測資料

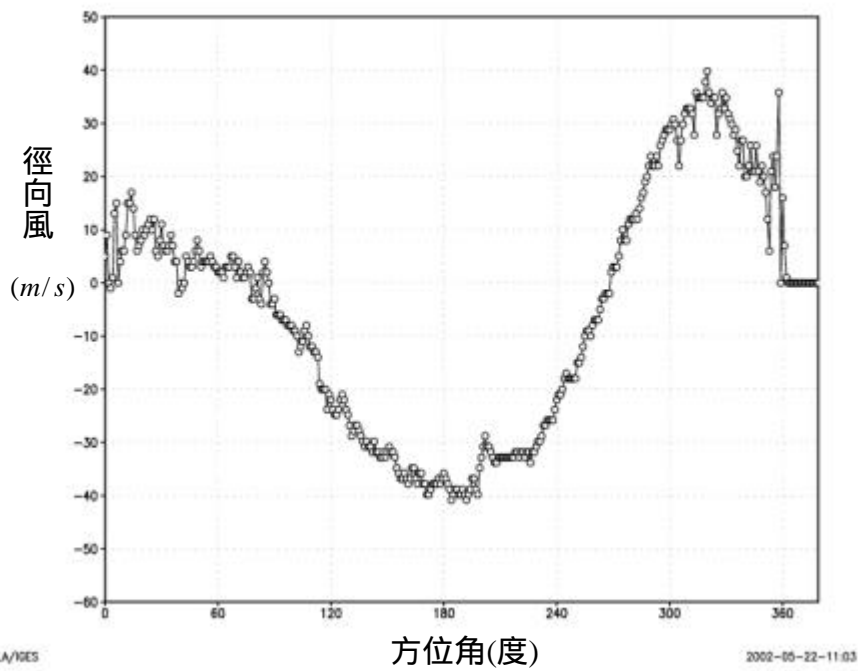


圖 4-2 將圖 4-1 資料做除錯後徑相風隨方位角分佈圖

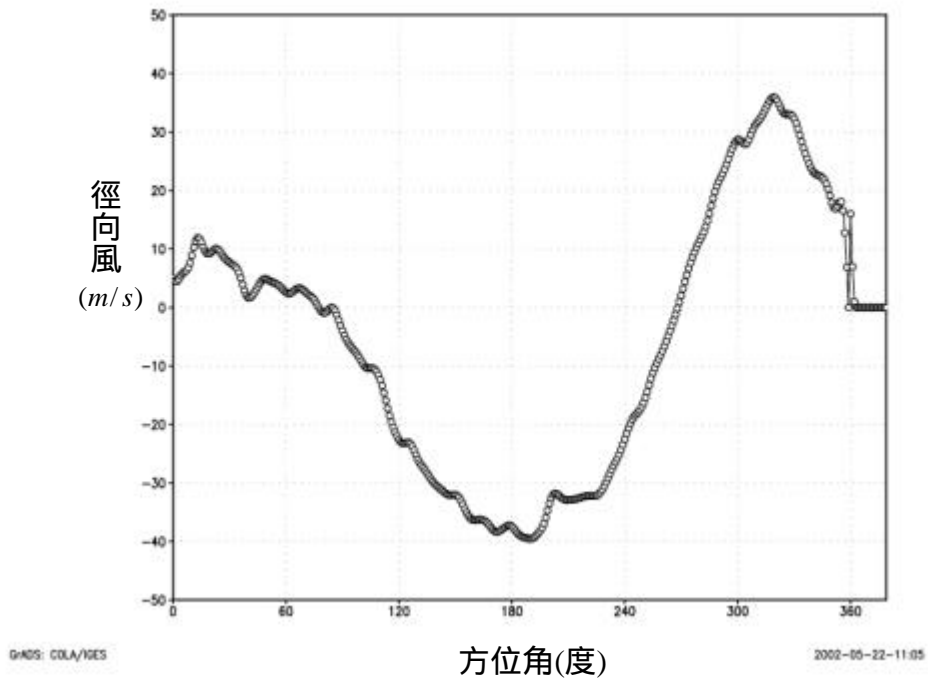


圖 4-3 將圖 4-2 資料做平滑後徑向風隨方位角分佈圖

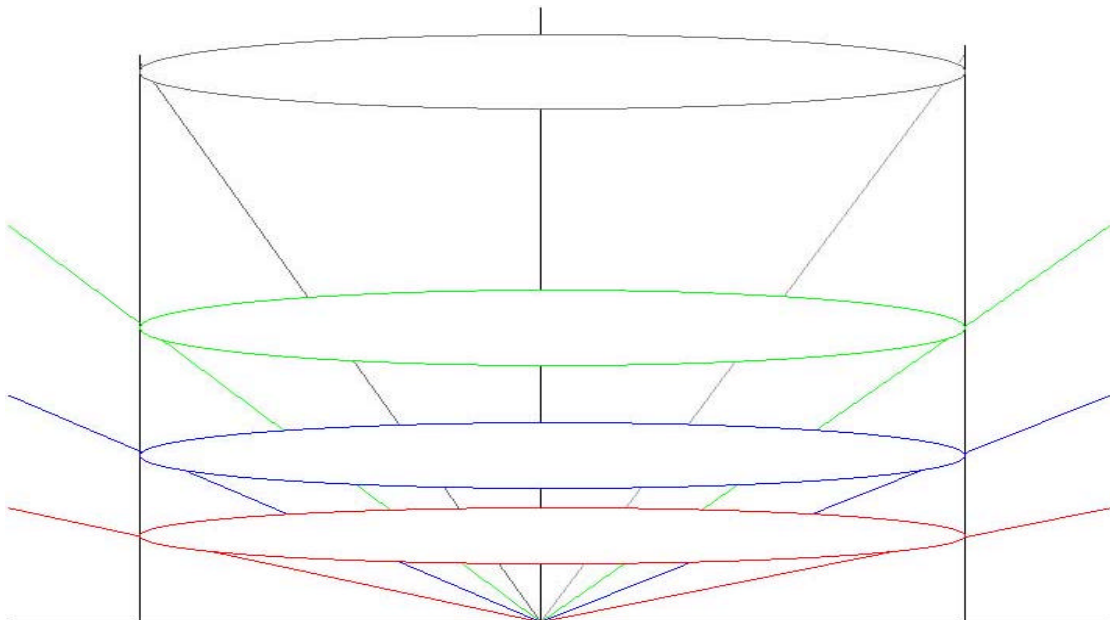


圖 4-4 同一範圍不同仰角所對應的高度示意圖

1/ 9/16 10 58 11-11 3 53 Z = 2.31 KM DZ
(AS OF 06/25/02) ORIGIN=(0,00, 0,00) KM X-AXIS= 90,0 DEG

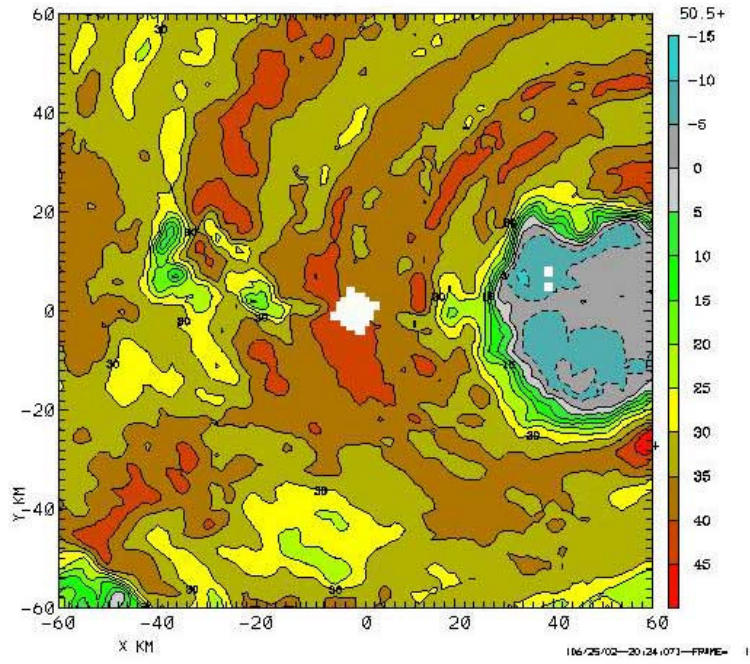


圖 4-5a 修補前之回波圖

1/ 9/16 10 58 11-11 3 53 Z = 2.31 KM DZ
(AS OF 06/25/02) ORIGIN=(0,00, 0,00) KM X-AXIS= 90,0 DEG

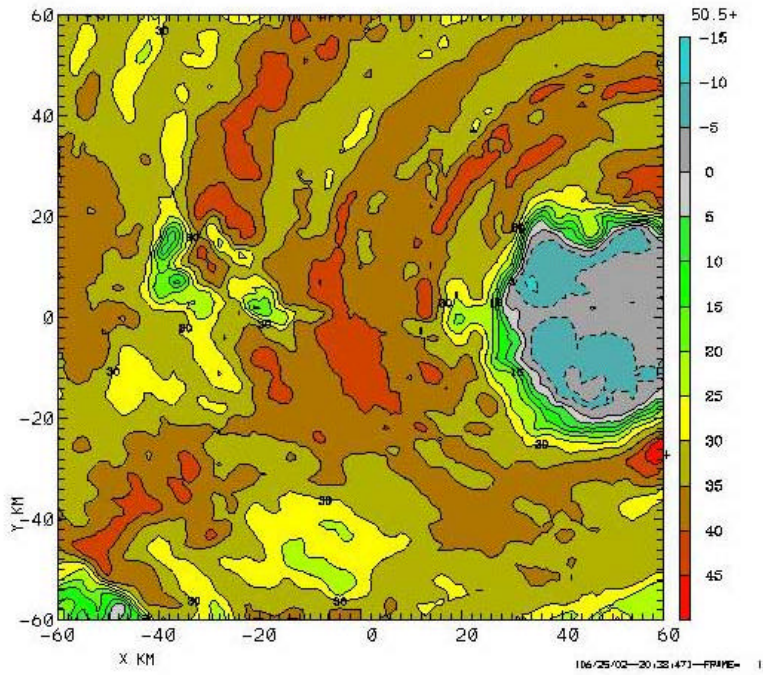


圖 4-5b 修補後之回波圖

Rasta和1823-1846之資料

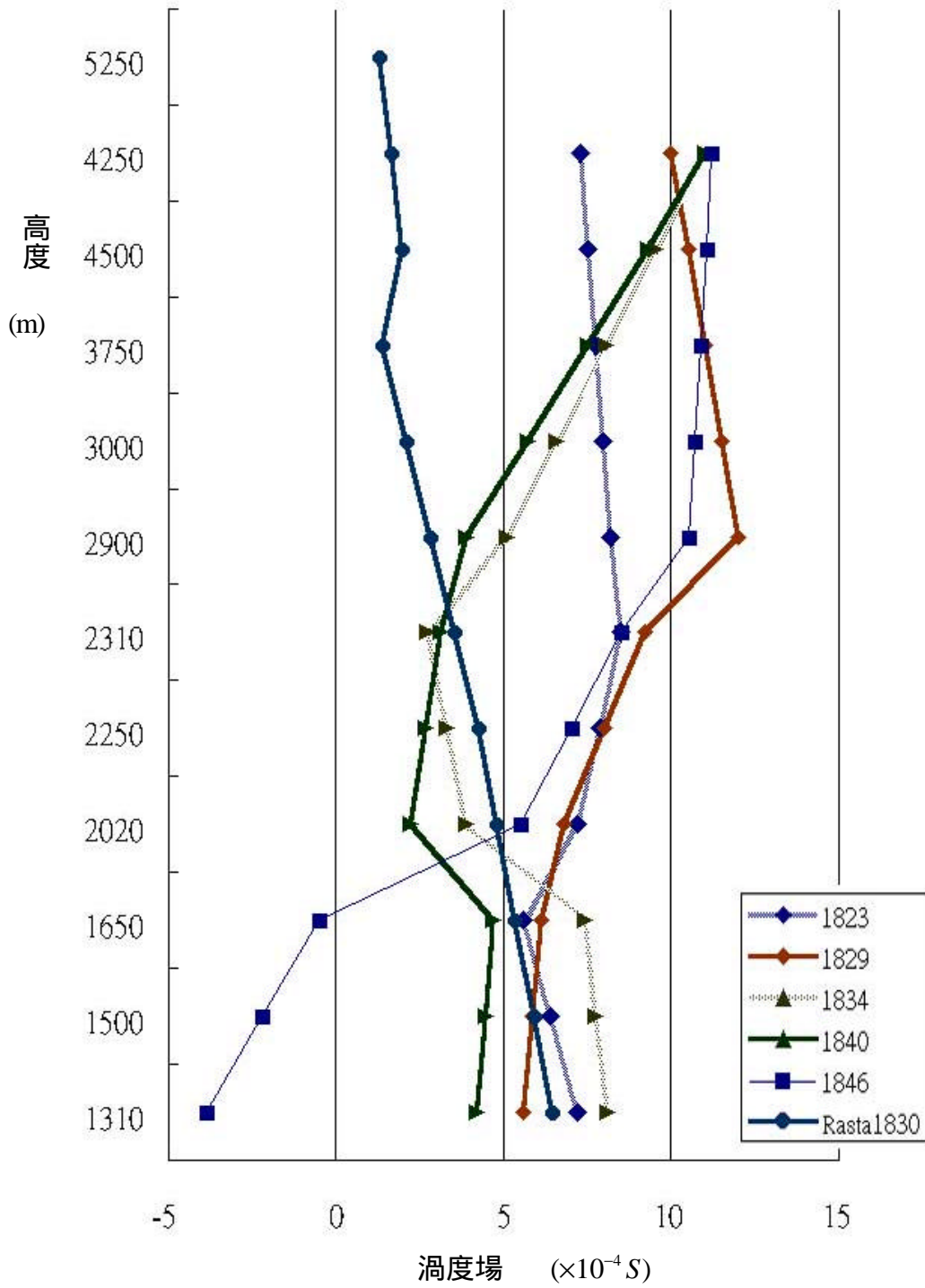


圖 4-6 2001 年 9 月 16 日 18:23LST~18:46LST 之垂直渦度場

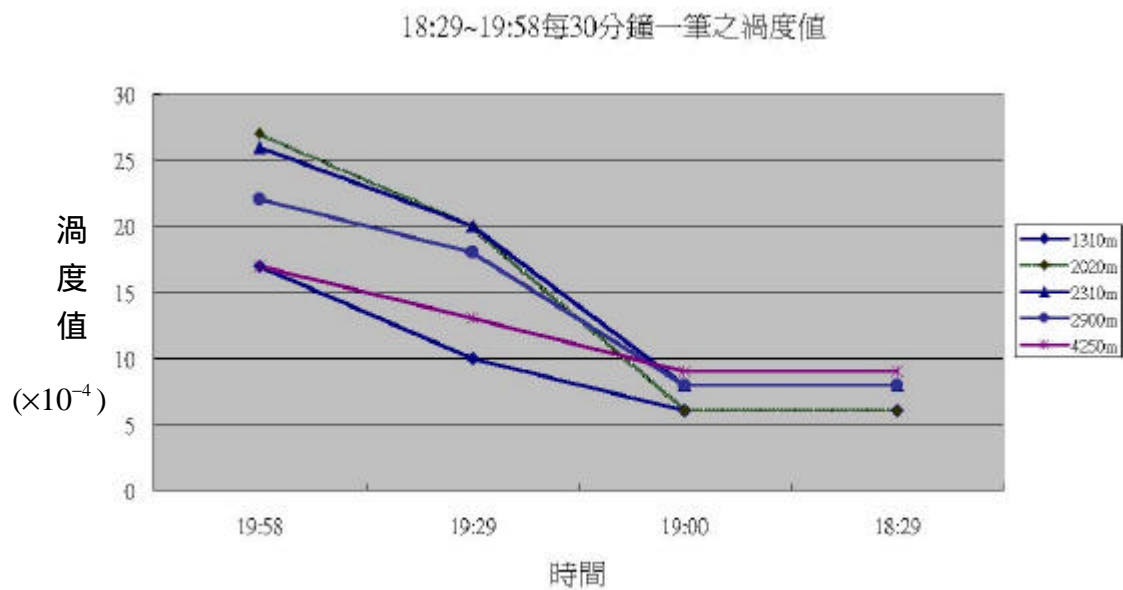


圖 4-7 2001 年 1829LST~1958LST 每 30 分鐘一筆資料

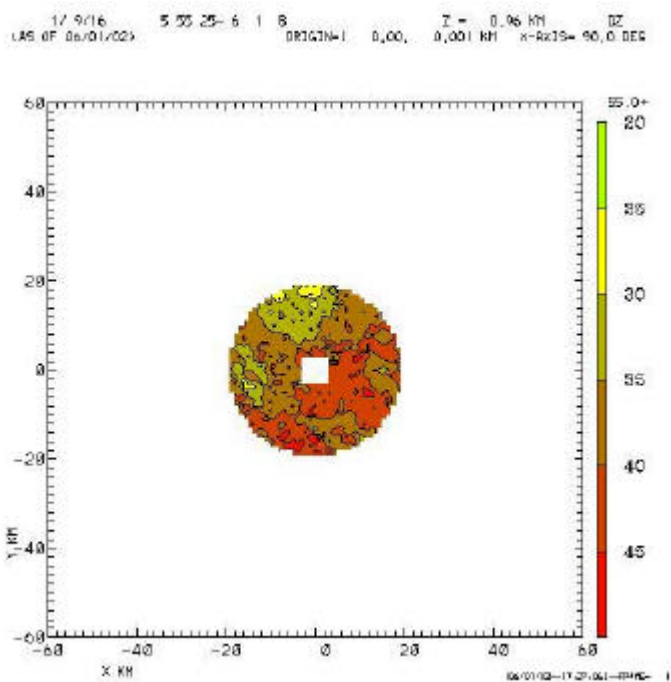


圖 4-8a 低仰角所觀測之回波場有資料不足的現象

1/ 9/16 5 55 25- 6 1 8 Z = 5.98 KM DZ
 (AS OF 06/01/02) ORIGIN=(0.00, 0.00) KM X-AXIS= 90.0 DEG

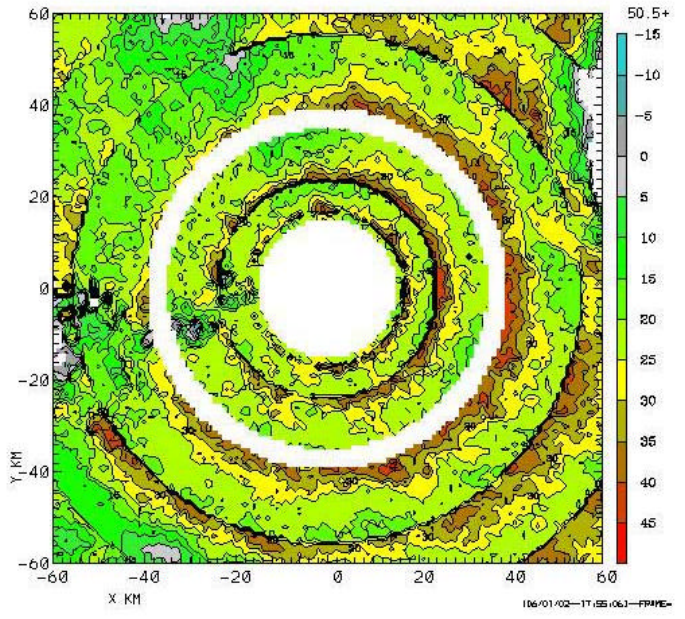


圖 4-8b 高仰角所觀測之回波場有資料缺乏的現象

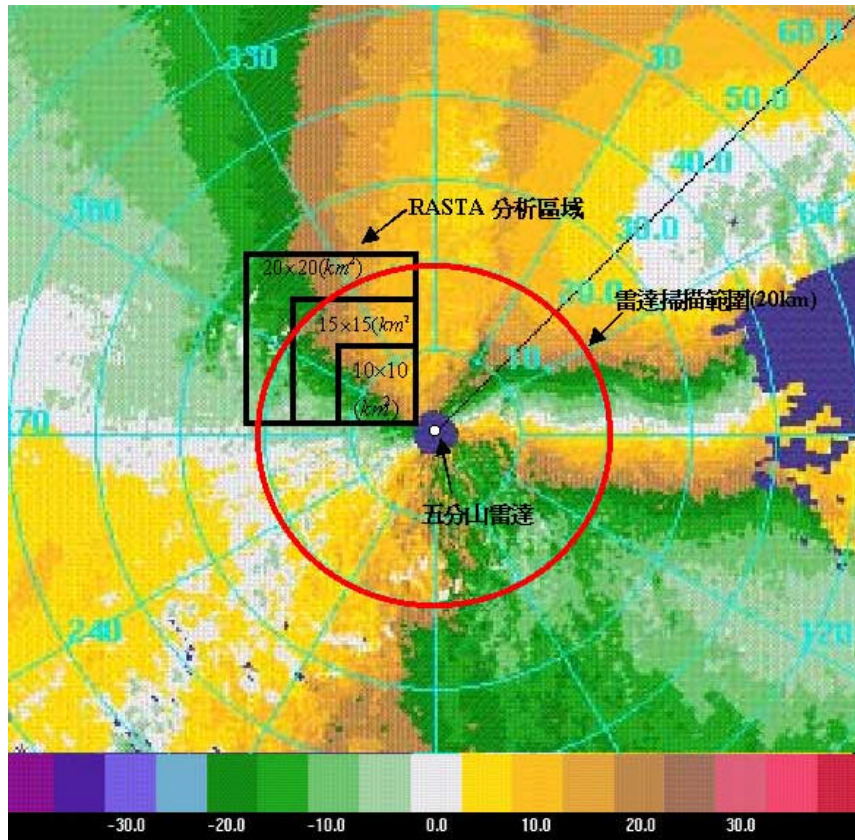


圖 4-9 RASTA 分析區域與雷達掃描範圍示意圖

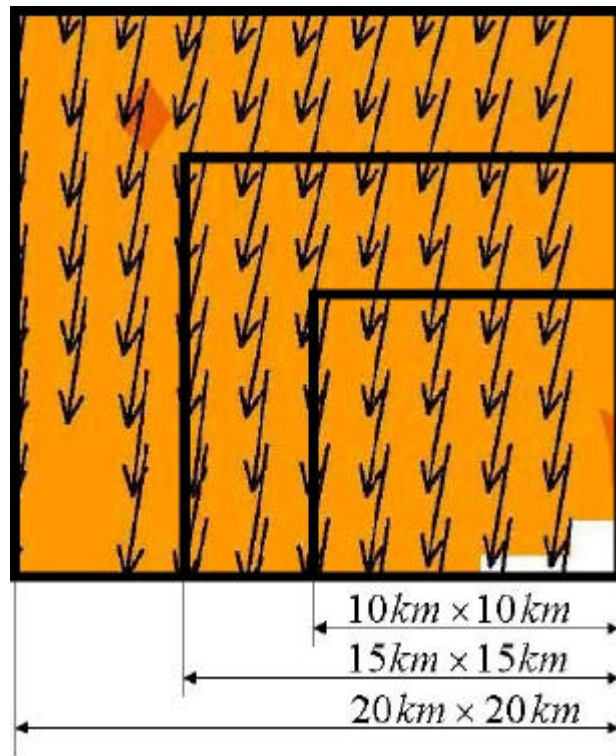


圖 4-10 RASTA 分析區域與風場分佈之示意圖

RASTA分析之渦度場

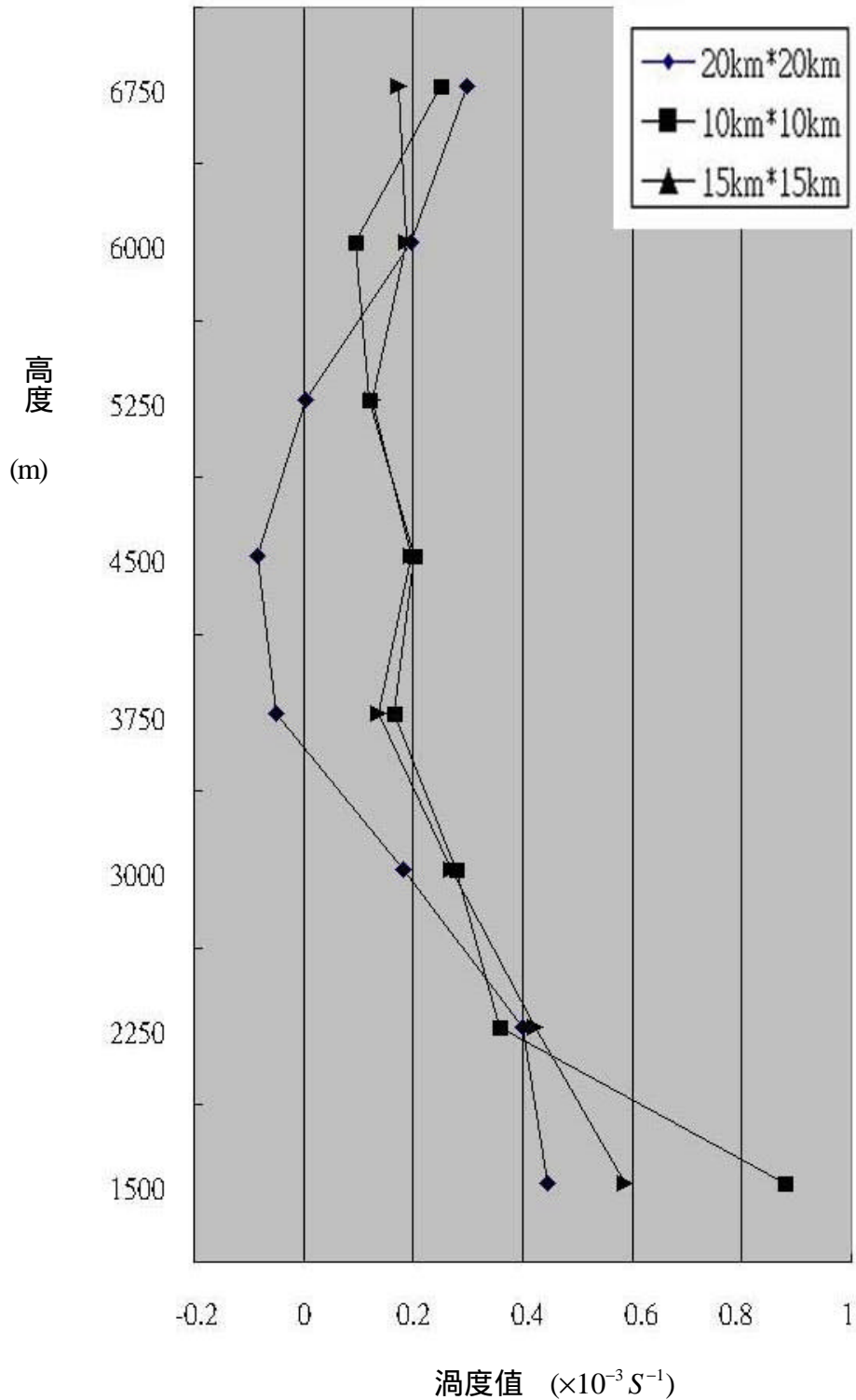


圖 4-11 2001 年 9 月 16 日 18:30LST RASTA 分析之垂直渦度場。求取之渦度值為一水平面積之平均值。面積大小如右上角所示。

表 4-1 在一固定範圍內對應不同仰角所得到的高度分佈(真實資料所計算出的高度)

SWEEP	10 公里掃描範圍(m)	20 公里掃描範圍(m)	仰角(度)
2	846	937	0.3
4	1031	1308	1.4
5	1208	1662	2.4
6	1369	1984	3.3
7	1535	2315	4.3
8	1825	2896	6.0
9	2487	4219	9.8
10	3360	5902	14.5
11	4193	7716	19.4

表 4-2 在一固定範圍內對應不同仰角所得到的高度分佈(模式反演時所代入的高度)

SWEEP	10 公里掃描範圍(m)	20 公里掃描範圍(m)	仰角
2	850	960	0.5
4	1030	1310	1.5
5	1190	1650	2.5
6	1360	2020	3.5
7	1510	2310	4.5
8	1810	2900	6.0
9	2570	4250	10
10	3360	5980	14.5
11	4180	7700	19.5

表 4-3 2001 年 9 月 16 日 18:23LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

SWEEP	輻合輻散場 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	渦度估計值 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	高度 (m)
2	-6.05	無法估計	960
4	-3.55	7.2	1310
5	-2.04	5.6	1650
6	-0.75	7.2	2020
7	0.54	8.5	2310
8	1.41	8.2	2900
9	1.05	7.3	4250
10	1.78	無法估計	5980
11	0.22	無法估計	7700

表 4-4 2001 年 9 月 16 日 18:29LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

SWEEP	輻合輻散場 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	渦度估計值 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	高度 (m)
2	-6.09	無法估計	960
4	-4.36	5.6	1310
5	-2.61	6.1	1650
6	-1.26	6.8	2020
7	-0.12	9.2	2310
8	1.23	12	2900
9	1.67	10	4250
10	1.48	無法估計	5980
11	0.72	無法估計	7700

表 4-5 2001 年 9 月 16 日 18:34LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

SWEEP	輻合輻散場 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	渦度估計值 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	高度 (m)
2	-6.09	無法估計	960
4	-4.36	8.1	1310
5	-2.61	7.4	1650
6	-1.26	3.9	2020
7	-0.12	2.7	2310
8	1.23	5.1	2900
9	1.67	11	4250
10	1.48	無法估計	5980
11	0.71	無法估計	7700

表 4-6 2001 年 9 月 16 日 18:40LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

SWEEP	輻合輻散場 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	渦度估計值 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	高度 (m)
2	-5.42	無法估計	960
4	-3.52	4.2	1310
5	-2.10	4.7	1650
6	-1.08	2.2	2020
7	-0.37	3.1	2310
8	-0.048	3.9	2900
9	0.69	11	4250
10	1.91	無法估計	5980
11	1.65	無法估計	7700

表 4-7 2001 年 9 月 16 日 18:46LST 垂直輻散場及垂直渦度場數據

SWEEP	輻合輻散場 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	渦度估計值 ($\times 10^{-4} S^{-1}$)	高度 (m)
2	-5.09	無法估計	960
4	-3.11	-3.9	1310
5	-1.94	-5.0	1650
6	-1.02	5.5	2020
7	-4.38	8.5	2310
8	1.35	10.5	2900
9	5.35	11.2	4250
10	1.38	無法估計	5980
11	1.48	無法估計	7700