

國 立 中 央 大 學

大 氣 科 學 學 系

碩 士 論 文

以徑向風聯立方程的直接解改善多都卜勒雷達風場合
成技術反演垂直速度之可行性評估

**A feasibility study of improving the retrieved vertical
velocity in multiple-Doppler radar wind synthesized
technology using the direct solution of radial wind equations**

研 究 生：吳 佳 靜

指 導 教 授：廖 宇 慶 博 士

中 華 民 國 113 年 11 月

國立中央大學圖書館學位論文授權書

填單日期：113/ 11 / 18

2019.9 版

授權人姓名	吳佳靜	學 號	111621015
系所名稱	大氣科學系大氣物理碩士班	學位類別	<input checked="" type="checkbox"/> 碩士 <input type="checkbox"/> 博士
論文名稱	以徑向風聯立方程的直接解改善多都卜勒雷達風場合成技術反演垂直速度之可行性評估	指導教授	廖宇慶

學位論文網路公開授權

授權本人撰寫之學位論文全文電子檔：

• 在「國立中央大學圖書館博碩士論文系統」。

() 同意立即網路公開

() 同意 於西元 2025 年 12 月 31 日網路公開

() 不同意網路公開，原因是：_____

• 在國家圖書館「臺灣博碩士論文知識加值系統」

() 同意立即網路公開

() 同意 於西元 2025 年 12 月 31 日網路公開

() 不同意網路公開，原因是：_____

依著作權法規定，非專屬、無償授權國立中央大學、台灣聯合大學系統與國家圖書館，不限地域、時間與次數，以文件、錄影帶、錄音帶、光碟、微縮、數位化或其他方式將上列授權標的基於非營利目的進行重製。

學位論文紙本延後公開申請 (紙本學位論文立即公開者此欄免填)

本人撰寫之學位論文紙本因以下原因將延後公開

• 延後原因

() 已申請專利並檢附證明，專利申請案號：

() 準備以上列論文投稿期刊

() 涉國家機密

() 依法不得提供，請說明：_____

• 公開日期：西元 2025 年 12 月 31 日

※繳交教務處註冊組之紙本論文(送繳國家圖書館)若不立即公開，請加填「國家圖書館學位論文延後公開申請書」

研究生簽名： 吳佳靜

指導教授簽名： 廖宇慶

國家圖書館學位論文延後公開申請書

Application for Embargo of Thesis/Dissertation

申請日期：民國 113 年 11 月 18 日

Application Date: 113 / 11 / 18 (YYYY/MM/DD)

申請人姓名 Applicant Name	吳佳靜	學位類別 Graduate Degree	<input type="checkbox"/> 碩士 Master <input type="checkbox"/> 博士 Doctor	畢業年月 Graduation Date (YYYY/MM)	民國 <u>113</u> 年 <u>11</u> 月 <u>2024</u> / <u>11</u>
學校名稱 University	國立中央大學	系所名稱 School/Department	大氣科學系大氣物理碩士班		
論文名稱 Thesis / Dissertation Title	以徑向風聯立方程的直接解改善多都卜勒雷達風場合成技術反演垂直速度之可行性評估				
延後公開原因 Reason for embargo	<input type="checkbox"/> 涉及機密 Contains information pertaining to the secret. <input type="checkbox"/> 專利事項，申請案號： Filing for patent registration. Registration number: <input checked="" type="checkbox"/> 依法不得提供，請說明：因準備以上列論文投稿期刊。 Withheld according to the law. Please specify.				
申請項目 Options	<input checked="" type="checkbox"/> 紙本論文延後公開 Delay public access to the printed copies of my thesis, but leave the online bibliographic record open to the public.		<input type="checkbox"/> 書目資料延後公開 Delay public access to online bibliographic record of my thesis.		
公開日期 Delayed Until	民國 <u>114</u> 年 <u>12</u> 月 <u>31</u> 日 <u>2025</u> / <u>12</u> / <u>31</u> (YYYY/MM/DD)		<input type="checkbox"/> 不公開 Prohibited from public access.		

申請人簽名：

Applicant Signature: _____

吳佳靜

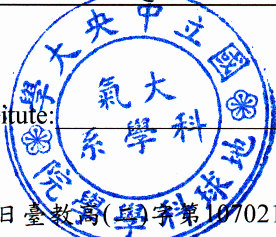
指導教授簽名：

Advisor Signature: _____

廖宇慶

學校認定/審議單位章戳：

Seal of the Authorization Institute: _____



【說明】

- 依教育部107年12月5日臺教高(學)字第1070210758號函及109年3月13日臺教高通字第1090027810號函，請據實填寫本申請書並檢附由學校認定或審議單位認定之證明文件，經由學校向本館提出申請，無認定或審議單位章戳者退回學校處理。
- 論文尚未送交國家圖書館，請於提送論文時，夾附親筆簽名申請書1份。
- 論文已送達國家圖書館，請將親筆簽名申請書一式2份掛號郵寄10001臺北市中山南路20號國家圖書館館藏發展及書目管理組，並於信封註明「學位論文延後公開申請書」。
- 本館保存之學位論文依學位授予法應提供公眾於館內閱覽紙本，或透過獨立設備讀取電子資料檔，二者依表單填寫日期公開。

【Notes】

- Please fill in all blanks and attach the certification documents approved by the university and apply through the university. The application form will not be accepted for processing until all information, signatures, and stamps are included.
- If the thesis or dissertation is not yet submitted to the NCL, please attach the signed application form to the thesis or dissertation.
- If the thesis or dissertation has been submitted to the NCL, please send a registered letter with 2 copies of the signed application form attached. The letter should be addressed to "Collection Development Division", National Central Library with a note in the envelope indicating "Application for delay of public release" to the following address. No.20, Zhongshan S. Rd., Zhongzheng District, Taipei City 10001, Taiwan (R.O.C.)
- The delayed date of printed copies and the independent viewing equipment will synchronize.

(申請者免填，以下由國家圖書館填寫 For Internal Use)

承辦單位_館藏組：_____ 日期/處理狀況：

典藏地：_____ 登錄號：_____ 索書號：

會辦單位_知服組：_____ 日期：_____ 移送並註記，原上架日期：

論文系統：_____ 日期：

國立中央大學碩士班研究生
論文指導教授推薦書

大氣科學學系大氣物理碩士班 學系/研究所 吳佳靜 研究生

所提之論文 以徑向風聯立方程的直接解改善多都卜勒雷達風場
合成技術反演垂直速度之可行性評估

係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授

廖宇慶

(簽章)

113 年 10 月 21 日

國立中央大學碩士班研究生
論文口試委員審定書

大氣科學學系大氣物理碩士班 學系/研究所 吳佳靜 研究生

所提之論文 以徑向風聯立方程的直接解改善多都卜勒雷達風場
合成技術反演垂直速度之可行性評估

經由委員會審議，認定符合碩士資格標準。

學位考試委員會召集人

蔡嘉倫

委

員

廖宇慶

鍾高陞

張博韜

中 華 民 國 113 年 11 月 7 日

摘要

由於臺灣具有高密度雷達網的優勢，許多區域能夠同時被三座以上雷達觀測到，本研究採用解三條徑向風和雷達間幾何關係的聯立方程組所獲得的垂直風場資訊，作為多都卜勒雷達合成反演風場技術 (Wind Synthesis System using Doppler Measurements, 簡稱 WISSDOM) 的價值函數所使用的資料，以提升 WISSDOM 系統對垂直速度的反演能力。嘗試解決利用雷達資料反演垂直風場時，由於徑向風方程中 z/r 分量較小，導致垂直速度普遍低估的問題。本研究會先透過觀測系統模擬實驗 (Observing System Simulation Experiment, 簡稱 OSSE) 評估此新價值函數對於提升 WISSDOM 系統反演垂直速度能力的可行性，接著進一步針對 2022 年劇烈降水觀測活動 TAHOPE IOP #3 的真實個案，測試新約束條件在真實大氣情境下的應用效果。結果顯示，此新方法無論是在 OSSE 模擬個案還是真實個案中，皆可使垂直速度反演結果在量值上有增強的表現。然而，研究過程中也發現，此新方法所解出的垂直風場資訊於徑向風資料的品質要求較高，加上目前可用於驗證垂直速度的觀測資料有限，因此新方法的反演結果仍需進一步驗證其可信度。未來在利用三徑向風方程求解風場的矩陣運算中，幾何矩陣的條件數結果可作為觀測活動中儀器設置的考量，使垂直風場反演結果有直接的觀測資料可進行驗證。

Abstract

Taiwan has a high-density radar network. Many regions can be monitored simultaneously by more than three radars. This study utilizes vertical wind field information derived from solving the simultaneous equations of the geometric relationship between three radial winds and radar position. This information is then used as a new constraint in WISSDOM (Wind Synthesis System using Doppler Measurements) to improve WISSDOM's ability to retrieve vertical velocity. This study aims to address a problem that has persisted for over a decade. The vertical velocity retrieved from radar data has been consistently underestimated due to the small z/r component in the radial wind equation.

In this study, an Observing System Simulation Experiment (OSSE) is first used to evaluate the feasibility of the new constraint to improve vertical velocity retrieval in WISSDOM. Subsequently, to test its performance in real atmospheric conditions, the new constraint is applied in the real case using data from the TAHOPE IOP #3 (Heavy Rain Observation Experiment in 2022). The results show that the new method enhances the magnitude of the vertical velocity retrieved, both in OSSE simulations and real case. However, the study also reveals that the vertical wind information derived from this new method is highly sensitive to the quality of the radial wind data. In addition, the vertical velocity observations currently available for verification are limited. Therefore, the retrieval results of this new method still require further validation to confirm their reliability. In the future, the condition number results of the geometric matrix in the matrix operations for solving the wind field using the three radial wind equations can be utilized as a consideration for instrument setup during observational campaigns. This ensures that the retrieved results of the vertical velocity are validated with direct observational data.

致謝

還記得當初那個對未來充滿期待與憧憬的我，步入中大的校園，轉眼瞬間，六年的時光悄然逝去。這趟旅程中，有歡笑，有淚水，還有一路上幫助我陪伴我的人。這些多到數不清的美好回憶，難以用言語完全表達，但必定是段耐人尋味的寶貴旅程！

首先我要感謝我的指導教授廖宇慶老師！這一路走來，老師經常關心我的研究進度，每次和老師討論過後，越來越佩服老師的邏輯思考能力，總是可以讓我即時走出研究的迷霧森林，重新找到方向。也謝謝老師每次無私分享自身求學時的寶貴經驗，跟著老師除了學會如何呈現一個有邏輯的報告外，更多的是做任何事應該保有的態度：「對於每件事，不要只靠想像，做了才會知道」。另外，十分感謝鍾高陞老師、張偉裕老師及蔡嘉倫老師擔任我的口試委員，使我的論文內容更加豐富且論述更有條理！也謝謝鍾老師和張老師除了在實驗室 Group meeting 上會提供不同面向的想法外，平常也會給予許多鼓勵，使我能更有動力的努力下去！

當然也要非常感謝雷達實驗室裡的每位學長姐、學弟妹們。謝謝小那學姊處理實驗室的大小事，妳絕對是美麗與能力兼俱的最強行政助理！謝謝熱情的大柯學姊碩一時帶害羞的我去找學長的幫助才順利完成 WRF 的安裝。謝謝 Peggy 學姊從大一入學前一路以來的照顧，你一直以來都是我的榜樣，有你在的雷達實驗室很溫暖！謝謝伯謙跟 Allen 學長經常解惑我在 WISSDOM 程式及伺服器技術成面上的各種疑難雜症。謝謝子睿學長每次都願意聽完我還很不成熟的書報內容，並且很有耐心的給予建議及修改方式。謝謝思婷學姊一直以來的陪伴及鼓勵，認識你真的很幸運！也謝謝秉學、沁全和景岳學長，在午休時間常常聽我分享我的研究，時常可以在分享的過程中獲得很多新的啟發。也謝謝華恩學長在最後進入寫論文階段時給予的許多鼓勵。更要謝謝廖老師團隊中的同屆好夥伴——吳孟杰，從 QC 報告到後來研究上的各種難關，謝謝你一路以來的支援與協助，能跟你待在同個實驗團隊是研究路上最棒的小確幸！也非常感謝同屆的其他夥伴：子珊、世明、鈺均、玠廷和政泓，我們一起完成了實驗室中大大小小的活動，雖然大家沒有一起走到最後，但還是很開心認識大家。也感謝碩一學弟妹們加入 823 後的時光，尤其是

和倚彤學妹在夜晚的星夜談心，讓我的研究生生活最後一哩路不孤單。我想能遇到這個時期的雷達實驗室每個人，是很幸福的一件事，謝謝大家！

同時，還要謝謝一路上陪伴我、幫助過我的朋友們。謝謝我的 6 年好室友黃文琪，謝謝你陪我度過了無數個夜晚，謝謝你總是這麼懂我的每個情緒，謝謝你聆聽我的各種奇怪理論；也謝謝我的高雄好鄰居林怡萱，雖然因為抽籤系統無緣繼續當室友，但很謝謝你陪我吃的每一頓飯。能遇見你們倆，真的三生有幸！也謝謝陳品閔同學，謝謝有你陪我傻傻地相信研究的一路上不會總是烏雲密佈，終究會雨過天晴，看見彩虹的理論。謝謝明儒兄，謝謝你懂我，總是適時的對我拋出橄欖枝。謝謝老尤，謝謝你分享的奇耙生活經歷，是我研究苦悶中很大的調節劑。謝謝忠諺的出現，讓我有幸遇到同天生日的雙胞胎兄弟。謝謝陳怡翎和陳聿芄，你們倆永遠是我聊天的舒適圈。謝謝系壘的大家：豪聯、世明、柏佑、庭瑋、柏翰，有你們在的系壘才最對味！也謝謝公海群裡的每一位小夥伴，謝謝你們出國時會記帶帶伴手禮回來，謝謝你們總是定期約大家吃飯。總之，這一路上遇到的朋朋很多，能夠遇見你們很幸福，謝謝你們出現在我的青春裡！

最後，我要感謝我的家人們，謝謝你們當初支持我讀大氣、讀碩班的決定，一路上給我很大的發揮空間，做為我最堅強的後盾，希望往後能換我成為你們的依靠！大學四年、碩班兩年，旅途上有許多美麗風景亦有許多阻礙，很謝謝一路走到現在的自己，期許未來的自己在學會成熟的同時，不要忘記用笑容迎接每個挑戰！

目錄

摘要	i
Abstract	ii
致謝	iii
目錄	v
表目錄	vii
圖目錄	viii
第一章、緒論	1
1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 論文目的與架構	4
第二章 多都卜勒雷達風場合成方法	5
2.1 價值函數	5
2.2 沉浸邊界法	9
第三章 提升垂直速度反演之處理	11
3.1 Beltrami flow 反演結果	11
3.1.1 實驗設計	12
3.1.2 各組實驗結果分析	13
3.2 新價值函數	13
第四章 觀測系統模擬實驗	15
4.1 模式設定	15
4.2 定量校驗方法	16

4.3 實驗設計	16
4.4 結果分析	17
4.4.1 Ret_3equ 反演結果	18
4.4.2 RwNC 和 RwoNC 比較	18
第五章 真實個案分析與討論	21
5.1 TAHOPE IOP#3 個案介紹	21
5.2 WISSDOM 設定與使用資料	22
5.2.1 WISSDOM 設定	22
5.2.2 雷達資料	22
5.2.3 雷達資料品質控管與處理	23
5.3 實驗設計	24
5.3.1 直接解徑向風聯立方程結果	24
5.3.2 各組實驗設定介紹	25
5.4 結果分析與討論	26
5.4.1 反演結果比較	26
5.4.2 水平風場驗證	27
5.4.3 垂直風場結果分析	27
5.4.4 雷達資料時間差敏感度測試	28
第六章 結論與未來展望	30
6.1 結語	30
6.2 未來展望	31
7 參考文獻	32
8 附表	36
9 附圖	37

表目錄

表 3.1 反演 Beltrami flow 風場中 WISSDOM 中權重係數的設定	36
---	----

圖目錄

- 圖 1.1 台灣本島及附近海域可同時被幾座雷達觀測示意圖。(a)至(l)分別代表不同高度下(1 至 12 公里)可被幾座雷達覆蓋的情形，其中藍色三角形為氣象署 S-band 雷達位置、水藍色三角形為水利署降雨雷達位置、綠色三角形則為空軍雷達位置，色階表示可被幾座雷達覆蓋。..... 37
- 圖 2.1 採用沈浸邊界法時，劃分不同網格點的配置圖。黑色粗線代表地形邊界，黑色正方形為流域點 F、黑色叉叉為內部點 I、紅色圓圈為虛網格點(ghost-cell) G、藍色圓圈則為虛網格點的鏡像點 G'，其中連接 G 和 G'的線會垂直於地形邊界。.....38
- 圖 3.1 Beltrami flow 所生成在高度 1.5 公里處的水平風速向量圖。且圖中呈現的風向量已扣除環境風場，可以更清楚的呈現輻合輻散和旋轉流的特徵。..... 39
- 圖 3.2 Beltrami flow 在高度 1.5 公里處的水平垂直風場圖。色階代表垂直速度(ms^{-1})，空間中可以明顯看出上升和下沉氣流的陣列分佈。..... 39
- 圖 3.3 WISSDOM 模擬 Beltrami flow 風場時兩座雷達及反演範圍配置圖。黑色粗框即反演範圍 (20 x 20 公里)，左下和右下方距離反演範圍約 14 公里處即兩部雷達擺放位置。.....40
- 圖 3.4 實驗 VR_all 和 VRx0-1km 和 truth 值的垂直速度水平分佈圖。(a)(c)(e)分別為 truth 值、VR_all、VRx0-1km 在高度 1.5 公里的反演結果；(b)(d)(f)則是在高度 3 公里的結果。色階代表垂直速度分佈。..... 41
- 圖 3.5 實驗 VR_all 和 VRx0-1km 和 truth 值的垂直速度沿 Y=10km 垂直剖面分佈圖。(a)為 truth 值；(b)為 VR_all 反演結果；(c)為 VRx0-1km 反演結果。色階為垂直速度 (ms^{-1})分佈，縱軸為高度。.....42
- 圖 3.6 三座雷達同時觀測相同網格點時各項距離參數的示意圖。黑色、藍色、紅色分別代表三座雷達， (x_i, y_i, z_i) 代表雷達和網格點投影到 X 軸、Y 軸、Z 軸上的距離($i=1\sim 3$)， r 則代表雷達和網格點的最短直線距離。..... 43

圖 4.1 OSSE 實驗中 WISSDOM 反演風場時，三座雷達與反演範圍的示意圖。黑色粗框即反演的範圍（160 x 160 公里），R1, R2, R3 代表雷達所在的網格位置。.....	43
圖 4.2 WRF 模擬 supercell 理想個案時，初始溫度場分佈圖。色階代表溫度場(K)，可以明顯看到初始熱胞擾動位於 domain 中間偏右的位置。.....	44
圖 4.3 WRF 模擬 6 小時中，最大垂直速度時序圖。橫軸為時間(min)，縱軸為最大垂直速度量值(ms^{-1})，約在 50 分鐘至 200 分鐘之間垂直速度較無明顯改變，模式穩定。.....	44
圖 4.4 WRF 模擬 110 分鐘與 115 分鐘後最大雷達合成回波圖。左圖為模擬 110 分鐘的結果，右圖為 115 分鐘，皆可看出此 supercell 已發展為南北兩個胞的階段。.....	45
圖 4.5 R3 雷達可觀測範圍區域圖，僅限 5~8 公里紅色框框內且雷達回波強度大於 10dBZ 區域。此圖色階呈現了 5 公里高 R3 雷達可觀測到的徑向風訊號。.....	45
圖 4.6 直接解三徑向風方程反演的垂直速度和 WRF 模擬的垂直速度(truth)在水平面 5 和 8 公里高度的示意圖。(a)和(c)分別為 $Z=5\text{km}$, 8km WRF 模擬的結果；(b)和(d)分別為 $Z=5\text{km}$, 8km 直接解三徑向風方程的結果。色階分佈代表垂直速度(ms^{-1})。.....	46
圖 4.7 沿圖 4.6 (a)中綠線 $Y=50\text{km}$ 的垂直剖面圖。(a)為 WRF 模擬的結果(視為 truth)；(b)為直接解三徑向風方程的反演結果。色階分佈代表垂直速度分佈(ms^{-1})。.....	47
圖 4.8 WRF 模擬和透過三徑向風方程反演的 u, v, w 風場之間的相關性散佈圖。(a)、(b)、(c)分別為 u, v, w 風場，橫軸代表 WRF 模擬的值、縱軸代表方程式反演的值、色階代表出現的次數，紅線代表所有資料點的趨勢線，R 為 WRF 和方程式反演結果的相關性。.....	48
圖 4.9 Ret_equ 反演的垂直速度在各層的 RMSE 和 SCC 定量分數表現。橫軸代表 RMSE 或 SCC 分數；縱軸代表每層的高度，紅色線為 RMSE 的表現；藍色線為 SCC 分數。.....	49
圖 4.10 RwoNC 和 RwNC 反演的 u, v 風場在各層的 RMSE 和 SCC 定量分數表現。(a)、(b)分別為 u, v 風場的 RMSE 表現；(c)、(d)分別為 u, v 風場的 SCC 分數，黑色線為 RwoNC 實驗結果；紅色虛線代表 RwNC 實驗結果，橫軸代表 RMSE / SCC 分數；	

縱軸代表高度。	49
圖 4. 11 RwoNC 和 RwNC 反演的 w 風場在各層的 RMSE 和 SCC 定量分數表現。(a)為 w 風場的 RMSE 表現；(b)為 w 風場的 SCC 分數；黑色線為 RwoNC 實驗結果；紅色虛線代表 RwNC 實驗結果，橫軸代表 RMSE / SCC 分數；縱軸代表高度。	50
圖 4. 12 RwNC、RwoNC 和 Truth 值的垂直速度在高度 5 公里的水平面分佈圖。(a)為 Truth 值；(b)為 RwNC 的反演結果；(c)為 RwoNC 的反演結果。色階代表垂直速度 (ms^{-1})；棕色線匡起來的區域代表在 RwNC & RwoNC 實驗中有三座雷達覆蓋；黑色實線匡的範圍代表垂直速度 Truth 值= 15ms^{-1} 的位置。	51
圖 4. 13 RwNC、RwoNC 和 Truth 值的垂直速度沿 Y=50km 垂直剖面分佈圖。(a) 為 Truth 值；(b)為 RwNC 的反演結果；(c)為 RwoNC 的反演結果。色階代表垂直速度(ms^{-1})；黑色實線匡的範圍代表垂直速度 Truth 值= 15ms^{-1} 的位置。	52
圖 4. 14 定義 SFC number 示意圖。色階代表有三座雷達覆蓋區域，SFC number = 0；紅色線代表沿色階區域往外一層的網格點，SFC number = 1；藍色線表示 SFC number = 2 的區域；綠色線則是 SFC number = 3。	53
圖 4. 15 利用 SFC number 檢驗三雷達覆蓋區域水平往外影響的效果。(a)為透過 RMSE 校驗；(b)為透過 SCC 分數校驗。橫軸為 SFC number (單位：公里)，代表可影響距離；縱軸分別代表 RMSE 和 SCC 分數；紅線為 RwNC；黑線為 RwoNC。	53
圖 4. 16 利用 SFC number 檢驗三雷達覆蓋區域垂直往上或往下影響的效果。(a)(b)分別為 RMSE 和 SCC 垂直往下的校驗結果；(c)(d)分別為 RMSE 和 SCC 垂直往上的校驗結果。橫軸代表 RMSE/SCC 分數；縱軸為垂直可影響距離(單位：公里)；紅線為 RwNC；黑線為 RwoNC。	54
圖 5. 1 2022 年 06 月 08 日 0600UTC 之地面天氣圖。台灣上空有一條滯留鋒面滯留。	55
圖 5. 2 氣象署 2022 年 06 月 08 日 0600UTC 之最大雷達合成回波圖。色皆為回波強度 (單位：dBZ)。	55
圖 5. 3 2022 年 06 月 08 日之日累積雨量圖。色皆為累積雨量 (單位：mm)。	56
圖 5. 4 進行 TAHOPE IOP #3 個案風場反演所使用的資料和反演範圍配置圖。黑色方框	

代表進行反演的 domain，紅色圈圈代表用於反演的雷達資料位置，藍色方框代表剖風儀的位置，黃色方框代表探空的位置。.....	56
圖 5.5 WISSDOM 進行 2022 年 06 月 08 日 06UTC 風場合成時，RCWF、RCTP 和 SPOL 雷達在反演範圍中的雷達覆蓋量。(a)至(f)分別代表高度在 1 公里至 6 公里的覆蓋量，色階代表有幾座雷達覆蓋：粉色代表 1 座、綠色代表 2 座、藍色代表 3 座。.....	57
圖 5.6 將 RCWF、RCTP、SPOL 雷達資料直接解聯立方程獲得的 w 風場。(a)至(f)分別代表高度在 1 公里至 6 公里的 w 風場分佈，色階代表垂直速度(ms^{-1})。.....	58
圖 5.7 雷達位置和每個網格點間的幾何關係矩陣之條件數空間分佈圖。(a)至(f)分別代表高度在 1 公里至 6 公里的條件數分佈，色階代表條件數大小。.....	59
圖 5.8 聯立方程組解的 w 風場對應到每個網格點和雷達位置之 3x3 幾何矩陣的條件數數值的相關散佈圖。X 軸為 w 風場 (單位： ms^{-1})，Y 軸為條件數量值，色階則表示在該網格點中出現的機率次數。.....	60
圖 5.9 每個網格點和雷達位置之 3x3 幾何矩陣的條件數和矩陣中 z/r 分量的相關性散佈圖。(a)、(b)、(c)分別為與 z_1/r_1 、 z_2/r_2 、 z_3/r_3 分量的散佈圖。X 軸代表 z/r 分量，Y 軸為條件數量值，色階則表示在該網格點中出現的機率次數。.....	60
圖 5.10 根據條件數濾除掉異常值後，所剩 w 風場所對應到條件數的關係散佈圖。X 軸為聯立方程所解出 w 風場(ms^{-1})，Y 軸為條件數量值，色階則代表在該網格點中出現的機率次數。.....	61
圖 5.11 垂直積分上下兩層輻散場解垂直風場的示意圖，垂直積分過程中輻散場的最大值和最小值位置並非固定。W(T)和 W(B)代表相對上層和下層的垂直速度，積分過程中第一層的 W(B)會假設為 0。.....	61
圖 5.12 (a)-(d)為實驗 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 反演的水平風與輻合輻散場分佈圖，(a)(c)分別為高度在 0.5 及 1.5 公里中 IOP3_woNC 的反演結果，(b)(d) 分別為高度在 0.5 及 1.5 公里中 IOP3_wNC 的反演結果，色階代表輻合輻散場，箭頭代表風場；(e)為最大雷達合成回波圖；(f)為地面測站所觀測的風場結果。(來源:NCDR).....	62

- 圖 5.13 實驗 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 反演的垂直風場分佈圖。(a)(c)(e)分別為高度在 1.5、3、5 公里中 IOP3_woNC 的反演結果，(b)(d)(f)分別為高度在 1.5、3、5 公里中 IOP3_wNC 的反演結果，色階代表垂直速度分佈(ms^{-1})，黃色虛線為圖 5.13、圖 5.14 的剖線位置。.....63
- 圖 5.14 沿圖 5.12 中 $\text{lat}=25.01^\circ$ 垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表垂直速度(ms^{-1})。.....64
- 圖 5.15 沿圖 5.12 中 $\text{lon}=121.26^\circ$ 的垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表垂直速度(ms^{-1})。.....64
- 圖 5.16 (a)(c)(e)(g)為水平風速隨高度變化圖、(b)(d)(f)(h)為風向隨高度變化圖。(a)(b)為板橋探空站驗證結果；(c)(d)為新竹加放探空的結果；(e)(f)則為放置於中大測站的剖風儀驗證結果；(g)(h)則為放置新屋測站的剖風儀驗證結果。圖中黑色代表觀測結果，紅色為 IOP3_wNC 實驗反演結果，藍色為 IOP3_woNC 實驗反演結果，圖中左側的幾何圖形代表同時有幾座雷達覆蓋：黑色三角形代表 0 座、綠色圓形代表 1 座、藍色正方形代表 2 座、紅色菱形代表 3 座。.....65
- 圖 5.17 可進行新價值函數約束的網格點分佈和 TEAM-R 位置圖。圖中色階代表是否可滿足新價值函數約束，粉色為可滿足的網格點，藍色則為不滿足的網格點；黑色三角形為 TEAM-R 的位置；棕色三角形分別為 RCWF、RCTP、SPOL 雷達的位置。.....66
- 圖 5.18 垂直風場隨高度變化圖。黑色線代表 TEAM-R 觀測結果，紅色為 IOP3_wNC 實驗反演結果，藍色則為 IOP3_woNC 實驗反演結果。圖中左側的幾何圖形代表同時有幾座雷達覆蓋。.....66
- 圖 5.19 垂直速度和輻合輻散場沿圖 5.12 中 $\text{lat}=25.01^\circ$ 垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表輻散場(s^{-1})，輪廓代表垂直風場(ms^{-1})。.....67
- 圖 5.20 垂直速度和輻合輻散場沿圖 5.12 中 $\text{lon}=121.26^\circ$ 垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表輻散場(s^{-1})，輪廓代表垂直風場(ms^{-1})。.....67
- 圖 5.21 實驗 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 的垂直風場反演結果之關係散佈圖。橫軸為

IOP3_woNC 的結果，縱軸為 IOP3_wNC 的結果，色階則表示在該網格點中出現的 機率次數。	68
圖 5. 22 根據兩步驟篩選條件濾除異常值後，IOP3_wNC 實驗中可進行新價值函數約束 的網格點分佈。(a)至(f)分別代表高度 3.5 公里至 6.5 公里的結果。色階代表會進行 新價值函數約束來反演的垂直速度量值及位置。黑色三角形為 TEAM-R 位置、棕色 三角形分別為五分山、桃園機場和 SPOL 雷達位置。	69
圖 5. 23 雷達資料進行時間差敏感度測試示意圖。(a)為 Ret_3equ 實驗中三座雷達所使 用的時間；(b)為加入時間差敏感性實驗中三座雷達所使用的時間。	70
圖 5. 24 WRF 模式的 w 風場和不同時間下的三徑向風方程所反演的 w 風場之間的相關 性散佈圖。X 軸代表 WRF 模擬的真實 w 風場，Y 軸代表不同時間下直接解出來的 w 風場，色階則表示在該網格點中出現的機率次數。	70

第一章、緒論

1.1 前言

台灣位於歐亞大陸與太平洋之間的島嶼，雖說面積僅有 3.6 萬平方公里左右，但地形海拔變化顯著、四面環海，且處於熱帶與副熱帶的交界區。此獨特的自然環境條件使台灣的天氣型態變化多端，時常有措不及防的強降雨事件發生，往往難以預測並可能造成嚴重的生命財產損失，故天氣預報作業尤為重要。現今的數值天氣預報系統發展已相當成熟，但在天氣系統強度及位置的預測方面仍有提升空間。以短延時強降雨的午後熱對流系統為例，若能更精確地掌握對流發展初期的大氣環境垂直速度分佈，將有助於為數值天氣預報模式提供更準確的初始分析場，從而提升預報的準確性。

垂直速度在劇烈天氣系統中扮演至關重要的角色，現今觀測垂直速度的儀器相當有限，例如可利用剖風儀雷達(wind profiler radar)進行單點由下往上發射電磁波的方式進行量測，但此方法得到的資料在空間上的解析度往往是不夠的，故許多學者利用雷達(Radio Detection and Ranging, 簡稱 Radar)可提供高時空解析度觀測資料的優勢，並結合數學中的變分方法，致力於反演出三維空間的垂直速度結構，期望可以提升數值天氣預報的準確度，進而達到防災之目標。

雷達是最初二戰時期軍方用於偵測高空中目標物的設備。隨後，氣象學者將其應用於即時天氣系統的監測。從最初期只能偵測到降水回波強度資訊 (dBZ) 的傳統氣象雷達，到後來進化成可偵測到降水粒子接近或遠離之徑向風資訊(VR)的都卜勒氣象雷達。近年來，更升級為雙偏極化都卜勒雷達，進一步提供降水粒子大小與形狀 (差異反射率, ZDR) 等資訊。隨著氣象雷達的演進及數量的增加，台灣現今的雷達監測網密度不容小覷，多數地區可被三座以上的雷達覆蓋，可參考圖 1.1。此高密度覆蓋的優勢可將不同雷達觀測到相同位置的徑向風資訊，透過數學方法解聯立方程組的方式將徑向風資訊反演出垂直速度，提供改善垂直速度反演能力的可能性。

1.2 文獻回顧

都卜勒雷達可提供高時空解析度的資料，在即時天氣監測中扮演不可或缺的角色。但都卜勒雷達所觀測到的徑向風資訊只能沿著電磁波的傳播方向上偵測，判斷風是接近或是遠離雷達，無法明確得知完整的三維風場資訊，故許多學者紛紛開始對於如何善加利用都卜勒雷達所偵測到的徑向風資訊有諸多研究。從 1960 年代開始，Armijo (1969) 首先證明了可以將兩座或三座都卜勒雷達所偵測的數據，透過數學方法解風場的唯一解及雨滴的終端落速是可行的，而 Ray et al. (1975) 也應用了 Armijo (1969) 的方法，首次利用雙都卜勒雷達資料重現出龍捲風暴中氣流運動的三維結構，不過在多都卜勒雷達合成風場中，對於誤差累積的處理及垂直速度邊界條件上的假設，經常是反演過程中很重要的關鍵(Doviak et al. 1976; O'Brien 1970; Ray et al. 1978)。後來在 Brandes (1977); Chong and Testud (1983); Ray et al. (1980); Ziegler et al. (1983) 的研究中也紛紛提出利用迭代方法及變分方法來求解風場的應用，在迭代的過程中，會透過變分方法調整流場結構，對於只有兩座雷達的情形會以垂直積分水平散度作為約束條件，若是有三座以上的雷達則會改用非彈性質量連續方程(anelastic mass continuity equation)作為約束條件，雖然當時對於變分方法的使用還不夠成熟，但從這些研究成果中證實變分方法確實是風場反演中很有利的工具，隨後更多關於變分技術結合反演風場的研究成果陸續出現，例如：Gao et al. (1999); Gao et al. (2004); Protat and Zawadzki (1999); Scialom and Lemaître (1990); Shapiro and Mewes (1999)，這些研究通常會將所有多都卜勒雷達合成風場中要考慮的約束條件，如徑向風觀測及質量守恆方程等，均假設為價值函數，再透過極小化此價值函數，即可獲得調整後的最佳風場解。而 Mewes and Shapiro (2002) 也指出考慮了非彈性垂直渦度方程作為約束條件，可以提供更好的垂直速度邊界條件，除了對三維風場有更好的反演外，甚至對於溫度及壓力場可以有更好的分析。綜合上述研究，基於變分方法上的風場分析確實比傳統垂直積分方法更具優勢，但這些研究都是在平坦的地表上進行而已，對於複雜地形上的應用仍有限制存在。然而，Liou and Chang (2009); Liou et al. (2012); Liou et al. (2014) 所開發的一套基於變分方法的多都卜勒雷達合成風場反演技術(Wind Synthesis

System using Doppler Measurements, 簡稱 WISSDOM), 除了有考慮徑向風和雷達間的幾何關係、連續方程及垂直渦度方程等作為約束條件外, 更是應用了 Tseng and Ferziger (2003)所提出的沈浸邊界法 (Immersed Boundary Method, IBM), 解決了在複雜地形上反演的限制, Lee et al. (2014)使用 WISSDOM 系統對於韓國沿岸地區線狀對流系統進行分析, 結果充分展現了 WISSDOM 可以在複雜地形上反演三維風場的能力。

從 1960 年代至今, 都卜勒雷達資料已被廣泛應用於數值天氣預報與分析中。然而, 垂直速度的反演依然是具有挑戰性的課題。若能精確掌握垂直速度的演變, 將有助於深入理解對流胞的生成、發展及消散過程, 從而顯著提升預報模式的準確性。過去中, 有許多學者會利用飛機或剖風儀這些觀測儀器直接對垂直速度做反演與分析, 例如: Lenschow (1976)利用飛機在固定仰角飛行時, 估算了雷暴上升氣流的強度與結構, Giangrande et al. (2016)也透過剖風儀數據估算了 2014 年 5 月在雅馬遜流域觀測實驗中其對流雲的垂直速度分佈, 從垂直剖面的結果亦顯示垂直速度及質量通量隨高度增加而增強的表現, 這些研究針對垂直速度觀測不易的困境邁出很大的進步, 但觀測成本及危險係數相對也高很多。

因此, 校驗多都卜勒雷達變分反演的垂直速度準確性尤為重要, 例如: Reasor et al. (2009)利用 Gamache(1997)所使用的都卜勒雷達風場反演系統, 探討 1997 年 Guillermo 龍捲風個案的結構與演變, 並利用飛機觀測進行垂直速度的校驗。Collis et al. (2013)則是利用來自熱帶暖池國際雲實驗 (Tropical Warm Pool International Cloud Experiment, TWP-ICE)的數據, 透過多都卜勒雷達反演系統對深對流系統的垂直速度進行推估與校驗。North et al. (2017)展示了使用三維變分算法(3DVAR) 對多都卜勒雷達和剖風儀掃描數據進行垂直速度反演的效果, 校驗結果證實了 3DVAR 技術在反演風場方面的準確性。Dahl et al. (2019)利用觀測系統模擬實驗(Observation System Simulation Experiments, OSSE)模擬龍捲風暴, 測試了在都卜勒雷達分析系統中加入垂直渦度方程後對垂直速度反演效果的影響。結果證實渦度方程在需要快速掃描的觀測情況下能有效降低反演誤差。然而, 本研究使用的 WISSDOM 系統也由蘇 (2016);陳 (2019)透過颱風及梅雨個案驗證其垂直速度反演能力, 後者還嘗試同化了剖風儀觀測資料以提升垂直速度反演的準確性。

儘管許多前人研究已證實多雷達風場合成系統的垂直速度反演與實際觀測資料具有一定的一致性，但其準確度仍未達到水平風場反演的水準。這是由於多雷達風場合成系統中，徑向風和(u, v, w)風場的幾何關係方程存在先天尺度條件不足所致：

$$Vr = \frac{(x-x_0)}{r}u + \frac{(y-y_0)}{r}v + \frac{(z-z_0)}{r}(w + V_T) \quad (1.1)$$

在(1.1)式中， Vr 為雷達所觀測的徑向風， (x_0, y_0, z_0) 為雷達所在位置， (x, y, z) 為每個網格點的位置， r 為雷達到每個網格點的最短直線距離， (u, v, w) 為所求的反演風場， V_T 為雨滴終端落速，在此公式中可以發現雷達位置和每個網格點的距離(即 $x - x_0$ 、 $y - y_0$ 、 $z - z_0$)的單位尺度並不相同，水平尺度上的反演範圍往往比垂直尺度上大許多。因此，當透過(1.1)式將雷達偵測的徑向風投影為(u, v, w)風場時，反演結果經常會受到水平風場主導，垂直風場的反演很容易因為 $(z - z_0) / r$ 分量較小而被忽略掉，導致垂直速度的反演經常有低估的表現。

1.3 論文目的與架構

本研究將回歸最原始透過三聯立方程解三個未知數的數學方法，並利用台灣特有的高密度雷達網優勢，在同時可被三座以上雷達觀測到的區域，將雷達觀測的徑向風資訊透過直接解三聯立方程組求得(u, v, w)風場，並將此方式得到的 w 風場資訊作為新價值函數放到 WISSDOM 中，希望能提升 WISSDOM 在垂直速度反演上的掌握。

本研究將分為六個章節，第一章為緒論；第二章介紹本研究所延續使用的多都卜勒雷達風場合成方法——WISSDOM 的介紹；第三章則是本研究的核心方法，講述如何提升 WISSDOM 對垂直速度掌握的處理；第四章通過 OSSE 進行此方法的敏感度實驗及分析；第五章則針對 2022 年 06 月 08 日的真實個案(TAHOPE IOP#3)的分析與討論，包含個案簡介、反演結果及此新方法的可行性分析；第六章為總結和未來展望。

第二章 多都卜勒雷達風場合成方法

本研究所使用的風場合成方法為 Liou et al (2009; 2012; 2014) 開發的多都卜勒雷達合成反演風場技術 (WISSDOM)。和傳統垂直積分反演風場的方法相比，WISSDOM 通過變分方法來合成多座都卜勒雷達的風場，具備以下幾項優勢：(1)傳統方法中無法反演的雷達基線(baseline)附近風場可被恢復；(2)結合 Tseng and Ferziger (2003)提出的沉浸邊界法 (Immersed Boundary Method, IBM)，可以恢復在複雜地形附近的風場結構；(3)將垂直渦度方程式作為約束條件之一，可以有效解決傳統方法中合成風場進行渦度收支分析時可能產生的殘餘項，並有助於提升熱力反演的準確性；(4)可以結合不同的背景場資料（例如：地面測站、探空資料或模式預報），以填補雷達資料覆蓋不到的盲區；(5)可進行任意雷達數量的風場反演。

本章節後續將進一步介紹 WISSDOM 在反演風場時需要滿足的約束條件，並說明如何結合沉浸邊界法來恢復複雜地形附近的風場資訊。

2.1 價值函數

雷達直接觀測到的風場是徑向風，即沿著電磁波束方向上的投影。因此我們只能知道風的方向是靠近或遠離雷達，故 WISSDOM 旨在利用變分方法從徑向風數據中獲得(u, v, w)三維風場。在變分方法中，WISSDOM 將滿足五個弱約束條件，包括：(1) 徑向風與三維風場之間的幾何關係項；(2) 連續方程項；(3) 垂直渦度方程項；(4) 背景場項；(5) Laplacian 平滑項，然後通過梯度下降法來最小化滿足這五個約束條件的總價值函數，直至找到最佳的三維風場(u, v, w)。其總價值函數如下所示：

$$J(u, v, w) = \sum_{M=1}^5 J_M \quad (2.1)$$

在(2.1)式中，等式左邊 J 為總價值函數，等式右邊 J_M 則代表滿足 WISSDOM 中每項約束條件所代表的 5 個價值函數，後續將詳述每個價值函數的意義。

2.1.1 徑向風與風場的幾何關係

WISSDOM 中的第一項價值函數為徑向風與 (u, v, w) 風場的幾何關係，如下方式(2.2)所示，其意義在於將徑向風透過幾何關係轉為 (u, v, w) 風場後，投影回雷達應與觀測的徑向風場大致相符，(2.3)式中 $T_{1,i,t}$ 充分代表了這個關係。而 $t=1\sim 2$ 表示兩個時間點的分析場； $i=1\sim N$ 代表可以結合任意數目的雷達資訊； α_1 則表示此項約束條件的權重係數，若該位置無雷達料覆蓋， α_1 為 0； (u_t, v_t, w_t) 為反演後的風場，下標 t 表示兩個時間點； V_T 為降水粒子終端落速； (x, y, z) 為分析場的每個格點位置； (P_x^i, P_y^i, P_z^i) 表示第 i 座雷達的所在卡氏座標位置， r_i 則表示分析場中每個網格點 (x, y, z) 分別和第 i 座雷達位置 (P_x^i, P_y^i, P_z^i) 的最短距離(見式(2.4))。

$$J_1 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \sum_{i=1}^N \alpha_1 (T_{1,i,t})^2 \quad (2.2)$$

$$T_{1,i,t} = (Vr)_{i,t} - \frac{(x-P_x^i)}{r_i} u_t - \frac{(y-P_y^i)}{r_i} v_t - \frac{(z-P_z^i)}{r_i} (w_t + V_T) \quad (2.3)$$

$$r_i = \sqrt{(x - P_x^i)^2 + (y - P_y^i)^2 + (z - P_z^i)^2} \quad (2.4)$$

其中，終端落速 V_T 可直接由雷達回波強度(dBZ)或雨水混合比(q_r)及雪水混合比(q_s)估計獲得，若是以雷達回波強度經驗式估計(Shapiro et al. 1995)，可參考下列方程式：

$$V_t = -3.088 \times dBZ^{0.0957} \quad (2.5)$$

不過此方程式並無考慮到回波所觀測到的訊號為水相粒子還是冰相粒子的差別。因此，在冰相粒子與水相粒子交織共存的深對流系統中，可根據 Tong and Xue (2005)所說，符合 Marshall-Palmer 型態的雨滴粒徑分佈(Drop Size Distribution, 簡稱 DSD)的情況下，雨水或雪水的混合比(q_r 和 q_s)可由回波強度與密度推算，方程式如下：

$$dBZ = 43.4 + 17.5 \log_{10}(\rho q_r) \quad , \text{ if Temperature} \geq 0^\circ\text{C} \quad (2.6)$$

$$dBZ = 37.3 + 17.5 \log_{10}(\rho q_s) \quad , \text{ if Temperature} < 0^\circ\text{C} \quad (2.7)$$

(2.6)式為雨水和回波強度的關係式，使用的條件為攝氏溫度在 0°C 以上；(2.7)式則為雪與回波強度的關係式，使用的條件為攝氏溫度在 0°C 以下，其中 ρ 為空氣密度，單位

為 kg m^{-3} ；dBZ 為回波強度，單位為 dBZ； q_r 及 q_s 的單位為 g kg^{-1} 。而隨著高度變化的垂直層溫度及密度資訊將透過透空資料獲得，若無探空資料，將用模式資料取代。

然而，在知道雨水和雪水的混合比後，根據 Lin et al. (1983)所提出的質量權重之平均終端落速(Mass-weighted mean terminal velocity)來推估終端落速，方程式如下：

$$V_{t,r} = \frac{a\Gamma(4+b)}{6\lambda_r^b} \left(\frac{\rho_0}{\rho_a}\right)^{0.5} \quad (2.8)$$

$$\lambda_r = \left(\frac{\pi\rho_r n_{0r}}{\rho_a q_r}\right)^{0.25} \quad (2.9)$$

$$V_{t,s} = \frac{c\Gamma(4+d)}{6\lambda_s^d} \left(\frac{\rho_0}{\rho_a}\right)^{0.5} \quad (2.10)$$

$$\lambda_s = \left(\frac{\pi\rho_s n_{0s}}{\rho_a q_s}\right)^{0.25} \quad (2.11)$$

(2.8)式為推估雨水的終端落速之經驗公式， $V_{t,r}$ 代表雨水之終端落速(單位為 m s^{-1})；其中常數 $a = 2115.0\text{cm}^{1-b}\text{s}^{-1}$ 、 $b = 0.8$ ； ρ_0 代表環境空氣密度(通常會選用探空資料最低層的資訊代表)， ρ_a 為空氣密度(單位皆為 kg m^{-3})； λ_r 則為可透過(2.9)式算出之常數，其中 ρ_r 為雨水密度(通常為 1.0g cm^{-3})； n_{0r} 為雨水的截距參數(通常為 $8.0 \times 10^{-2}\text{cm}^{-4}$)； q_r 則為前面透過回波資訊轉換的雨水混合比。(2.10)式則為推估雪的終端落速之經驗公式，相同地， $V_{t,s}$ 代表雪之終端落速(單位為 m s^{-1})；常數 $c = 152.93\text{cm}^{1-d}\text{s}^{-1}$ ， $d=0.8$ ； λ_s 一樣可透過(2.11)式求得，其中 ρ_s 為雪之密度(通常為 0.1g cm^{-3})； n_{0s} 為雪的截距參數(通常為 $3.0 \times 10^{-2}\text{cm}^{-4}$)； q_s 則為前面透過回波資訊轉換的雪水混合比。故通過(2.8)至(2.11)式，在有回波資料的前提下，皆可推估出更精準的終端落速。

2.1.2 非彈性連續方程項

WISSDOM 中的第二項價值函數為非彈性連續方程，如下方(2.12)式所示，代表反演出來的風場分佈(u_t, v_t, w_t)會符合大氣環境中的連續方程，其中 α_2 為連續方程項的權重係數； ρ_a 為空氣密度，一樣可透過探空資料或模式中獲得。

$$J_2 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \alpha_2 \left[\frac{\partial(\rho_a u_t)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_a v_t)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_a w_t)}{\partial z} \right]^2 \quad (2.12)$$

2.1.3 垂直渦度方程項

WISSDOM 中的第三項價值函數為垂直渦度方程，如(2.13)式所示，其目的在於確保反演後的風場(u_t, v_t, w_t)滿足此項物理條件的約束，且該方程式在推導的過程中已忽略斜壓力管項不計。(2.13)式中， α_3 為垂直渦度方程項的權重係數，大括號內依序為：(1)渦度趨勢項(tendency term)，會將兩筆時間的渦度對時間做偏微分計算；(2)平流項(advection term)；(3)抽拉項(stretching term)；及(4)傾斜項(tilting term)，後三項中均有上標的橫線代表會將兩筆時間的渦度做平均後才進行計算。其中， ζ 為相對渦度，其定義如(2.14)式； f 為科氏力常數，可由(2.15)式獲得，而 $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{rad s}^{-1}$ ，代表地球自轉的角速度， ϕ 則代表該網格點之緯度。最後，此約束條件會使渦度趨勢項盡量和其他三項(平流項、抽拉項及傾斜項)相等，從而進行渦度收支分析時，不易有殘餘項(residual term)產生，也有助於提高熱力場反演的穩定性。

$$J_3 = \sum_{xyz} \alpha_3 \left\{ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \left[\overline{\left(u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + w \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)} + (\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \right\}^2 \quad (2.13)$$

$$\zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.14)$$

$$f \equiv 2\Omega \sin \phi \quad (2.15)$$

2.1.4 背景場項

WISSDOM 中的第四項價值函數為背景場項，如(2.16)式所示，主要目的在於填補雷達資料盲區的風場反演。(2.16)式中， α_4 為此項約束條件的權重係數，若在有雷達覆蓋的位置， α_4 為 0； \overline{V}_t 為反演的風場，下標 t 表示兩個不同的時間點； $\overline{V}_{B,t}$ 則為背景風場，通常會利用探空資料、再分析場資料或模式預報作為填補來源，本研究將採用中尺度數值天氣預報模式(Weather Research and Forecasting model, 簡稱 WRF)模擬的風場作為背景風場。

$$J_4 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \alpha_4 (\overline{V}_t - \overline{V}_{B,t})^2 \quad (2.16)$$

$$\overline{V}_t = u_t \mathbf{i} + v_t \mathbf{j} + w_t \mathbf{k} \quad (2.17)$$

2.1.5 Laplacian 平滑項

WISSDOM 中的第五項價值函數為 Laplacian 平滑項，如(2.18)式所示，目的在於使反演後的風場(u_t, v_t, w_t)產生平滑的作用，避免風場因處於地形附近或雜訊影響產生不連續面，其中 α_5 為平滑項的權重係數，且平滑項還會針對水平風及垂直風的水平和垂直方向去做不同的權重分配。

$$J_5 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \alpha_5 [\nabla^2 (u_t + v_t + w_t)]^2 \quad (2.18)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.19)$$

綜合考慮上述五項價值函數，並通過變分極小化的迭代過程，即可得到一組最佳三維風場結構，本研究在 WISSDOM 做風場合成中的每項權重係數設定基本如下： $\alpha_1 = 10^2$ ； $\alpha_2 = 4 \times 10^8$ ； $\alpha_3 = 4 \times 10^{13}$ ； $\alpha_4 = 10^{-1}$ ； α_5 在沿水平方向時，水平風為 10^{15} ，垂直風為 10^{14} ；在沿垂直方向時，水平風為 10^{11} ，垂直風為 10^{12} ；而迭代次數都至少有 2000 次以上。

2.2 沉浸邊界法

天氣系統常受到地形效應的影響，例如：午後熱對流初期通常在山區發展最旺盛；颱風經過山脈後，其結構往往也會發生顯著變化。因此，提高複雜地形中風場反演的能力，必能為模式帶來更準確的預報。Liou et al. (2012)將 Tseng and Ferziger (2003)提出的虛網格沉浸邊界法(Immersed Boundary Method, IBM)技術融入 WISSDOM 系統中，詳細流程如下：

- (1) 首先，會將分析區域分為流域點、虛網格點(ghost cell)及內部點，其中虛網格點及內部點皆在地形內，只是地形內最接近邊界的第一個點為虛網格點，如圖 2.1。
- (2) 對於每一個虛網格點去計算該點垂直地形邊界的法向量，並對稱垂直延伸至流域點區域中，將此點定義為鏡像點。接下來，透過反距離權重法，設定最大可內插距離和要內插的流域點數，由式(2.20)計算出每個點對應的權重、式(2.21)算出所有點的權重總和，再透過(2.22)式內插出鏡像點的風場資訊。

$$W_m = \left(\frac{R-r_m}{Rr_m} \right)^a \quad (2.20)$$

$$q = \sum_{i=1}^N \left(\frac{R-r_i}{Rr_i} \right)^a \quad (2.21)$$

$$\phi_o = \frac{1}{q} \sum_{m=1}^N (W_m \phi_m)^a \quad (2.22)$$

(2.20)至(2.22)式中，R 為最大可內插的距離， r_m (r_i)代表欲內插流域點和鏡像點之間的距離，m (i)代表每個要內插的流域點，N 代表欲被內插的格點數， W_m 代表第 m 個流域點的權重係數，q 代表所有 N 個內插點的權重總和， ϕ_o 代表內插後鏡像點的值， ϕ_m 則代表要被內插的流域點的值。

(3) 最後，將鏡像點的資訊經法向量轉換成在虛網格點上的資訊。

透過迭代重複(1)至(3)的步驟，持續更新地形邊界條件，即可良好的恢復在地形附近的三維風場資訊。

第三章 提升垂直速度反演之處理

本章節將分為兩部分展開討論，第一部分會利用 Beltrami flow 來評估 WISSDOM 對垂直速度反演的表現，第二部分將闡述本研究之核心方法，介紹新的價值函數如何應用於 WISSDOM 系統中，以提高其對垂直速度反演的掌握能力。

3.1 Beltrami flow 反演結果

本節參考了 Shapiro et al. (2009) 為了驗證垂直渦度方程有利於垂直速度反演結論中所使用的偽觀測數據——Beltrami flow，來評估 WISSDOM 反演垂直速度的能力。此處使用的 Beltrami flow 會疊加環境風場的影響，但仍符合大氣中不可壓縮的 Navier-Stokes 方程。該流場由空間週期性且隨時間逐漸衰減的反向旋轉上升和下沉氣流陣列組成，有助於模擬實驗中觀察系統隨著距離雷達的變化是否會影響反演結果。

以下為構建出 Beltrami flow 風場的公式：

$$u = U - \frac{A}{k^2 + l^2} \{ \Lambda \cos[k(x - Ut)] \sin[l(y - Vt)] \sin(mz) + m \sin[k(x - Ut)] \cos[l(y - Vt)] \cos(mz) \} \exp(-\nu \Lambda^2 t) \quad (3.1)$$

$$v = V + \frac{A}{k^2 + l^2} \{ \Lambda \sin[k(x - Ut)] \cos[l(y - Vt)] \sin(mz) - m \cos[k(x - Ut)] \sin[l(y - Vt)] \cos(mz) \} \exp(-\nu \Lambda^2 t) \quad (3.2)$$

$$w = A \cos[k(x - Ut)] \cos[l(y - Vt)] \sin(mz) \exp(-\nu \Lambda^2 t) \quad (3.3)$$

其中

$$\Lambda \equiv \sqrt{k^2 + l^2 + m^2} \quad (3.4)$$

$$T_e \equiv \frac{1}{\nu \Lambda^2} \quad (3.5)$$

(3.1)至(3.3)式中，U 和 V 代表環境風場，(k, l, m)分別為沿著(x, y, z)方向的波數， Λ 為多維下的波數幅度，代表波在三維空間中變化的總強度，可參考(3.4)式，指數項中代表的則是時間衰減率，可參考(3.5)式，其中 ν 為動力黏滯係數(kinematic viscosity)

coefficient), t 為經歷的時間。

3.1.1 實驗設計

本研究設定 Beltrami flow 風場的公式係數如下： $U = V = 10ms^{-1}$ ， $k = l = \frac{2\pi}{10km} \cong 6.28 \times 10^{-4}m^{-1}$ ， $m = \frac{2\pi}{12km} \cong 5.24 \times 10^{-4}m^{-1}$ ， $\Lambda = 1.03 \times 10^{-3}m^{-1}$ ， $T_e = 600s$ ，並且選取時間點 t 分別為 0 秒和 10 秒，作為後續 WISSDOM 反演所需的兩個時間點。生成的風場可參見圖 3.1 和圖 3.2。接下來的實驗步驟將此風場用於評估 WISSDOM 系統對於垂直速度反演的能力：

- (1) 首先，模擬兩部雷達和反演範圍的位置。反演範圍網格數設定為 $41 \times 41 \times 13$ ，水平及垂直解析度為 0.5 公里，兩部雷達則擺放於反演範圍左下及右下約 14 公里處，詳見圖 3.3。
- (2) 將 Beltrami flow 風場投影為雷達位置上的徑向風資訊，並將原風場視為真值「truth」。
- (3) 設計不同的敏感性實驗，通過 WISSDOM 進行兩個時間點的徑向風風場反演。
- (4) 最後，再將反演的結果和原先的真值風場進行比較。

根據上述實驗步驟，有以下幾組敏感性測試：

(a) VR_all

該組實驗假設反演的卡氏座標網格範圍內均有徑向風資料，且無任何資料缺失。在此條件下所得到的反演結果與真值(truth)比較，可最直接地評估 WISSDOM 系統對垂直風場反演的效果。

(b) VRx0-1km

為了檢驗 WISSDOM 在底層資料缺失情況下的反演能力，此組實驗假設在 1 公里以下的底層徑向風料缺失，並進行風場反演。

通過以上兩組敏感性實驗測試，不僅可以評估 WISSDOM 系統對於垂直速度反演的能力，還可以了解雷達資料覆蓋範圍對反演結果的影響。

3.1.2 各組實驗結果分析

本實驗目的為評估不同雷達覆蓋量對 WISSDOM 系統在垂直速度反演能力上的影響，後續分析將針對不同雷達覆蓋量下的反演結果與 truth 值進行比較與討論。圖 3.4 顯示了實驗組 VR_all 與 VRx0-1km 的垂直速度水平分佈反演結果，其中圖 3.4(a) & (b) 為 truth 值的結果。可以發現 VR_all 的反演結果和 truth 值幾乎完全一致(見圖 3.4(c) & (d))。然而，VRx0-1km 的反演結果在整體量值分佈上有明顯低估的表現(見圖 3.4(e) & (f))。

圖 3.5 為沿 Y=10km 垂直剖面圖，提供了更為清晰的證據，顯示底層資料缺乏會導致反演結果嚴重低估的情況。圖 3.5(b) 顯示 VR_all 反演的結果，相較 Shapiro et al. (2009) 的結果來說，在徑向風資料完整的情況下，WISSDOM 能夠準確掌握垂直速度的分佈及量值上的反演；然而，圖 3.5(c) 顯示底層徑向風資料缺乏(VRx0-1km)所反演的結果，可以發現垂直方向上的上升和下沉氣流運動的陣列分佈範圍明顯減弱了許多。綜合上述結果可知，雷達資料的覆蓋率對於 WISSDOM 系統的反演具有重要影響，底層資料的缺失或資料覆蓋率不完美，極有可能導致垂直速度的反演值被低估。在針對 Beltrami flow 進行風場反演時，WISSDOM 系統的各项約束條件係數設定如表 3.1 所示。

3.2 新價值函數

根據 3.1 節對 WISSDOM 系統反演垂直速度的測試結果顯示，垂直速度的反演仍有進一步改善的空間。此外，台灣具有高密度雷達網的優勢，因此本研究想利用這得天獨厚的優勢來提升 WISSDOM 反演垂直速度的能力。在可被三座雷達觀測同時觀測到的區域，將徑向風資訊用於直接解聯立方程以得到(u, v, w)風場，並將所得的 w 風場資訊作為 WISSDOM 系統中的一個新價值函數進行風場反演。這個新價值函數稱為「三徑向風方程解項」，以下將詳細介紹該新價值函數的運作方式：

在進行此價值函數的約束之前，首先必須獲得三條徑向風方程資訊，如公式(3.6)至(3.8)所示。其中 $(\frac{x_i}{r_i}, \frac{y_i}{r_i}, \frac{z_i}{r_i})$ 代表雷達與網格點之間的幾何關係，下標 i=1~3 分別代表三座雷達（可參考圖 3.6）。

$$VR_1 = u \frac{x_1}{r_1} + v \frac{y_1}{r_1} + (w + V_T) \frac{z_1}{r_1} \quad (3.6)$$

$$VR_2 = u \frac{x_2}{r_2} + v \frac{y_2}{r_2} + (w + V_T) \frac{z_2}{r_2} \quad (3.7)$$

$$VR_3 = u \frac{x_3}{r_3} + v \frac{y_3}{r_3} + (w + V_T) \frac{z_3}{r_3} \quad (3.8)$$

接下來，將公式(3.6)至(3.8)的聯立方程組用矩陣形式表示，並透過矩陣運算方法，將雷達與網格點之間幾何關係的反矩陣乘上徑向風減去雨滴終端落速的量值，即可解出風場中的速度分量(u, v, w)，如公式(3.9)所示。

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{r_1} & \frac{y_1}{r_1} & \frac{z_1}{r_1} \\ \frac{x_2}{r_2} & \frac{y_2}{r_2} & \frac{z_2}{r_2} \\ \frac{x_3}{r_3} & \frac{y_3}{r_3} & \frac{z_3}{r_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} VR_1 - \frac{z_1}{r_1} V_T \\ VR_2 - \frac{z_2}{r_2} V_T \\ VR_3 - \frac{z_3}{r_3} V_T \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

最後，將計算得到的 w 風場資訊作為 WISSDOM 系統中的第六項價值函數——三徑向風方程解項，如式(3.10)所示。

$$J_6 = \sum_{t=1}^2 \sum_{xyz} \alpha_6 (w_t - w_{3r,t})^2 \quad (3.10)$$

其中 w_t 為反演的垂直速度， $w_{3r,t}$ 則為先前在公式(3.9)中計算得到的垂直速度資訊，下標 t 皆代表兩個不同的時間點； α_6 代表該約束條件的權重係數，若反演的網格點中沒有三座以上的雷達覆蓋，則 α_6 設定為 0。因此，希望藉由此新增的價值函數來改善有三座以上雷達覆蓋區域的垂直速度反演效果。本研究目前針對 α_6 的權重係數設定為 10，未來可再對係數的調整做進一步的探討。

第四章 觀測系統模擬實驗

本章節將通過觀測系統模擬實驗(OSSE)驗證 3.2 節提出的價值函數提升垂直速度反演方法的可行性。目的是在無觀測誤差和資料缺失的理想條件下，模擬一組大氣變數進行反演。此方法不僅能避免因觀測資料有誤差和缺漏對反演結果的影響，還能解決真實大氣中缺乏垂直速度觀測而無法驗證的問題。以下為模擬實驗的概念步驟：

- (1) 使用 WRF 系統模擬一組天氣系統，將其風場視為「真值 (Truth)」。
- (2) 設定三座雷達及反演範圍的相對位置，詳見圖 4.1。
- (3) 將 WRF 模擬的(u, v, w)風場投影至雷達位置上的徑向風資訊
- (4) 透過第 3.2 節提出的基於三徑向風方程直接解風場的數學方法，獲得三維(u, v, w)風場資訊。
- (5) 將步驟(4)中獲得的垂直速度風場(w)與新價值函數的約束結合，通過 WISSDOM 進行風場反演。同時，也進行一組未結合新約束條件的風場反演。
- (6) 最後，將步驟(5)中不同的反演結果和真值(Truth)比較，以確定此新價值函數的可行性。

4.1 模式設定

本研究採用 WRF 模式 3.8.1 版本來模擬一個超級單體風暴 (supercell) 環境，網格數設定為 $161 \times 161 \times 51$ ，水平解析度為 1 公里，垂直解析度為 0.5 公里，模式頂層設定在 25 公里，而日後分析的高度範圍只在 15 公里內，目的為避免受模式頂層附近的海綿層影響(sponge layer 設定為 5 公里)。初始環境場設定為一個 5K 的溫度擾動熱胞(可參考圖 4.2)，探空資料則參考 Weisman and Klemp (1982)的設計，並對水氣含量進行增加 0.1 倍的調整，以增強 supercell 對流強度的模擬。在此設定條件下，進行 6 小時的模擬。為了確保模擬出來的天氣系統為模式達到穩定狀態的結果，會透過垂直速度隨時間變化的表現選取適合的時間(可參考圖 4.3)，約在 50 分鐘至 200 分鐘之間垂直速度較無明顯的大幅改變。因此，後續會選擇模擬 110 分鐘和 115 分鐘的結果，作為 WISSDOM 進行

風場反演所需的兩筆時間。圖 4.4 也呈現了模擬後的雷達回波表現。

4.2 定量校驗方法

本章節將使用以下兩種指標來驗證垂直速度風場反演結果的準確性：(1) 方均根誤差(Root Mean Square Error, RMSE) 和 (2) 空間相關係數(Spatial Correlation Coefficient, SCC)，具體說明如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(A_R - A_T)^2}{N}} \quad (4.1)$$

(4.1)式中，A 代表任意物理量，下標 R 表示反演值，T 表示真實值(Truth)，而 N 則是用於計算該指標的格點數目，計算範圍可以是任意平面或三維空間。故 RMSE 值可以量化特定區域內反演值與真實值之間的誤差，若 RMSE 越小，表示反演結果越理想。

$$SCC = \frac{\sum(A_R - \overline{A_R})(A_T - \overline{A_T})}{\sqrt{\sum(A_R - \overline{A_R})^2 \sum(A_T - \overline{A_T})^2}} \quad (4.2)$$

(4.2)式中，A 依然代表任意物理量，下標 R 和 T 分別表示反演值和真實值 (Truth)，上方帶有橫線的變數代表在分析區域內的平均量。SCC 用於評估反演值與真實值在指定區域內的空間相似度，該值介於 -1 至 +1 之間，越接近 1 表示反演結果越接近真實值(正相關)，相反，越接近 -1 表示反演結果與真實值相差越大(負相關)。

4.3 實驗設計

本章節將進一步介紹前述模擬實驗步驟中，用於驗證新價值函數可行性的實驗組設定及其代號名稱。

(a) Ret_3equ

此組實驗的風場反演結果是透過直接使用三徑向風方程解風場的數學方法獲得，具體實驗步驟與之前提及的略有不同，詳細流程如下：

1. 步驟(1)~(3)與先前提到的實驗概念一致。
2. 步驟(4)會將徑向風資訊增加 0.1 倍的擾動調整 (擾動範圍介於-1 至 1 之間)，這是為了模擬實際觀測徑向風資料在內插和平滑處理過程中不可避免會產生的誤差。因此，新

的徑向風資料可表示為以下形式 (4.3 式) ，其中 $\alpha = -1\sim 1$ 。

$$VR_{new} = VR(1 + 0.1\alpha) \quad (4.3)$$

3. 步驟(5)為利用步驟(4)獲得的新徑向風資訊，通過解三聯立方程組的數學方法得到(u, v, w)風場。
4. 最後，將方程式解出來的風場與真實值 (Truth) 進行比較。

本實驗的目的在於驗證通過三徑向風方程直接解風場所得結果的準確性，從而確定該結果是否可用作約束條件進行後續的實驗，以提升 WISSDOM 系統對垂直速度的反演能力。

(b) RwNC (Retrieved result with new constraint)

該實驗組為 WISSDOM 新增了新價值函數條件下所反演的風場結果。然而，為了模擬並非所有區域都能被三座雷達同時觀測的情境，對於每部雷達的覆蓋範圍有進一步的設定。整個反演範圍 (圖 4.1) 中均可獲得來自 R1 和 R2 雷達位置的徑向風資訊，而 R3 雷達僅能在高度 5 至 8 公里之間的紅色框框內 (圖 4.5 所示) 觀測到徑向風資訊，且僅當該區域內的雷達回波強度大於 10 dBZ 時，才能獲得徑向風數據。因此，在有 three 雷達覆蓋的區域，可通過解三徑向風聯立方程組得到風場，並將此獲得的垂直速度作為 WISSDOM 系統中的新約束條件進行風場反演，嘗試提升反演垂直速度的能力。

(c) RwoNC (Retrieved result without new constraint)

為了檢驗新增的價值函數有起到提升垂直速度反演的效果，本實驗需要一組未加入新價值函數條件的 WISSDOM 反演結果作為對照組。該實驗在三座雷達覆蓋範圍的設定與 RwNC 實驗完全相同，唯一的區別在於是否應用了新價值函數的約束條件。

4.4 結果分析

本章節主要會分為兩部份進行討論：第一部分會先看到 Ret_3equ 實驗組的結果，確認解三徑向風向風方程獲得(u, v, w)風場的準確性，第二部分則會比較實驗組 RwNC 與 RwoNC 的結果，分析新價值函數的效果如何。

4.4.1 Ret_3equ 反演結果

本研究的目的是透過直接解三徑向風方程所得的垂直速度風場資訊，提升多都卜勒雷達風場合成技術對垂直風的反演能力。因此，首先對直接解三聯立方程所得的風場進行分析與驗證。圖 4. 6 和圖 4. 7 分別顯示了反演結果的 X-Y 平面圖以及沿 Y=50km 的垂直剖面圖。從比較圖 4. 6 (a)和(b)在高度 5 公里處的結果，可以看出通過解三徑向風方程的方式所得的垂直速度幾乎和 Truth 值一致，無論在分佈位置還是量值大小上都相當吻合。圖 4. 6 (c)和(d)則展示了在高度 8 公里處的比較結果，一樣可以發現相同的結果。再比較圖 4. 7 (a)和(b)為沿 Y=50km 的垂直剖面圖，皆可發現此 supercell 南側對流胞的上升氣流的垂直速度特徵，直接解三徑向風方程反演的結果和 Truth 值相比，顯示出高度一致性，僅有因數學計算過程中產生的些微鋸齒狀分佈誤差。

另外，透過圖 4. 8 的相關性散佈圖分析，顯示 u, v, w 風場的 Truth 值與直接解三徑向風方程反演結果之間相關性均超過 0.95，特別看到垂直速度在每一層的 RMSE 及 SCC 分數的定量分析表現（見圖 4. 9），RMSE 幾乎不超過 0.2ms^{-1} ，SCC 分數則趨近於 1。由此可見，只要有來自三個不同位置的徑向風資訊，即使對徑向風資訊加入些微擾動影響（見式(3.4)），通過解聯立方程組的數學方式所得的風場資訊依然具有高度的準確性。

4.4.2 RwNC 和 RwoNC 比較

在確認了 Ret_3equ 的反演結果有一定的準確性後，將其反演的垂直速度資訊作為 WISSDOM 的新約束條件，用於進一步的風場反演。然而，加入此新約束條件時，不僅希望提升 WISSDOM 對垂直速度的反演能力，更要確保不會對水平風場的反演結果產生不利影響。

首先，看到 RwNC 和 RwoNC 實驗各自對水平風場反演結果的定量分析(圖 4. 10)，圖 4. 10 (a) & (c) 分別顯示 u 風場的 RMSE 和 SCC 分數，結果表明紅色虛線(RwNC)與黑色實線(RwoNC)的結果幾乎完全一致。同樣地，圖 4. 10 (b) & (d) 分別顯示 v 風場的 RMSE 和 SCC 分數，結果也顯示兩者相似度極高。因此，加入新約束條件對 u 和 v 風場的反

演結果影響不大，仍能保持很好的風場反演品質。

在確認完 u 和 v 風場依舊可以反演的很好之後，需要進一步探討 w 風場在加入新價值函數的反演效果。首先，從 w 風場反演結果的定量分析來看(圖 4. 11)，圖 4. 11 (a) 為 RMSE 的結果，可以發現紅色線(RwNC)的 RMSE 普遍低於黑色線(RwoNC)，圖 4. 11 (b)則顯示 SCC 分數，結果同樣顯示紅色線(RwNC)的 SCC 分數優於黑色線(RwoNC)。值得注意的是，RwNC 有新約束條件進行調整的區域僅限高度 5 至 8 公里的範圍內，但不管從 RMSE 或是 SCC 的表現來看，除了高度 5 至 8 公里的範圍外，其他高度的垂直速度反演也有所提升。

接下來，由水平面的分佈來看垂直速度的反演情況(圖 4. 12)，圖 4. 12(b)和(c)分別顯示了 RwNC 和 RwoNC 的反演結果，和 Truth 值相比，兩組實驗反演的結果都很不錯，很難看出新約束條件帶來的效果。因此，再看到沿 $Y=50\text{km}$ 的垂直剖面圖(圖 4. 13)，圖 4. 13(b)和(c)分別為 RwNC 和 RwoNC 的反演結果，儘管 RwoNC 的反演結果依然不錯，但從比較圖中黑色實線(代表 Truth 值垂直速度= 15ms^{-1})的位置可以看出，RwNC 對於量值大小及位置分佈上的掌握更加精準。

然而，在確定加入新價值函數確實可以提升垂直速度的反演效果後。我們進一步探討在有三座雷達覆蓋的區域中加入新價值函數的約束，除了可以提升自身區域內的垂直速度反演效果外，還想知道是否能往外影響到沒有新約束條件控制的其他區域。因此，我們定義了「surface number (簡稱 SFC number)」來評估受新價值函數約束的區域對外部區域的垂直速度影響效果。圖 4. 14 說明了 SFC number 的定義。圖中，陰影的部分代表有三座雷達覆蓋的區域，此區域會直接受到新價值函數的約束，對反演效果自然會大幅提升，且此區域的影響效果並非往外影響的範圍，所以 SFC number 為 0；沿著這個區域表面往外一層的網格點，SFC number 為 1；再往外一層的網格點，SFC number 為 2，直到整個 domain 均有 SFC number 為止。且 SFC number 會再乘上水平及垂直不同的解析度，呈現其可往外影響多少公里的物理意義。

圖 4. 15 呈現了三雷達覆蓋區域內的垂直速度資訊在水平方向上的外延影響效果，圖中紅線代表實驗 RwNC 的結果；黑線代表 RwoNC 的結果，橫軸為 SFC number (單

位為公里)，代表三雷達覆蓋區域的信息可往外影響的距離，縱軸為 RMSE 或 SCC 定量分數的表現，從圖 4. 15(a)和(b)中可以看到，當 SFC number 達到 3 時，紅線和黑線的 RMSE 和 SCC 分數幾乎一致，表示三座雷達覆蓋區域的影響力在水平方向上可延伸約 3 公里左右（因為水平解析度為 1 公里）。

圖 4. 16 則呈現了三雷達覆蓋區域內的垂直速度資訊在垂直方向往上或往下影響的效果，紅線和黑線依然分別代表 RwNC 和 RwoNC 的結果，橫軸為 RMSE 或 SCC 定量分數的表現，縱軸則是將 SFC number 轉換為垂直方向可影響的距離。例如，SFC number 為 1，代表可影響 0.5 公里（因為垂直網格解析度為 0.5 公里）。從圖 4. 16(a)和(b)中可以看到，黑線和紅線從 5 公里往下延伸到約 1 公里左右，兩條線開始無持續靠近變好的趨勢，推測往下影響的效果約 4 至 5 公里左右；而圖 4. 16(c)和(d)中，黑線和紅線從 8 公里開始往上延伸至 13 公里時趨於一致，推測往上影響的效果約為 5 公里左右。需要注意的是，此處的垂直方向往上或往下的分析中，並不考慮 5 至 8 公里範圍內的結果，因為此實驗設定高度在 5 至 8 公里範圍內有新價值函數的約束，故此範圍內的結果不列入垂直方向可影響的範圍。

第五章 真實個案分析與討論

由第四章的觀測系統模擬實驗(OSSE)可知，第 3.2 節提出的新價值函數提升垂直速度反演的方法有一定的可行性，但是依舊需要進一步探討此方法在真實個案中的應用效果。因此，本章節將分為四部分，利用 2022 年 TAHOPE (Taiwan-Area Heavy rain Observation and Prediction Experiment) 劇烈降水觀測實驗的 IOP#3 資料進行風場反演，探討新價值函數提升垂直速度反演的能力。第一部分為個案介紹；第二部分為雷達資料介紹和 WISSDOM 系統設定；第三部分則是測試新方法的各種實驗介紹；最後，將會對反演結果進行分析與討論。

5.1 TAHOPE IOP#3 個案介紹

本研究使用 2022 年臺灣與美國合作在臺灣附近進行的劇烈降水觀測計畫:TAHOPE IOP#3 事件進行分析。該觀測活動目的為探討臺灣特殊且複雜地形附近，伴隨梅雨鋒面或颱風系統引發強降雨的多尺度交互作用，特別是大尺度環境場與中尺度對流系統之間的相互影響，期望藉此提升降雨預報的精確性。此次研究選擇分析的時間點為 2022 年 06 月 08 日 06UTC，該時期的梅雨鋒面系統為臺灣北部帶來了豐沛的降水。根據當日 0600UTC 的地面天氣圖顯示（圖 5.1），有一條東北-西南走向的滯留鋒面在臺灣上空徘徊，形成了不穩定的鋒面系統環境。對應到該時間點的最大雷達合成回波圖（圖 5.2），可以清楚的觀察到，全台幾乎被此鋒面系統帶來的強降雨帶所籠罩。最後，從當日的日累積雨量圖（圖 5.3）分析可以看出，鋒面系統所帶來的降雨主要集中於臺灣西半部地區，尤其以新竹與苗栗一帶的累積雨量更為顯著，顯示出該區域受到了較為強烈的對流系統影響。

5.2 WISSDOM 設定與使用資料

5.2.1 WISSDOM 設定

本研究採用 Liou et al (2009; 2012; 2014) 所開發的多都卜勒雷達合成反演風場技術 WISSDOM 進行風場反演，反演的範圍及所使用的三座雷達（包括五分山雷達、桃園機場雷達和 SPOL 雷達）的相對位置如圖 5.4 所示。反演範圍內的網格點數設置為 $291 \times 279 \times 51$ ，水平解析度為 1 公里，垂直解析度為 0.25 公里，最高反演至 12.5 公里。WISSDOM 反演過程中所需的兩筆時間差設為 11 分鐘，由於各雷達資料掃描的時間不完全對得上，所以會將三座雷達各自兩筆資料的時間差相加後，再做平均處理。此外，背景場選擇了 NCEP 再分析場資料，並通過 WRF 模式模擬了 18 小時後的結果。圖 5.5 顯示了三座雷達在 1 至 6 公里高度範圍內的資料覆蓋狀況，後續將會針對可被三座雷達覆蓋區域進一步提升垂直速度的反演，而對於沒有雷達資料覆蓋的區域則會透過背景場做填補。

5.2.2 雷達資料

本研究在真實個案的應用中所使用的雷達資料有：五分山雷達、桃園機場雷達和 SPOL 雷達。以下為對雷達近一步的詳細介紹：

(a) 五分山雷達 (RCWF)

五分山雷達隸屬於中央氣象署單位，是美國製的 S-band 波段(波長約 10.7cm)陸基式雙偏極化都卜勒氣象雷達，位於臺灣東北角山區(121.77°E 25.07°N，海拔 766m)，具有良好的觀測視野。掃描策略採用 VCP215 (Volume Coverage Pattern)的模式進行體積掃描，掃描的仰角範圍分別為：0.5°、0.9°、1.3°、1.8°、2.4°、3.1°、4.0°、5.1°、6.4°、8.0°、10.0°、12.0°、14.0°、16.7°、19.5°，共有 15 層，最大可觀測範圍為 178.3 公里。本研究將會使用到的觀測參數為回波(Z)和徑向風(VR)資料，後續使用 WISSDOM 進行風場反演所需的兩筆雷達資料時間點分別為 2024/06/08 0554UTC 和 0600UTC。

(b) 桃園機場雷達 (RCTP)

桃園機場雷達隸屬於民航局單位，是 C-band 波段(波長約 5.3cm)的陸基式都卜勒氣象雷達，位於桃園市大園區(121.21°E 25.08°N，海拔 10m)，主要針對北部機場及附近航道進行天氣監測。掃描策略為體積掃描，掃描的仰角範圍分別為：0.3°、1.0°、1.8°、2.5°、3.8°、5.0°、6.0°、7.0°、9.0°、11.0°、14.0°、17.0°、20.0°，共有 13 層，最大可觀測範圍為 149.4 公里。本研究將會使用到的觀測參數為回波(Z)和徑向風(VR)資料，後續使用 WISSDOM 進行風場反演所需的兩筆雷達資料時間點分別為 2024/06/08 0552UTC 和 0607UTC。

(c) SPOL 雷達 (SPOL)

SPOL 雷達隸屬於美國 NCAR (National Center for Atmospheric Research)，是 S-band 波段(波長約 10.7cm)的雙偏極化都卜勒氣象雷達。於 2022 年 5 月至 8 月期間來台進行 TAHOPE 觀測活動，觀測期間雷達放置於新竹南寮漁港風景區附近(120.90°E 24.81°N，海拔 10m)，為了加強北部地區對於梅雨鋒面及颱風等劇烈降水事件的監測。掃描策略為體積掃描，掃描的仰角範圍分別為：0.5°、1.1°、1.8°、2.6°、3.6°、4.7°、6.5°、9.1°、12.8°，共有 9 層，最大可觀測範圍為 149.1 公里。本研究將會使用到的觀測參數為回波(Z)和徑向風(VR)資料，後續使用 WISSDOM 進行風場反演所需的兩筆雷達資料時間點分別為 2024/06/08 0548UTC 和 0600UTC。

5.2.3 雷達資料品質控管與處理

雷達應用於天氣監測中，雖說可以獲得較高時空解析度的資料，但是建築物、昆蟲或地形等這些非氣象訊號資料一樣會被接收，進而產生地表雜波(ground clutter)或海面雜波(sea clutter)的雜訊問題。若是對流系統發展過於劇烈，超過雷達的徑向風折錯風速(Nyquist velocity)上限，也會產生風場折疊(folding)的問題。因此，為了避免這些雜波或風場折疊的問題影響到後續的風場反演，WISSDOM 在進行風場反演前，會先利用中央大學雷達氣象實驗室所開發之氣象雷達資料編修軟體(Radar kit，簡稱 Rakit)進行雷達資料的品質控管(Quality Control，簡稱 QC)，以利風場反演有更準確的結果。以下為雷達

資料 QC 流程：

- (1) 透過內建地形高度濾除地形雜波。
- (2) 利用雙偏極化參數——相關係數(Correlation coefficient, ρ_{HV})，透過水平回波和垂直回波的相關性來判斷訊號是否為氣象訊號（通常氣象訊號具有高相關性），故會將 ρ_{HV} 值低於 0.9 以下的訊號濾除。（RCTP 為都卜勒雷達故不會進行此步驟）
- (3) 利用空間連續法進行風場去折疊(unfolding)。
- (4) 針對強回波($Z > 30\text{dBZ}$)、弱風速($|VR| < 2\text{ms}^{-1}$)的地方進行地表雜波(ground clutter)的雜訊濾除。

最後，再透過 CAPPI (Constant Altitude Plan Position Indicator，簡稱 CAPPI)的方式將原先雷達資料 PPI 的格式內插為 WISSDOM 可使用的等高面垂直網格座標形式。

5.3 實驗設計

本章節將分為兩部分。首先會看到 QC 後的三雷達資料使用第 3.2 節中解三聯立方程組方法所得到的 w 風場結果，再進一步對實驗組的設計介紹。

5.3.1 直接解徑向風聯立方程結果

圖 5.6 展示了在有 three 座雷達徑向風資料覆蓋的區域內，透過解聯立方程組獲得的 w 風場結果。然而，結果並不像 4.4 節中實驗 Ret_3equ 那般理想，甚至出現許多風速大於 100ms^{-1} 以上的極端異常值。由於該方法會產生極端異常值結果，推測此結果可能受到雷達與網格點之間的 3x3 幾何矩陣的條件數(condition number)影響。因此，本研究進一步使用奇異值分解 (singular value decomposition, SVD) 方法來計算矩陣條件數，以探討其對結果穩定性的影響。

圖 5.7 呈現了雷達位置與各網格點之間幾何關係所對應的矩陣（即式(3.9)中的 3x3 矩陣）之條件數分佈，從圖中可見，大部分網格點的條件數數值介於 5 至 300 之間，這樣的範圍可能導致解的不穩定性，進而在解聯立方程組獲得的 w 風場中產生許多極端異常值。圖 5.8 顯示了條件數和直接解的 w 風場之間的相關性分佈，從中可以更明顯地

觀察到此結果。直接解獲得的 w 風場量值介於 -1000ms^{-1} 至 1500ms^{-1} 之間，不過此圖並未顯示條件數越大，直接解的 w 風場越容易出現異常值的趨勢。因此，需要圖 5.9 說明條件數與雷達至網格點幾何關係中 z/r 分量的相關性，結果顯示當 z/r 分量越小時，條件數數值有越大的趨勢，故後續實驗將會根據條件數和 z/r 分量的關係，篩選出合理的 w 風場資訊，進行新價值函數改善反演垂直風場的應用。

5.3.2 各組實驗設定介紹

(a) IOP3_wNC (IOP3 retrieved result with new constraint)

為了避免使用到因條件數太大造成解不穩定，從而產生異常 w 風場資訊進行新價值函數的約束進行風場反演。以下步驟為本組實驗針對異常值的處理：

- (1) 濾除 $\frac{z_i}{r_i} < 0.05$ ($i = 1\sim 3$) 網格點的 w 風場資料，圖 5.10 顯示了濾除後所剩的 w 風場與對應網格點的條件數散佈圖，可以發現大部分的異常值均被濾除。
- (2) 找出每層輻散場的最大值和最小值，再透過垂直積分上下兩層的輻散場，解出 w 風場的最大及最小值（積分過程中第一層的 w 風場假設為 0），如式(5.1)和(5.2)所示，式中 T 和 B ，分別代表相對上層及下層的資料，圖 5.11 呈現了垂直積分過程示意圖。最後獲得的垂直速度最大和最小值，將作為垂直速度的上下界，使要進行新約束條件的 w 風場大小不超過此界限。本實驗對於垂直速度量值的上下界設定為 -36.4ms^{-1} 到 22.5ms^{-1} 之間。然而，並非只進行此步驟的原因在於避免出現在此範圍內的量值是因為條件數很大影響而獲得的 w 風場資訊。故仍需步驟一先篩選掉大部分條件數過大的網格點所解出的 w 風場資訊，在進行步驟二的範圍限制濾除。

$$W_{max}(T) = - \int_B^T Div_{min} dz + W(B) \quad (5.1)$$

$$W_{min}(T) = - \int_B^T Div_{max} dz + W(B) \quad (5.2)$$

經過上述兩步驟的處理後，所剩下的 w 風場資訊才會受到新價值函數的約束進行風場反演，提升對垂直速度反演的準確性。

(b) IOP3_woNC (IOP3 retrieved result without new constraint)

該實驗將作為對照組，直接使用經 QC 後的 RCWF、RCTP 和 SPOL 雷達資料進行風場反演，目的是檢驗新增的價值函數是否對垂直速度的反演有改善作用。

5.4 結果分析與討論

5.4.1 反演結果比較

首先，觀察到水平風場和輻合輻散場的空間分佈反演結果(圖 5. 12)，以確認 WISSDOM 系統中加入新約束條件後，不會對 u 和 v 風場的反演結果造成不利影響。圖 5. 12 (a)和(c) 對應到 IOP3_woNC 的反演結果，圖 5. 12(b)和(d) 則對應 IOP3_wNC 的反演結果。相比之下，兩者並無明顯差異，均在桃竹苗及東北角地區有較強的輻合輻散場發生(圖 5. 12 中藍色虛線匡起來的區域)，也可以對應到有較強的回波雨帶發生(圖 5. 12 (e)中黑色箭頭所指處)。此外，將圖 5. 12 (a)和(b)和圖 5. 12 (f)的地面測站風場進行對比，可以發現無論是 IOP3_wNC 還是 IOP3_woNC，在竹苗交界處均有明顯的風切轉換現象(圖 5. 12 中紅色虛線匡起來的區域)。此結果進一步證實，不論是否加入新約束條件，WISSDOM 皆能良好掌握水平風場的發展動態(第 5.4.2 節將進一步利用探空和剖風儀資料對水平風場的反演結果進行驗證)。

接下來，分析垂直風場反演的結果(圖 5. 13)，可以發現 IOP3_wNC 的結果，在桃竹苗地區的上升氣流影響範圍有往海上擴展的趨勢(圖 5. 13 中綠色箭頭所指處)。而內陸地區的下沉氣流也顯示出增強的跡象(圖 5. 13 中紫色箭頭所指處)。圖 5. 14 和圖 5. 15 分別為沿緯度為 25.01° 和經度為 121.26° 的垂直剖面圖。從中可以明顯看出，相較於 IOP3_woNC 的結果，IOP3_wNC 的垂直速度強度及其影響範圍更為顯著。儘管加入新約束條件進行風場反演，垂直速度分量確實有顯著增強和擴大的表現，不過此結果的可信度有待進一步確認。

5.4.2 水平風場驗證

本節將使用探空及剖風儀的觀測資料對 WISSDOM 所反演的水平風場進行驗證。具體結果如圖 5. 16 所示。圖 5. 16(a)(b)分別展示了板橋探空資料的驗證結果，而圖 5. 16(c)(d)則為 TAHOPE 期間新竹加放探空的驗證結果，兩者均會追隨探空 GPS 定位進行校驗。結果顯示，反演風場與觀測數據高度吻合，雖然在風速的反演上偶爾出現些微高估，但風向上從底層的偏東風逐漸轉為西風的轉變過程，均有準確捕捉到。圖 5. 16(e)(f)和圖 5. 16(g)(h)分別為放置於中央大學和新屋測站的剖風儀驗證結果，和觀測資料相比後，可以發現風速上的校驗結果更加理想，風向上的轉變也都可以明確捕捉到，再次驗證 WISSDOM 可以良好的重現系統中的三維 u, v 風場。

5.4.3 垂直風場結果分析

本節原先預計透過中央大學的移動式雷達(TEAM-R)數據來驗證垂直速度，並探討 IOP3_wNC 實驗反演結果的準確性。然而，由於符合 IOP3_wNC 實驗設計中可進行新約束條件反演的網格點和 TEAM-R 所在位置的網格點並不重疊(如圖 5. 17 所示)，導致無法利用現有的觀測資料進一步驗證 IOP3_wNC 實驗的反演結果。圖 5. 18 呈現了利用 TEAM-R 資料的驗證結果，可以發現因為 TEAM-R 所在的位置點並無滿足可進行新約束條件的資料，所以在此處實驗 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 的風場反演結果隨高度變化並無太大差異，無法看出 IOP3_wNC 提升垂直風場反演的效果。再加上現今對垂直速度觀測儀器的缺乏，本研究只能透過輻合輻散場與垂直速度的對應來對反演結果進行簡單分析(圖 5. 19、圖 5. 20)。從這兩張圖中藍色虛線匡起來的區域均可發現，對於圖 5. 19 (b)中下沉運動增強的表現，確實在高層有較強輻合場發生；而圖 5. 19 (b) 在經度 121.25° 至 121.5° 之間上升運動範圍擴增的趨勢，也可以對應到上層輻散和下層輻合的表現，這說明 WISSDOM 在垂直速度反演結果上具備一定的準確度。

圖 5. 21 比較了 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 兩組實驗整體的垂直風場反演結果，從散佈圖的分佈情形可觀察到，整體數據呈現向左偏移的趨勢（相比圖中的對角虛線），

IOP3_wNC 不管在正或負垂直風場均有增強的表現。圖 5.22 則呈現了可滿足新價值函數約束影響的風場反演區域，可影響範圍主要集中在高度 3 至 7 公里之間。將圖 5.22 (c) 為高度 5 公里可進行新價值函數約束的區域，和圖 5.13 (e) 和 (f) 為實驗 IOP3_woNC 和 IOP3_wNC 在高度 5 公里下反演的垂直速度結果相比。可以發現除了在受到新價值函數約束的區域（即圖 5.22 (c) 中色階所呈現的範圍），IOP3_wNC 的垂直分量反演結果有增強效果外，其餘未受新價值函數約束的區域（圖 5.13 (f) 中綠色箭頭所指的位置），垂直速度分量亦有增強的趨勢。此結果證實了新方法能有效改善過去垂直速度分量在透過徑向風方程反演時容易被低估的問題。

5.4.4 雷達資料時間差敏感度測試

在 IOP3_wNC 實驗中，符合可進行新約束條件反演的網格點並不多，這是因為使用第 5.3.2 節提到的兩步驟濾除掉異常值的過程，已將約 75% 以上的三座雷達可覆蓋範圍的格點濾除。然而，會這麼做的原因在於，我們發現第 4.4.1 節中模擬觀測實驗中，雖然新方法解出的 (u, v, w) 風場表現相當準確，但這主要是因為 OSSE 實驗中使用 WRF 模式生成的徑向風資料不會有太多誤差累積的問題，例如：不會有三座雷達完成體積掃描的時間不吻合的問題，或是需要把雷達資料從 PPI 格式 CAPPI 為直角坐標格式的過程所造成的徑向風資料誤差。因此，徑向風資料在沒有太多誤差的情況下，經過矩陣運算過程後，獲得的解並不會受到條件數影響而產生異常值。

所以，我們設計了一組針對徑向風資料的敏感性實驗，在 OSSE 中模擬三座雷達的徑向風資料引入了 5 分鐘時間差（如圖 5.23 所示）。圖 5.23 (a) 顯示了第 4.4.1 節的結果中三座雷達選取的徑向風資料時間點，皆為模擬 110 分鐘後的 WRF 資料；而圖 5.23 (b) 則為時間差敏感性測試實驗中，三座雷達選取不同時間點的徑向風資料示意圖，具體為：第一座雷達選擇模擬 105 分鐘的 WRF 資料，第二座雷達選擇模擬 110 分鐘的 WRF 資料，第三座雷達選擇模擬 115 分鐘的 WRF 資料。圖 5.24 顯示了在引入時間差後，通過直接解徑向風聯立方程組得到的垂直速度和 WRF 模擬的真實垂直速度之間的相關性。可以觀察到，含時間差情況下的 w 風場和真實 w 風場值 (Truth) 相差甚遠，真實值的垂

直速度範圍僅在 -20 至 60ms^{-1} 之間，而加入時間差後解出的垂直速度值卻可達數千 ms^{-1} 以上。此結果表明，徑向風資料的時間差會導致誤差累積，對於直接解徑向風聯立方程組所獲得的 w 風場結果有極大影響。然而，由於無法控制每個網格點和雷達之間 3×3 幾何矩陣的條件數數值，加上在真實個案中難以避免雷達資料會經過 CAPPI 內插和平滑至垂直網格座標的過程，這使本研究新方法在真實個案應用上面臨挑戰。因此，在真實個案中應用本研究核心新方法的實驗設計，只能透過第 5.3.2 節提到的兩個步驟針對異常值進行篩選，以避免不合理的異常值一起滿足新約束條件的風場反演，不過此過程的缺點就是要犧牲掉許多三座雷達覆蓋區域的信息。

第六章 結論與未來展望

6.1 結語

本研究旨在透過三座雷達的徑向風方程解聯立方程組獲得的垂直風場結果，解決長久以來多都卜勒雷達合成反演風場技術中垂直速度分量容易被忽略的問題。過去中，蘇 (2016); 陳 (2019) 的研究已對 WISSDOM 對垂直風場反演的能力進行了評估與改進的努力，但當時陳 (2019) 是利用剖風儀觀測資料改善垂直速度的反演，能影響的範圍有限，故本研究新方法的優點在於全台同時被三座雷達覆蓋的範圍不容小覷，可進行較大範圍提升垂直速度的反演。

本研究中，首先會透過 Beltrami flow 風場評估 WISSDOM 反演垂直風場能力進行分析，接下來會藉由模擬觀測實驗 (OSSE) 和真實個案 (TAHOPE IOP#3) 來評估 WISSDOM 新增此新方法作為價值函數後提升垂直速度反演能力的可行性。以下為前述章節中之重點與結論：

- (1) 根據 WISSDOM 對 Beltrami 流場的反演結果顯示，在資料覆蓋率充分的情況下，WISSDOM 所考慮的物理約束條件能夠精準的對風場進行反演。
- (2) 在 OSSE 中，模擬了只有部分區域 5~8 公里中才有三座雷達覆蓋的情況，在此區域中加入新方法的約束條件進行風場反演，和未加入新約束條件的結果相比，可以發現對整體的垂直速度反演有提升的表現。
- (3) 承(2)，垂直速度反演提升的範圍不只受限在有新方法約束的區域，此區域的資訊還可以有往外影響的效果。水平方向上較不顯著，僅 3 公里左右；垂直方向則可以往上和往下影響約 4 至 5 公里。
- (4) 根據第 5.3.1 節中的結果，真實個案應用此新方法所直接解出來的垂直風場並不像 OSSE 中理想，真實個案中會出現不合乎常理的異常值，所以會透過計算雷達和網格點間之幾何矩陣的條件數和垂直積分輻散場的方式進行篩選，所剩的值才會滿足新方法的約束進行風場反演。反演結果顯示加入新方法確實可以增強或增廣垂直速

度的影響範圍，但受影響的區域並無直接觀測資料可進行驗證，只能從輻合輻散場的表現簡單初步確認反演結果的真實性。

- (5) 承(4)，針對為何 OSSE 中不會解出異常值的 w 風場進一步探討分析，發現若是在 OSSE 中考慮了有時間差產生的徑向風資料，直接解獲得的 w 風場結果就會變差。由此可知此新方法對於徑向風資料的誤差累積有很大的要求限制，不容許資料有太多的誤差累積，或者是要透過 5.3.2 節嚴苛的條件對直接解的 w 風場進行篩選。

6.2 未來展望

目前結果來看，此新方法確實可以使 WISSDOM 減少對垂直速度反演低估的表現，但目前並無法明確證實結果的真實性。以下為未來為此新方法可持續努力的方向：

- (1) 在進行觀測實驗活動前，可先推估觀測範圍附近有哪些雷達資料可用，將可進行驗證的觀測儀器放置在距離三座雷達的 z/r 分量均大於 0.05 以上的網格點上，以利後續反演結果進一步驗證。
- (2) 可以在 OSSE 中的實驗設計更符合真實觀測資料，將徑向風資料模擬為雷達掃描的 PPI 格式，檢驗此情況下 WISSDOM 的風場反演結果。
- (3) 計算全台哪些區域透過哪三座雷達進行風場反演時，雷達位置和每個網格點間之 3×3 幾何矩陣的條件數會比較穩定，如此一來，可以得知進行不同區域的風場反演應挑選哪幾座雷達較為適合。

參考文獻

- 陳奕安, 2019: 多都卜勒氣象雷達反演之垂直速度的 剖風儀驗證及高解析度三維風場反演 能力的測試, 大氣科學學系, 國立中央大學, 109 pp.
- 蘇俊璋, 2016: 利用觀測資料與多都卜勒風場反演系統做垂直速度上的驗證, 大氣科學學系, 國立中央大學, 74 pp.
- Armijo, L., 1969: A Theory for the Determination of Wind and Precipitation Velocities with Doppler Radars. *Journal of Atmospheric Sciences*, **26**, 570-573.
- Brandes, E. A., 1977: Flow in Severe Thunderstorms Observed by Dual-Doppler Radar. *Monthly Weather Review*, **105**, 113-120.
- Chong, M., and J. Testud, 1983: Three-Dimensional Wind Field Analysis from Dual-Doppler Radar Data. Part III: The Boundary Condition: An Optimum Determination Based on a Variational Concept. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **22**, 1227-1241.
- Collis, S., A. Protat, P. T. May, and C. Williams, 2013: Statistics of Storm Updraft Velocities from TWP-ICE Including Verification with Profiling Measurements. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **52**, 1909-1922.
- Dahl, N. A., A. Shapiro, C. K. Potvin, A. Theisen, J. G. Gebauer, A. D. Schenkman, and M. Xue, 2019: High-Resolution, Rapid-Scan Dual-Doppler Retrievals of Vertical Velocity in a Simulated Supercell. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **36**, 1477-1500.
- Doviak, R. J., P. S. Ray, R. G. Strauch, and L. J. Miller, 1976: Error Estimation in Wind Fields Derived from Dual-Doppler Radar Measurement. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **15**, 868-878.
- Gao, J., M. Xue, A. Shapiro, and K. K. Droegemeier, 1999: A Variational Method for the Analysis of Three-Dimensional Wind Fields from Two Doppler Radars. *Monthly Weather Review*, **127**, 2128-2142.
- Gao, J., M. Xue, K. Brewster, and K. K. Droegemeier, 2004: A Three-Dimensional Variational

- Data Analysis Method with Recursive Filter for Doppler Radars. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **21**, 457-469.
- Giangrande, S. E., and Coauthors, 2016: Convective cloud vertical velocity and mass-flux characteristics from radar wind profiler observations during GoAmazon2014/5. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, **121**, 12,891-12,913.
- Lee, J.-T., D.-I. Lee, C.-H. You, H. Uyeda, Y.-C. Liou, and I.-S. Han, 2014: Dual-Doppler radar analysis of a near-shore line-shaped convective system on 27 July 2011, Korea: a case study. *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, **66**, 23453.
- Lenschow, D. H., 1976: Estimating Updraft Velocity from an Airplane Response. *Monthly Weather Review*, **104**, 618-627.
- Lin, Y.-L., R. D. Farley, and H. D. Orville, 1983: Bulk Parameterization of the Snow Field in a Cloud Model. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **22**, 1065-1092.
- Liou, Y.-C., and Y.-J. Chang, 2009: A Variational Multiple-Doppler Radar Three-Dimensional Wind Synthesis Method and Its Impacts on Thermodynamic Retrieval. *Monthly Weather Review*, **137**, 3992-4010.
- Liou, Y.-C., S.-F. Chang, and J. Sun, 2012: An Application of the Immersed Boundary Method for Recovering the Three-Dimensional Wind Fields over Complex Terrain Using Multiple-Doppler Radar Data. *Monthly Weather Review*, **140**, 1603-1619.
- Liou, Y.-C., J.-L. Chiou, W.-H. Chen, and H.-Y. Yu, 2014: Improving the Model Convective Storm Quantitative Precipitation Nowcasting by Assimilating State Variables Retrieved from Multiple-Doppler Radar Observations. *Monthly Weather Review*, **142**, 4017-4035.
- Mewes, J. J., and A. Shapiro, 2002: Use of the Vorticity Equation in Dual-Doppler Analysis of the Vertical Velocity Field. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **19**, 543-567.
- North, K. W., M. Oue, P. Kollias, S. E. Giangrande, S. M. Collis, and C. K. Potvin, 2017: Vertical air motion retrievals in deep convective clouds using the ARM scanning radar

- network in Oklahoma during MC3E. *Atmos. Meas. Tech.*, **10**, 2785-2806.
- O'Brien, J. J., 1970: Alternative Solutions to the Classical Vertical Velocity Problem. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **9**, 197-203.
- Protat, A., and I. Zawadzki, 1999: A Variational Method for Real-Time Retrieval of Three-Dimensional Wind Field from Multiple-Doppler Bistatic Radar Network Data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **16**, 432-449.
- Ray, P. S., C. L. Ziegler, W. Bumgarner, and R. J. Serafin, 1980: Single- and Multiple-Doppler Radar Observations of Tornadic Storms. *Monthly Weather Review*, **108**, 1607-1625.
- Ray, P. S., R. J. Doviak, G. B. Walker, D. Sirmans, J. Carter, and B. Bumgarner, 1975: Dual-Doppler Observation of a Tornadic Storm. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **14**, 1521-1530.
- Ray, P. S., K. K. Wagner, K. W. Johnson, J. J. Stephens, W. C. Bumgarner, and E. A. Mueller, 1978: Triple-Doppler Observations of a Convective Storm. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **17**, 1201-1212.
- Reasor, P. D., M. D. Eastin, and J. F. Gamache, 2009: Rapidly Intensifying Hurricane Guillermo (1997). Part I: Low-Wavenumber Structure and Evolution. *Monthly Weather Review*, **137**, 603-631.
- Scialom, G., and Y. Lemaître, 1990: A New Analysis for the Retrieval of Three-Dimensional Mesoscale Wind Fields from Multiple Doppler Radar. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **7**, 640-665.
- Shapiro, A., S. Ellis, and J. Shaw, 1995: Single-Doppler Velocity Retrievals with Phoenix II Data: Clear Air and Microburst Wind Retrievals in the Planetary Boundary Layer. *Journal of Atmospheric Sciences*, **52**, 1265-1287.
- Shapiro, A., and J. J. Mewes, 1999: New Formulations of Dual-Doppler Wind Analysis. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **16**, 782-792.
- Shapiro, A., C. K. Potvin, and J. Gao, 2009: Use of a Vertical Vorticity Equation in Variational

Dual-Doppler Wind Analysis. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **26**, 2089-2106.

Tong, M., and M. Xue, 2005: Ensemble Kalman Filter Assimilation of Doppler Radar Data with a Compressible Nonhydrostatic Model: OSS Experiments. *Monthly Weather Review*, **133**, 1789-1807.

Tseng, Y.-H., and J. H. Ferziger, 2003: A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *Journal of Computational Physics*, **192**, 593-623.

Ziegler, C. L., P. S. Ray, and N. C. Knight, 1983: Hail Growth in an Oklahoma Multicell Storm. *Journal of Atmospheric Sciences*, **40**, 1768-1791.

附表

表 3.1 反演 Beltrami flow 風場中 WISSDOM 中權重係數的設定

WISSDOM 各項約束條件權重係數		
徑向風與風場幾何關係項(α_1)		100
非彈性連續方程項(α_2)		4×10^8
垂直渦度方程項(α_3)		4×10^{13}
背景場項 (α_4)		1×10^{-1}
Laplacian 平滑項	alfahh	0
	alfahv	1×10^{10}
	alfavh	1×10^{12}
	alfavv	1×10^{11}

附圖

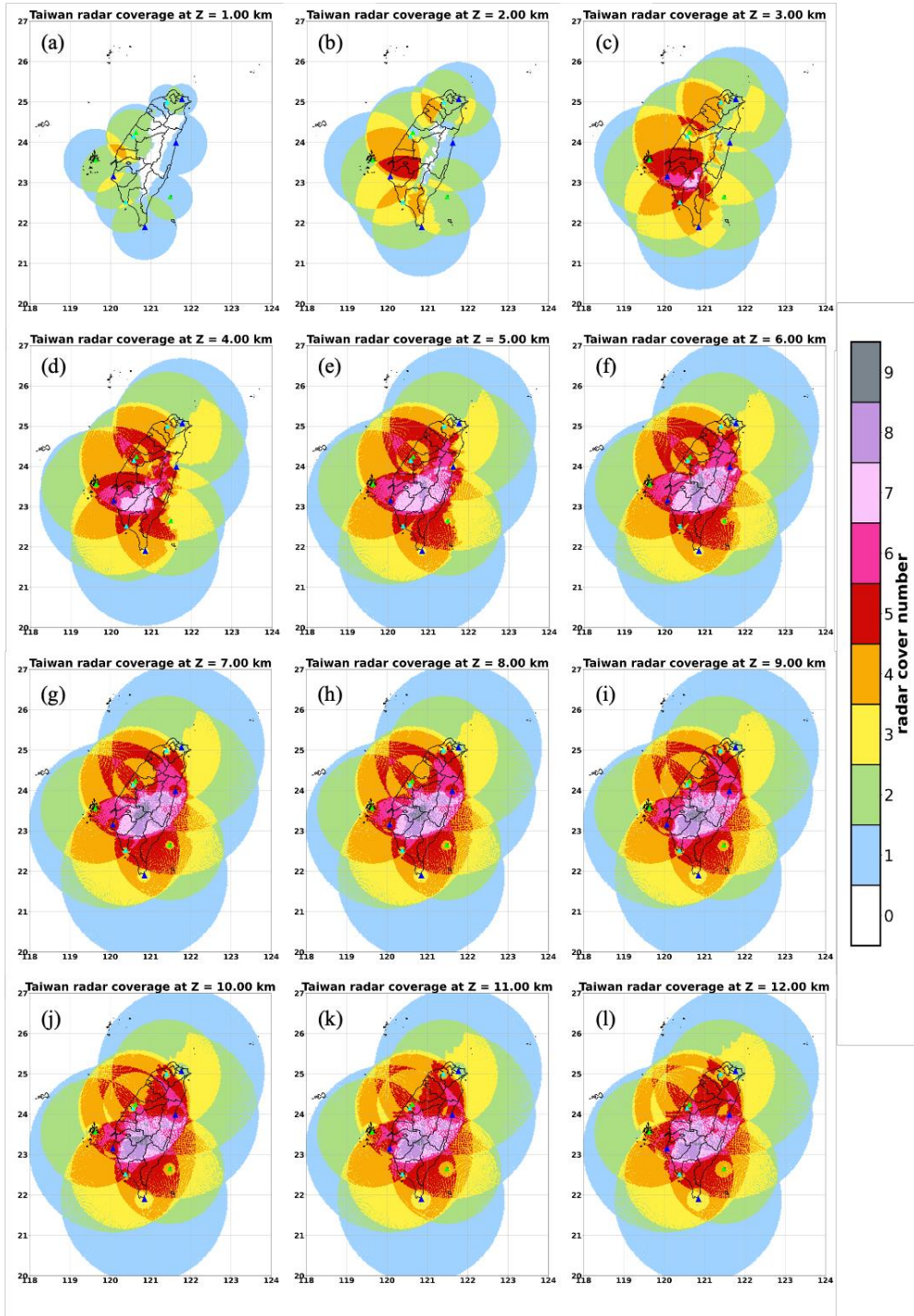


圖 1.1 台灣本島及附近海域可同時被幾座雷達觀測示意圖。(a)至(l)分別代表不同高度下(1 至 12 公里)可被幾座雷達覆蓋的情形，其中藍色三角形為氣象署 S-band 雷達位置、水藍色三角形為水利署降雨雷達位置、綠色三角形則為空軍雷達位置，色階表示可被幾座雷達覆蓋。

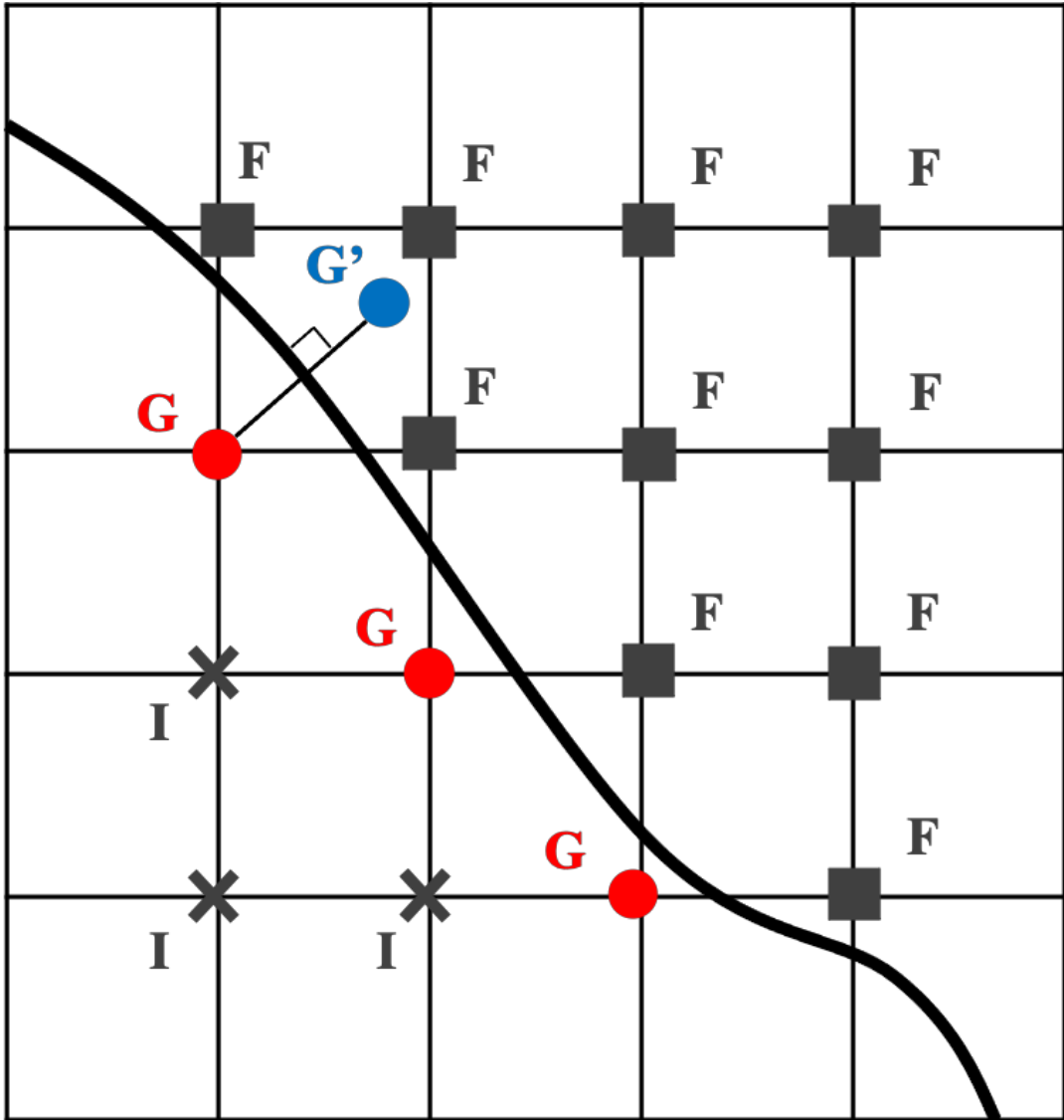


圖 2.1 採用沈浸邊界法時，劃分不同網格點的配置圖。黑色粗線代表地形邊界，黑色正方形為流域點 F、黑色叉叉為內部點 I、紅色圓圈為虛網格點(ghost-cell) G、藍色圓圈則為虛網格點的鏡像點 G'，其中連接 G 和 G' 的線會垂直於地形邊界。

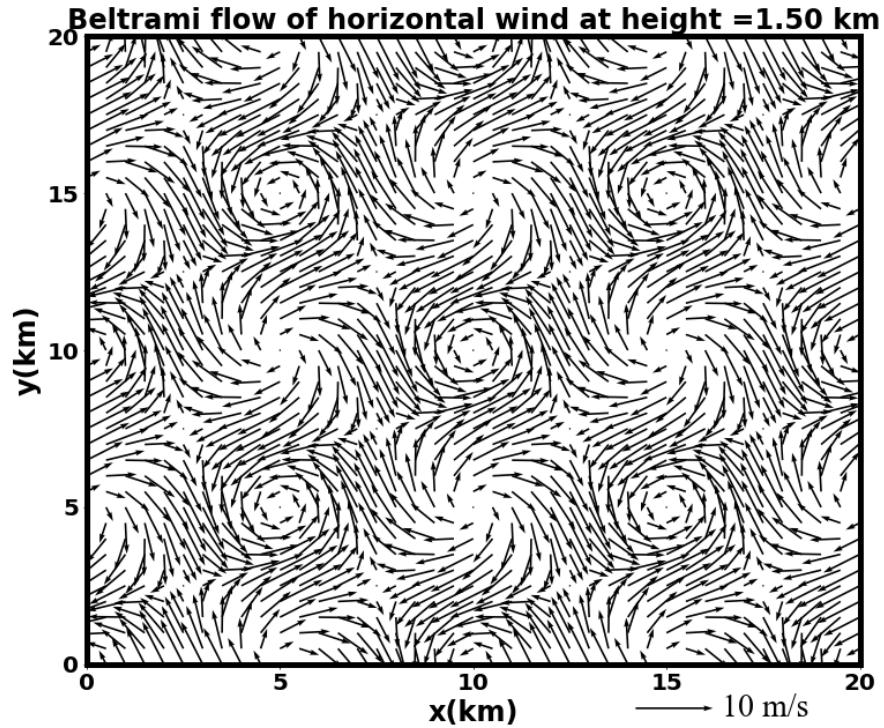


圖 3.1 Beltrami flow 所生成在高度 1.5 公里處的水平風速向量圖。且圖中呈現的風向量已扣除環境風場，可以更清楚的呈現輻合輻散和旋轉流的特徵。

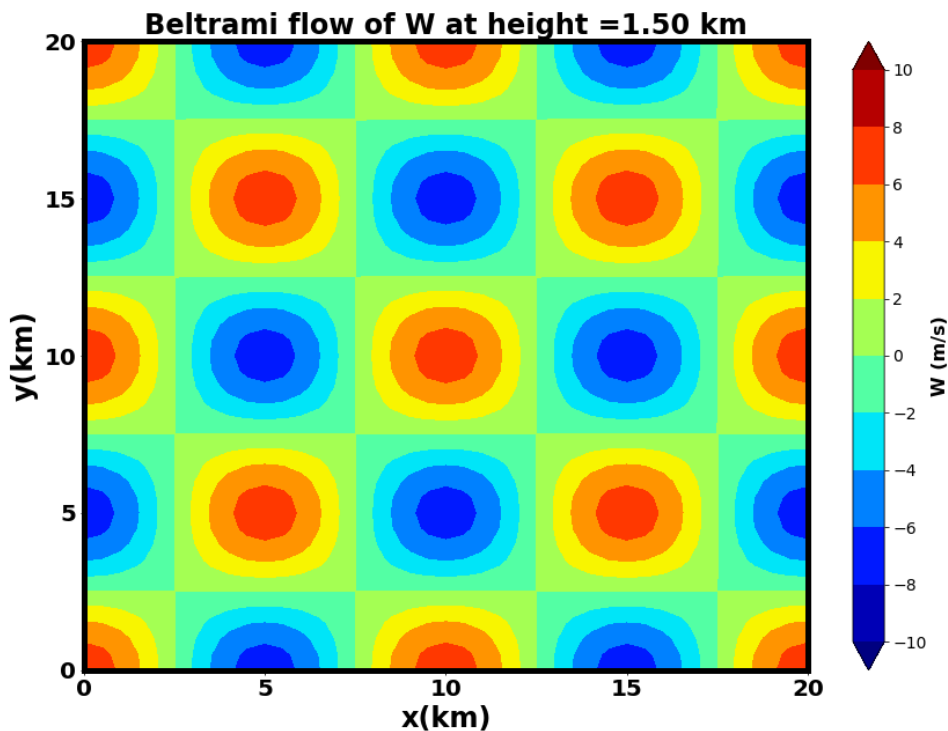


圖 3.2 Beltrami flow 在高度 1.5 公里處的水平垂直風場圖。色階代表垂直速度(ms^{-1})，空間中可以明顯看出上升和下沉氣流的陣列分佈。

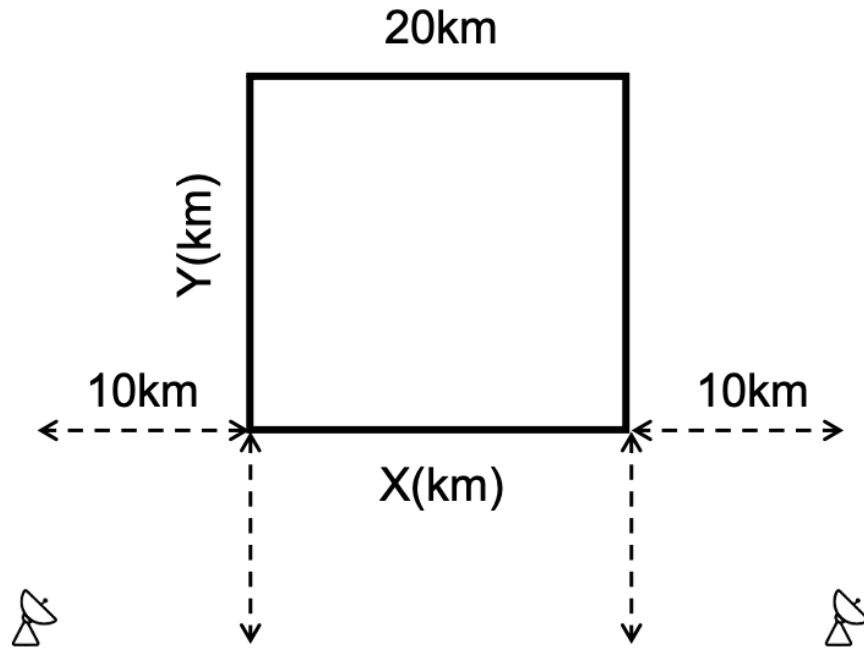


圖 3.3 WISDOM 模擬 Beltrami flow 風場時兩座雷達及反演範圍配置圖。黑色粗框即反演範圍 (20 x 20 公里)，左下和右下方距離反演範圍約 14 公里處即兩部雷達擺放位置。

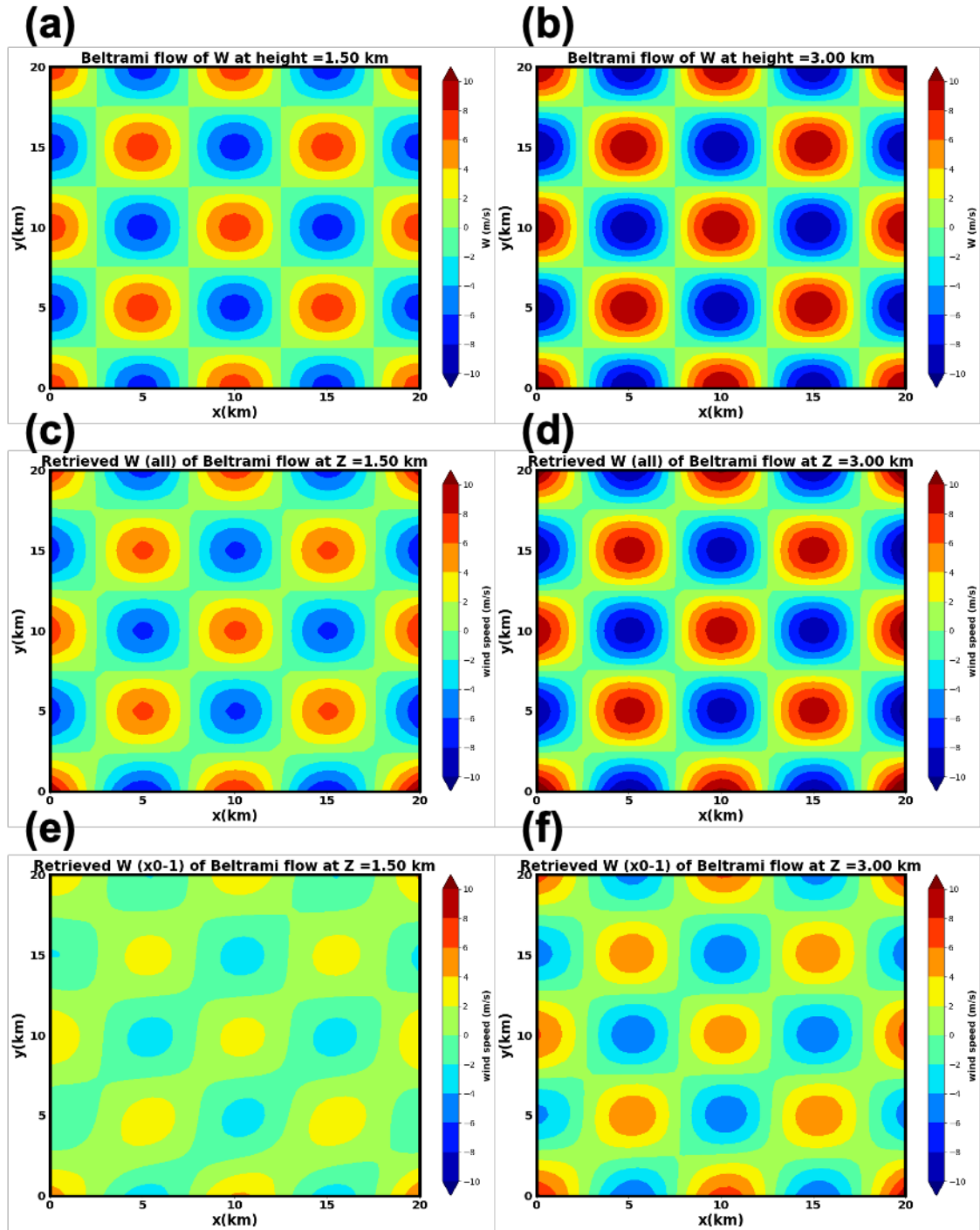


圖 3. 4 實驗 VR_all 和 VRx0-1km 和 truth 值的垂直速度水平分佈圖。(a)(c)(e)分別為 truth 值、VR_all、VRx0-1km 在高度 1.5 公里的反演結果；(b)(d)(f)則是在高度 3 公里的結果。色階代表垂直速度分佈。

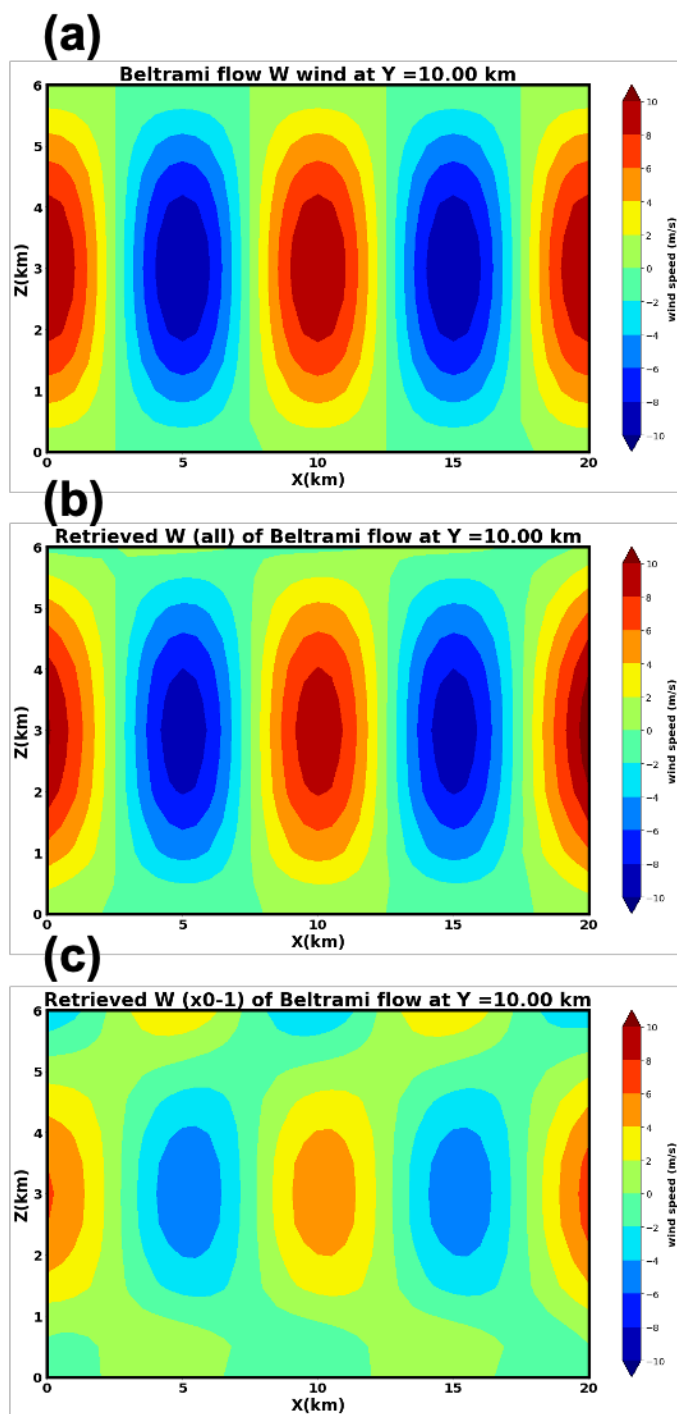


圖 3. 5 實驗 VR_all 和 VRx0-1km 和 truth 值的垂直速度沿 Y=10km 垂直剖面分佈圖。
 (a)為 truth 值；(b)為 VR_all 反演結果；(c)為 VRx0-1km 反演結果。色階為垂直速度 (ms^{-1})分佈，縱軸為高度。

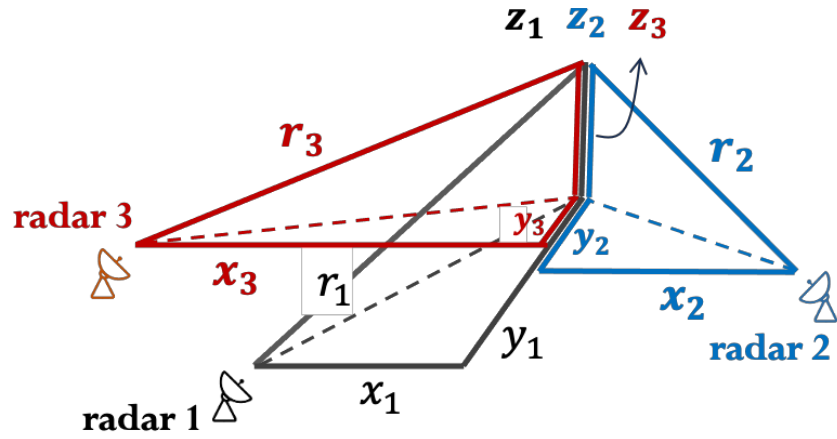


圖 3.6 三座雷達同時觀測相同網格點時各項距離參數的示意圖。黑色、藍色、紅色分別代表三座雷達， (x_i, y_i, z_i) 代表雷達和網格點投影到 X 軸、Y 軸、Z 軸上的距離 ($i=1\sim 3$)， r 則代表雷達和網格點的最短直線距離。

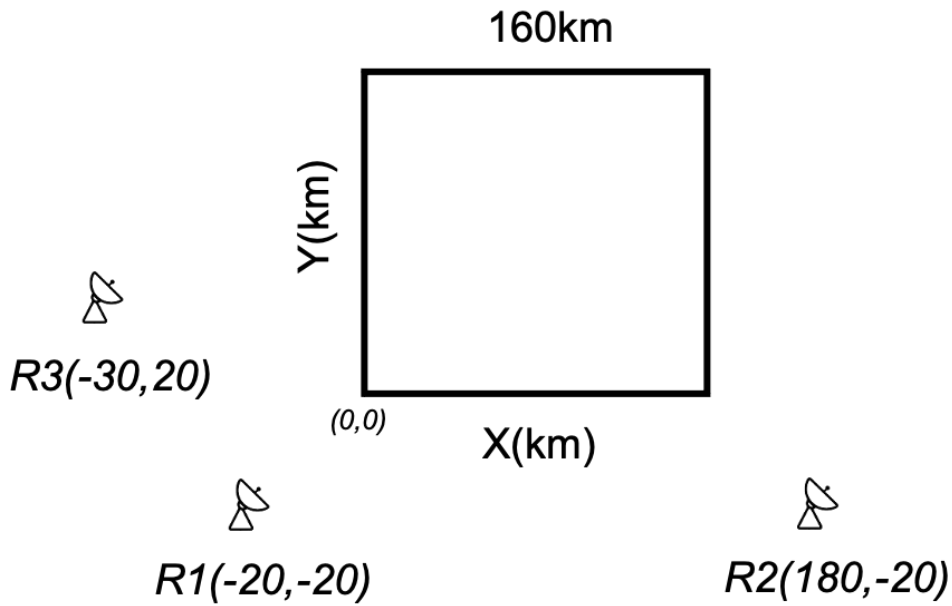


圖 4.1 OSSE 實驗中 WISSDOM 反演風場時，三座雷達與反演範圍的示意圖。黑色粗框即反演的範圍 (160 x 160 公里)，R1, R2, R3 代表雷達所在的網格位置。

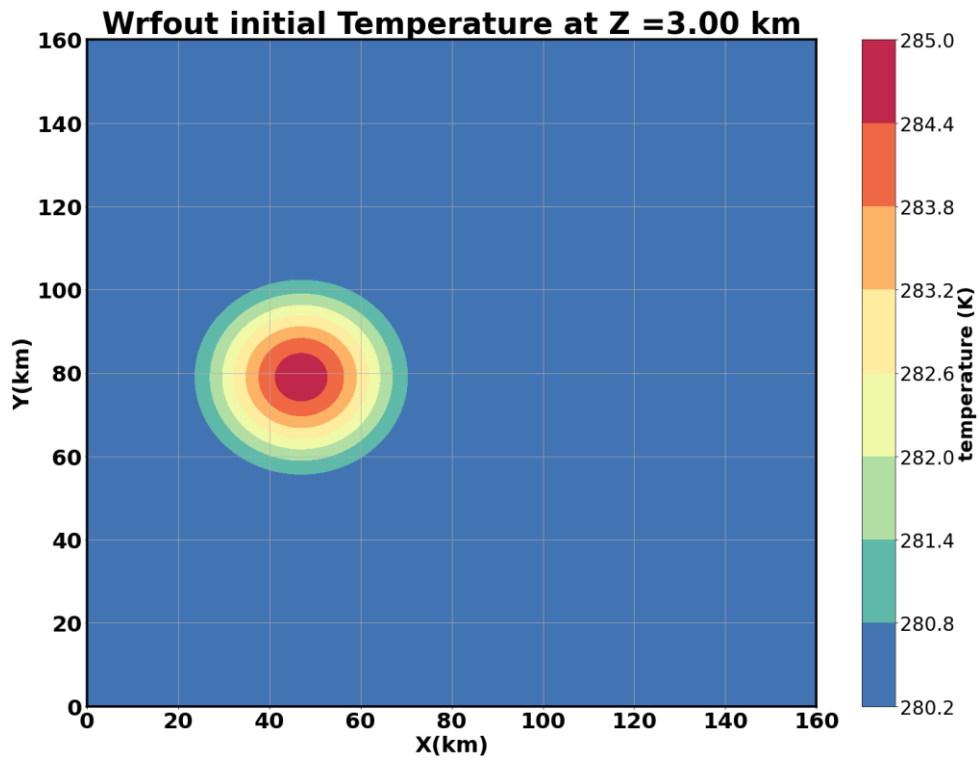


圖 4.2 WRF 模擬 supercell 理想個案時，初始溫度場分佈圖。色階代表溫度場(K)，可以明顯看到初始熱胞擾動位於 domain 中間偏右的位置。

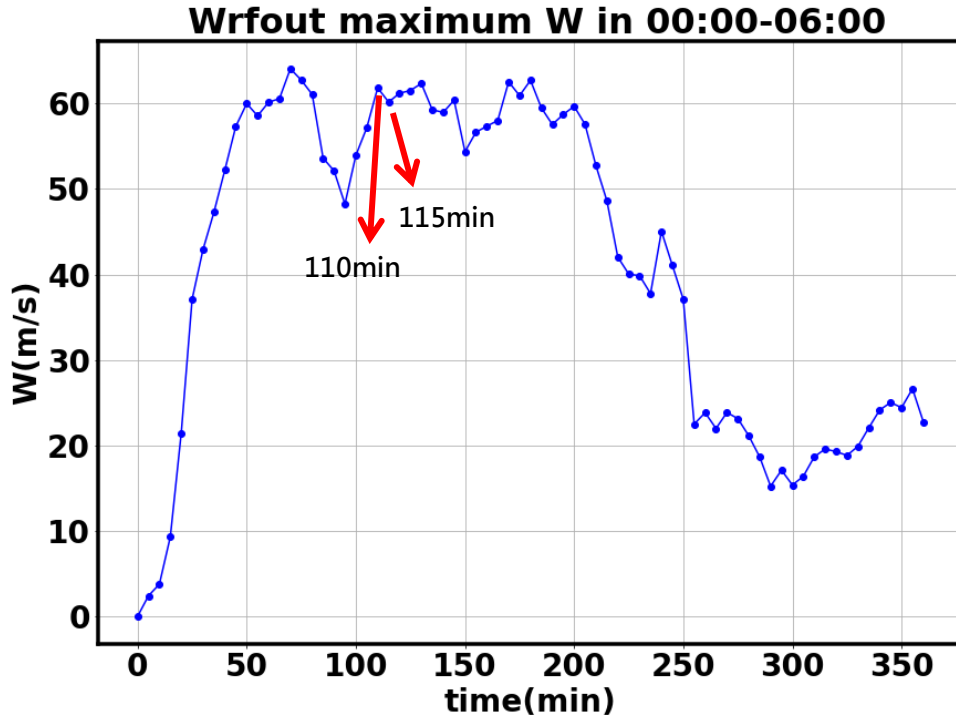


圖 4.3 WRF 模擬 6 小時中，最大垂直速度時序圖。橫軸為時間(min)，縱軸為最大垂直速度量值(ms^{-1})，約在 50 分鐘至 200 分鐘之間垂直速度較無明顯改變，模式穩定。

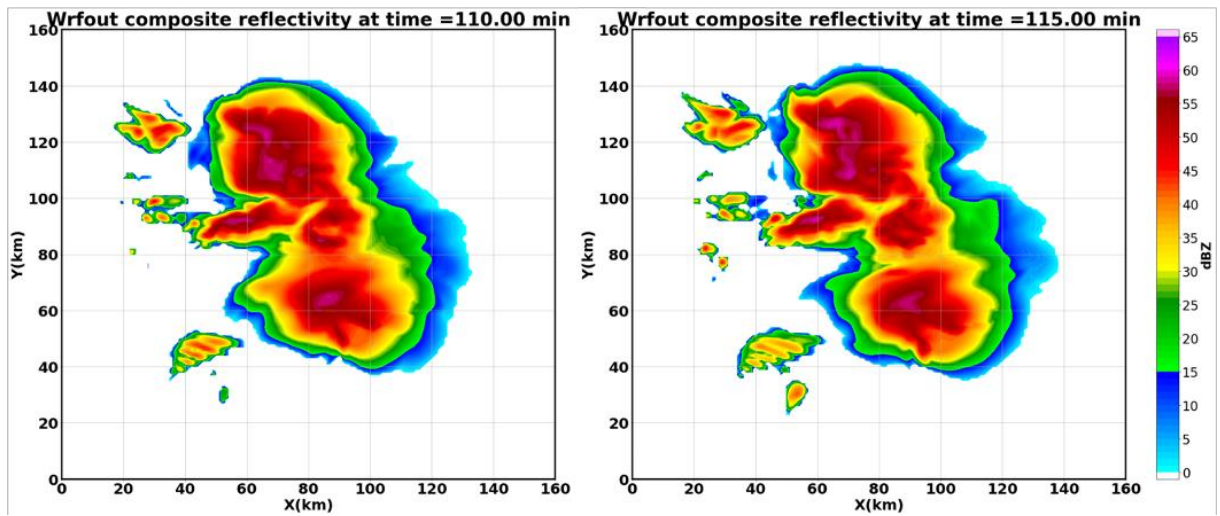


圖 4. 4 WRF 模擬 110 分鐘與 115 分鐘後最大雷達合成回波圖。左圖為模擬 110 分鐘的結果，右圖為 115 分鐘，皆可看出此 supercell 已發展為南北兩個胞的階段。

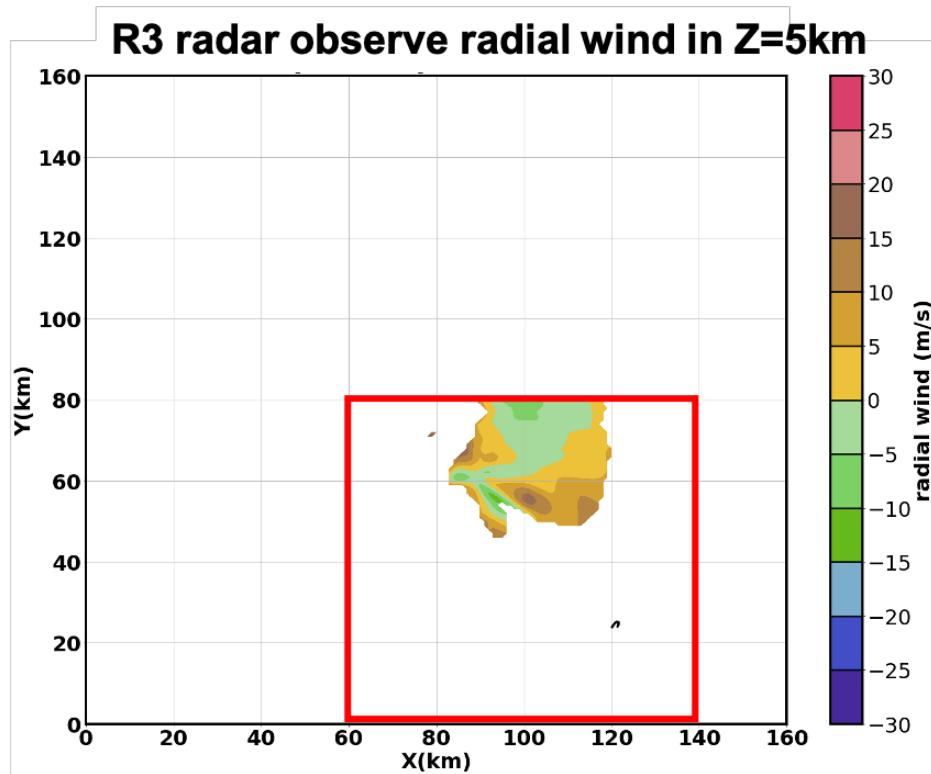


圖 4.5 R3 雷達可觀測範圍區域圖，僅限 5~8 公里紅色框框內且雷達回波強度大於 10dBZ 區域。此圖色階呈現了 5 公里高 R3 雷達可觀測到的徑向風訊號。

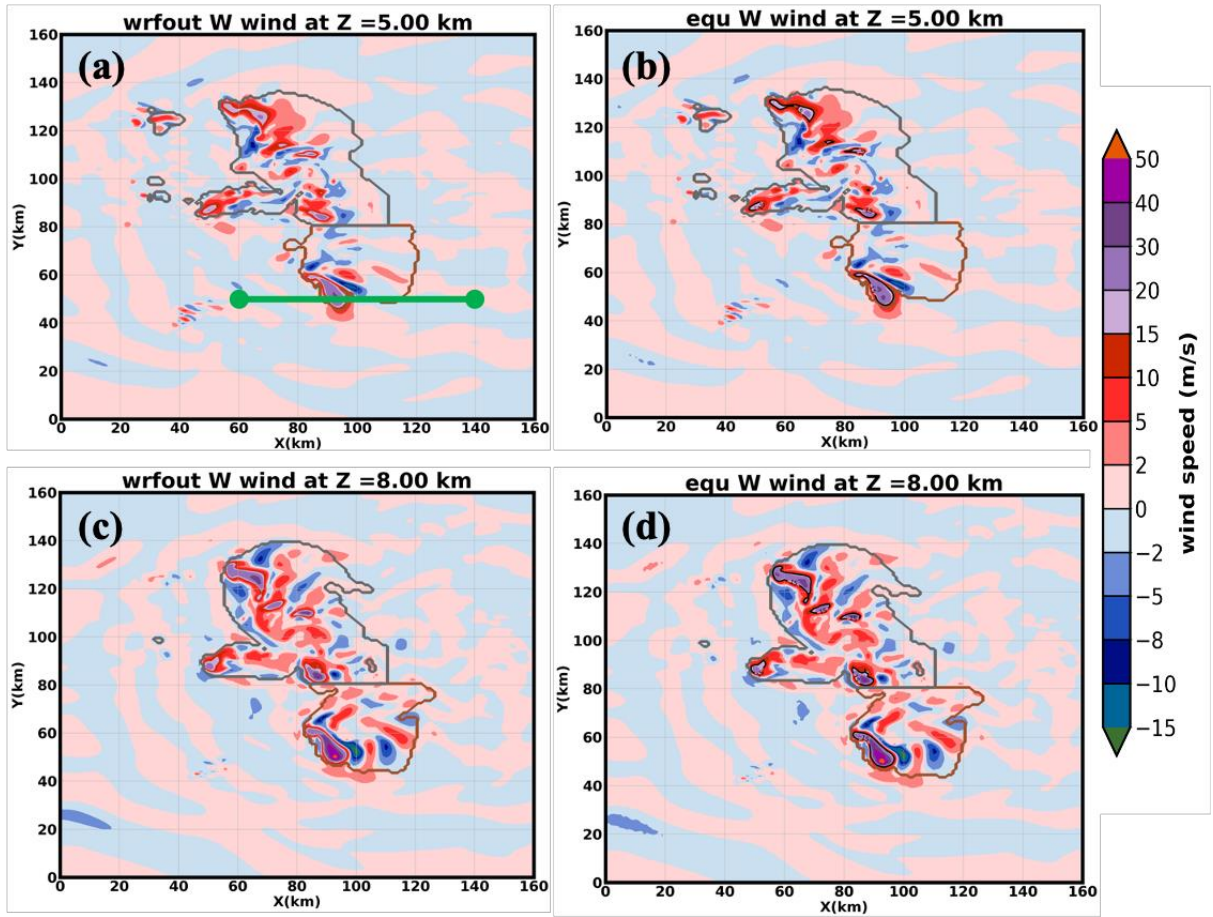


圖 4. 6 直接解三徑向風方程反演的垂直速度和 WRF 模擬的垂直速度(truth)在水平面 5 和 8 公里高度的示意圖。(a)和(c)分別為 Z=5km, 8km WRF 模擬的結果；(b)和(d)分別為 Z=5km, 8km 直接解三徑向風方程的結果。色階分佈代表垂直速度(ms^{-1})。

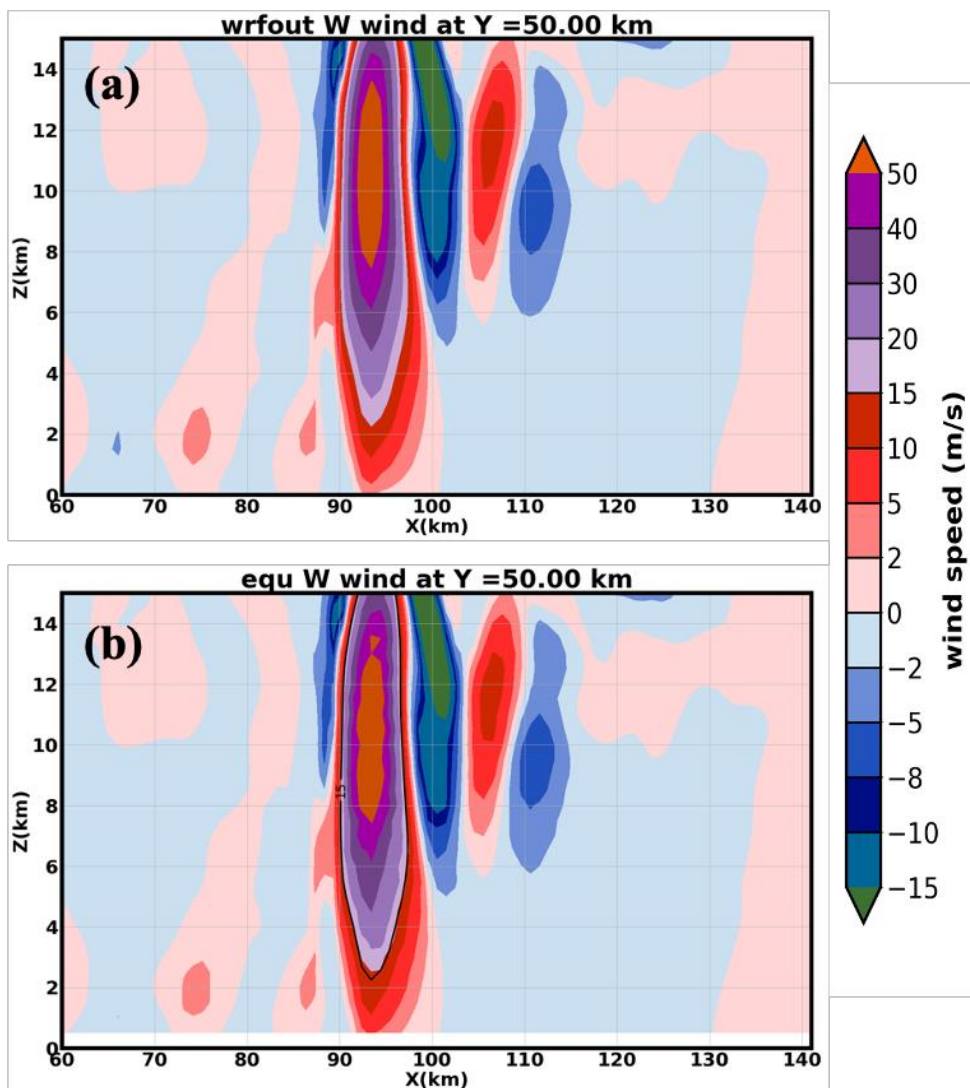


圖 4.7 沿圖 4.6 (a) 中綠線 $Y=50\text{km}$ 的垂直剖面圖。(a) 為 WRF 模擬的結果(視為 truth)；
 (b) 為直接解三徑向風方程的反演結果。色階分佈代表垂直速度分佈(ms^{-1})。

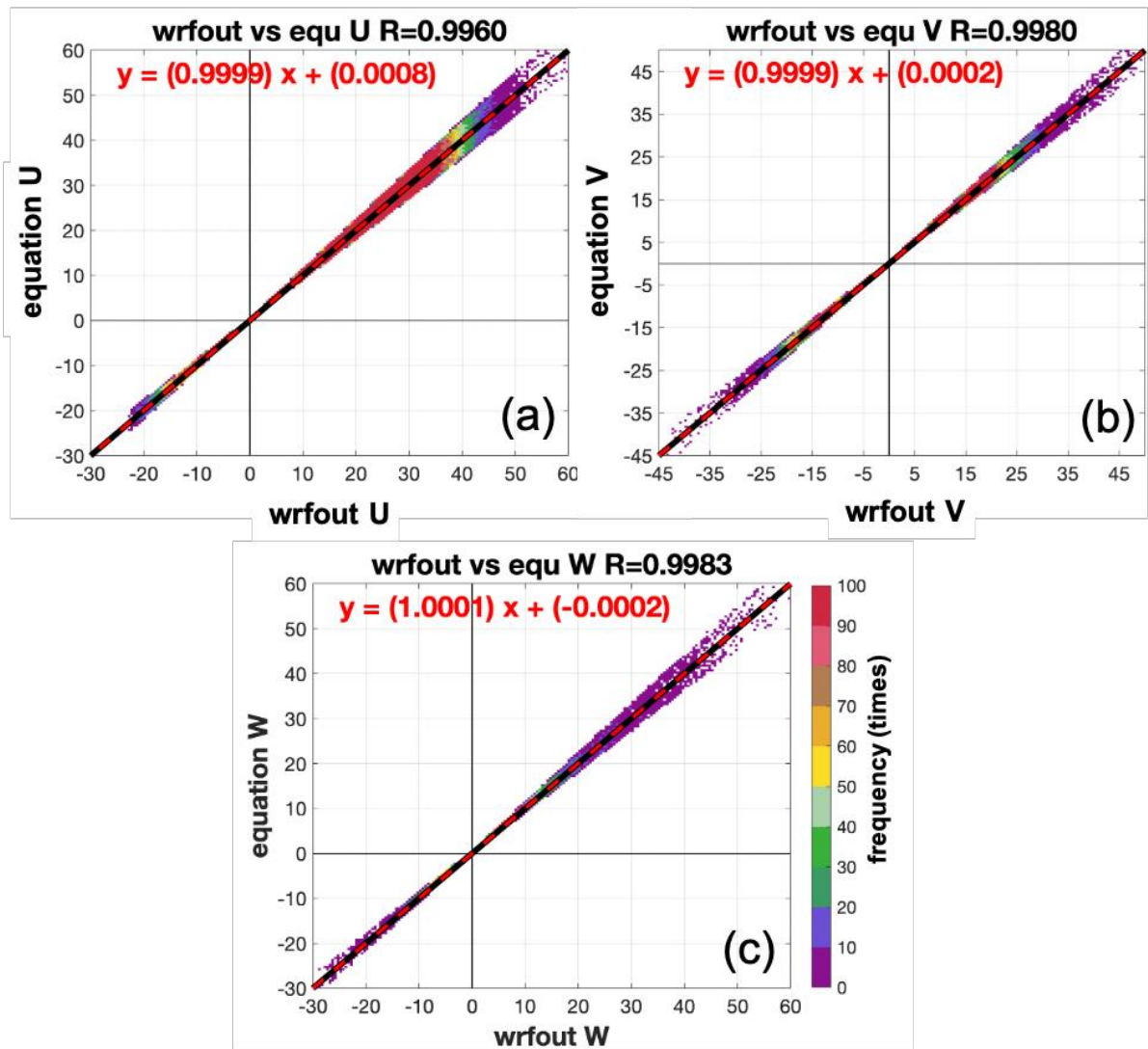


圖 4.8 WRF 模擬和透過三徑向風方程反演的 u, v, w 風場之間的相关性散佈圖。(a)、(b)、(c)分別為 u, v, w 風場，橫軸代表 WRF 模擬的值、縱軸代表方程式反演的值、色階代表出現的次數，紅線代表所有資料點的趨勢線，R 為 WRF 和方程式反演結果的相关性。

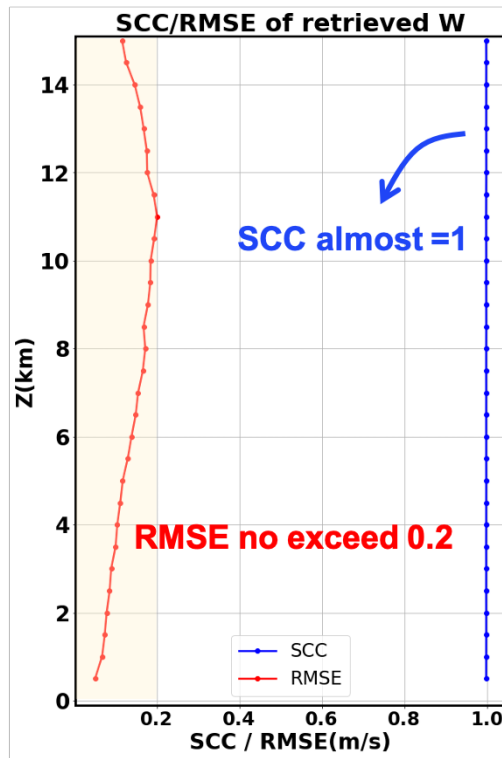


圖 4.9 Ret_equ 反演的垂直速度在各層的 RMSE 和 SCC 定量分數表現。橫軸代表 RMSE 或 SCC 分數；縱軸代表每層的高度，紅色線為 RMSE 的表現；藍色線為 SCC 分數。

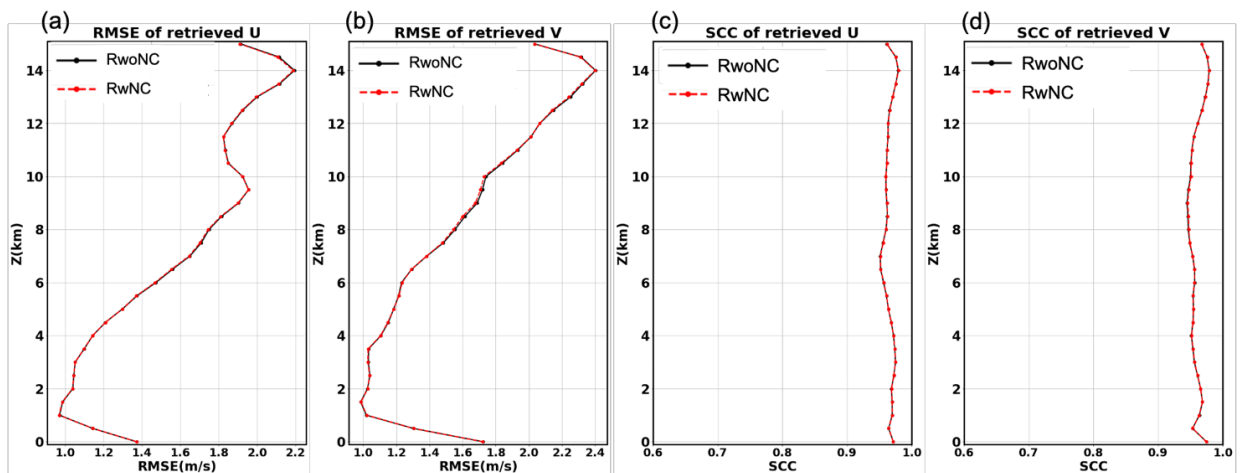


圖 4.10 RwoNC 和 RwNC 反演的 u, v 風場在各層的 RMSE 和 SCC 定量分數表現。(a)、(b)分別為 u, v 風場的 RMSE 表現；(c)、(d)分別為 u, v 風場的 SCC 分數，黑色線為 RwoNC 實驗結果；紅色虛線代表 RwNC 實驗結果，橫軸代表 RMSE / SCC 分數；縱軸代表高度。

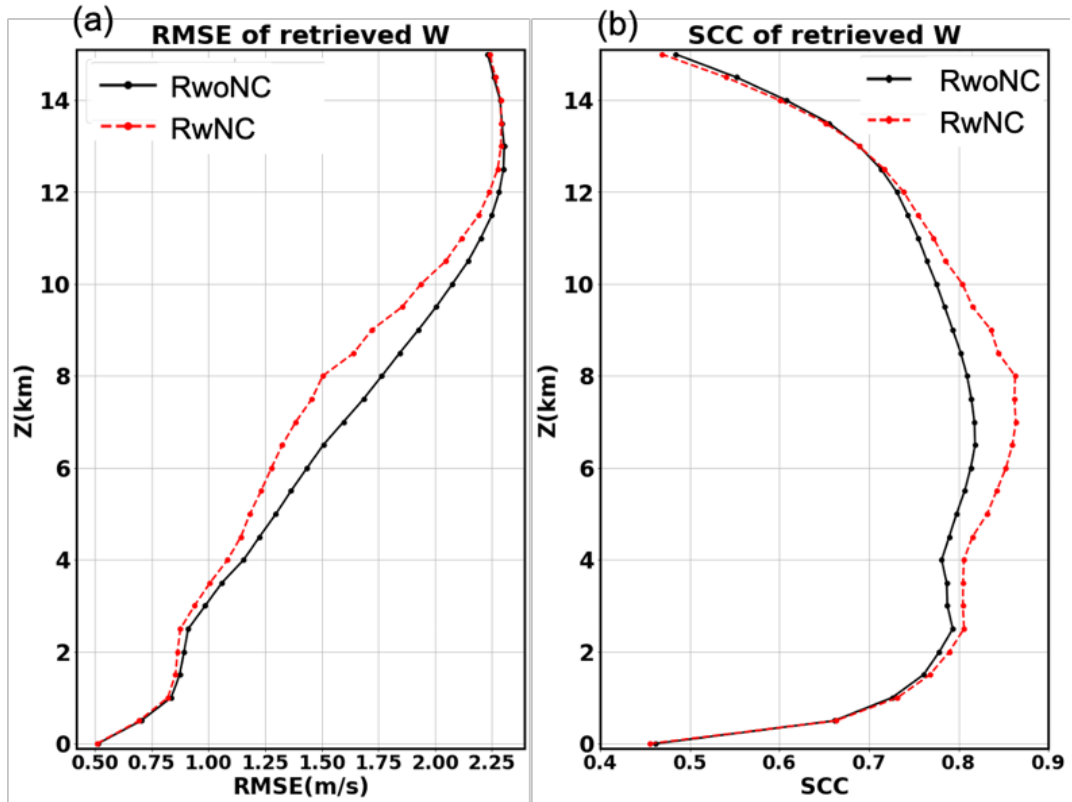


圖 4. 11 RwoNC 和 RwNC 反演的 w 風場在各層的 RMSE 和 SCC 定量分數表現。(a)為 w 風場的 RMSE 表現；(b)為 w 風場的 SCC 分數；黑色線為 RwoNC 實驗結果；紅色虛線代表 RwNC 實驗結果，橫軸代表 RMSE / SCC 分數；縱軸代表高度。

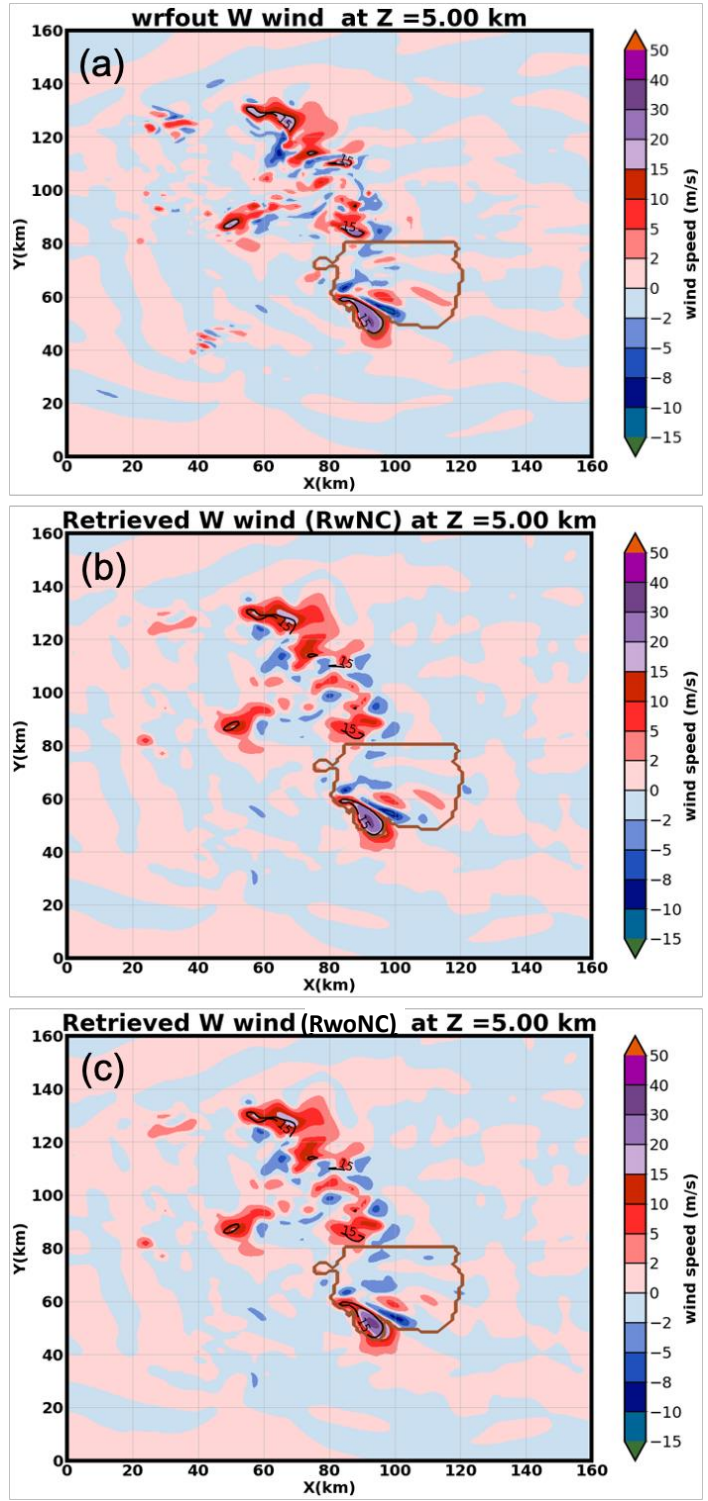


圖 4. 12 RwNC、RwoNC 和 Truth 值的垂直速度在高度 5 公里的水平面分佈圖。(a)為 Truth 值；(b)為 RwNC 的反演結果；(c)為 RwoNC 的反演結果。色階代表垂直速度 (ms^{-1})；棕色線匡起來的區域代表在 RwNC & RwoNC 實驗中有三座雷達覆蓋；黑色實線匡的範圍代表垂直速度 Truth 值= 15ms^{-1} 的位置。

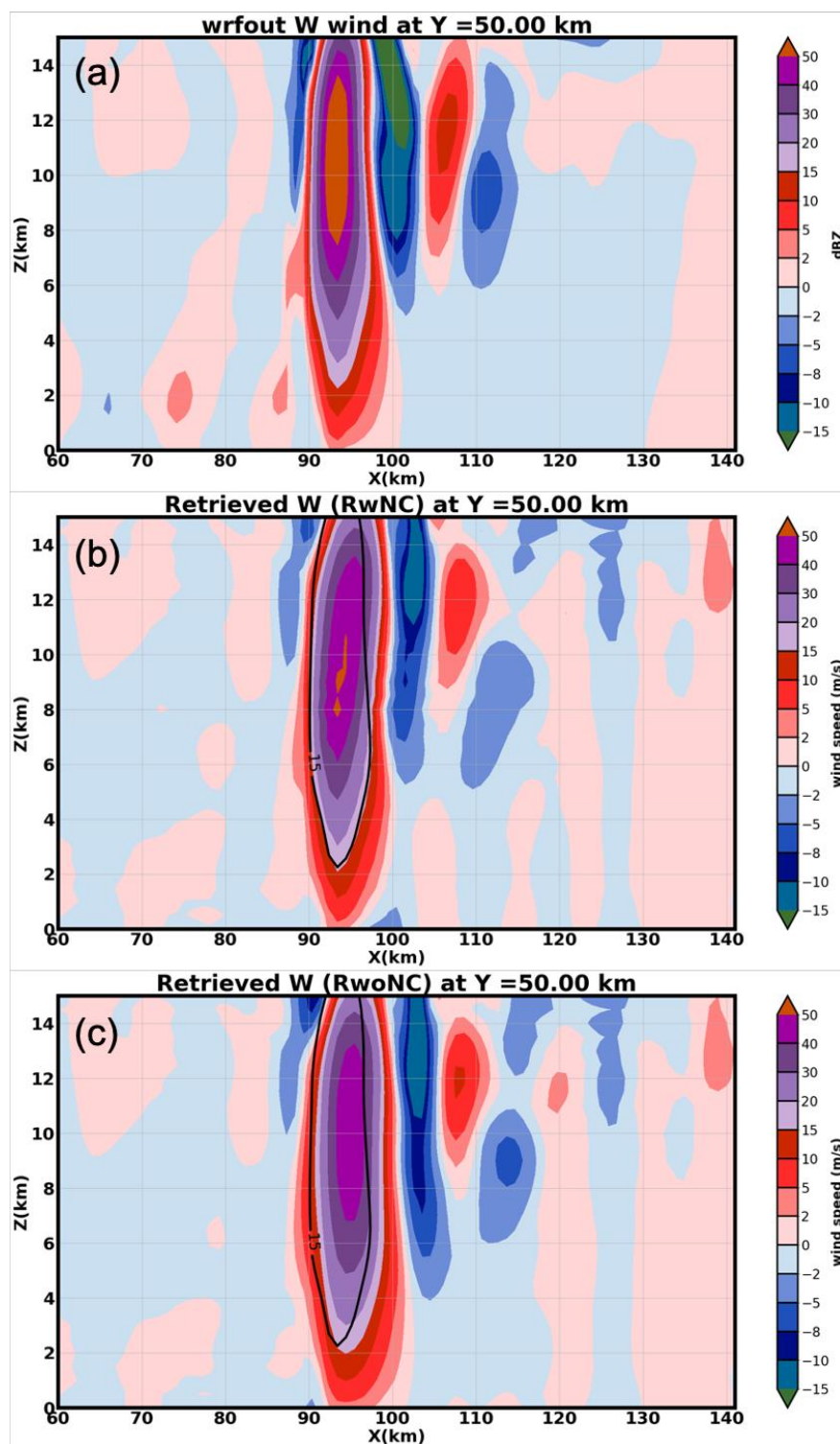


圖 4.13 RwNC、RwoNC 和 Truth 值的垂直速度沿 $Y=50\text{km}$ 垂直剖面分佈圖。(a) 為 Truth 值；(b) 為 RwNC 的反演結果；(c) 為 RwoNC 的反演結果。色階代表垂直速度 (ms^{-1})；黑色實線匡的範圍代表垂直速度 Truth 值 $=15\text{ms}^{-1}$ 的位置。

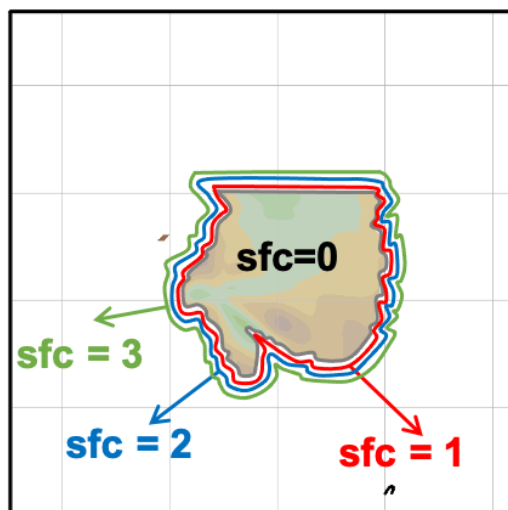


圖 4.14 定義 SFC number 示意圖。色階代表有三座雷達覆蓋區域，SFC number = 0；紅色線代表沿色階區域往外一層的網格點，SFC number = 1；藍色線表示 SFC number = 2 的區域；綠色線則是 SFC number = 3。

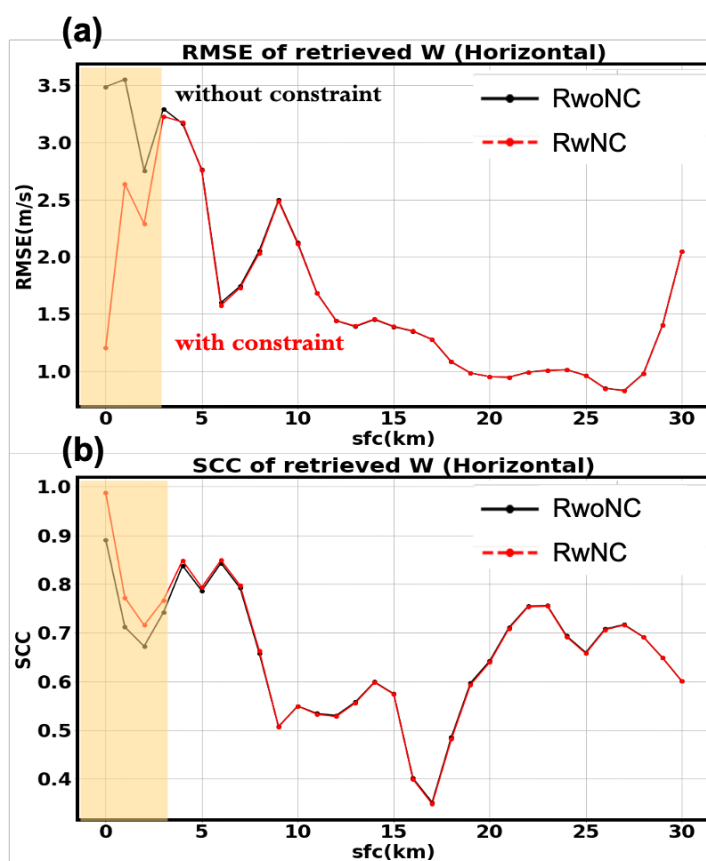


圖 4.15 利用 SFC number 檢驗三雷達覆蓋區域水平往外影響的效果。(a)為透過 RMSE 校驗；(b)為透過 SCC 分數校驗。橫軸為 SFC number (單位：公里)，代表可影響距離；縱軸分別代表 RMSE 和 SCC 分數；紅線為 RwnC；黑線為 RwoNC。

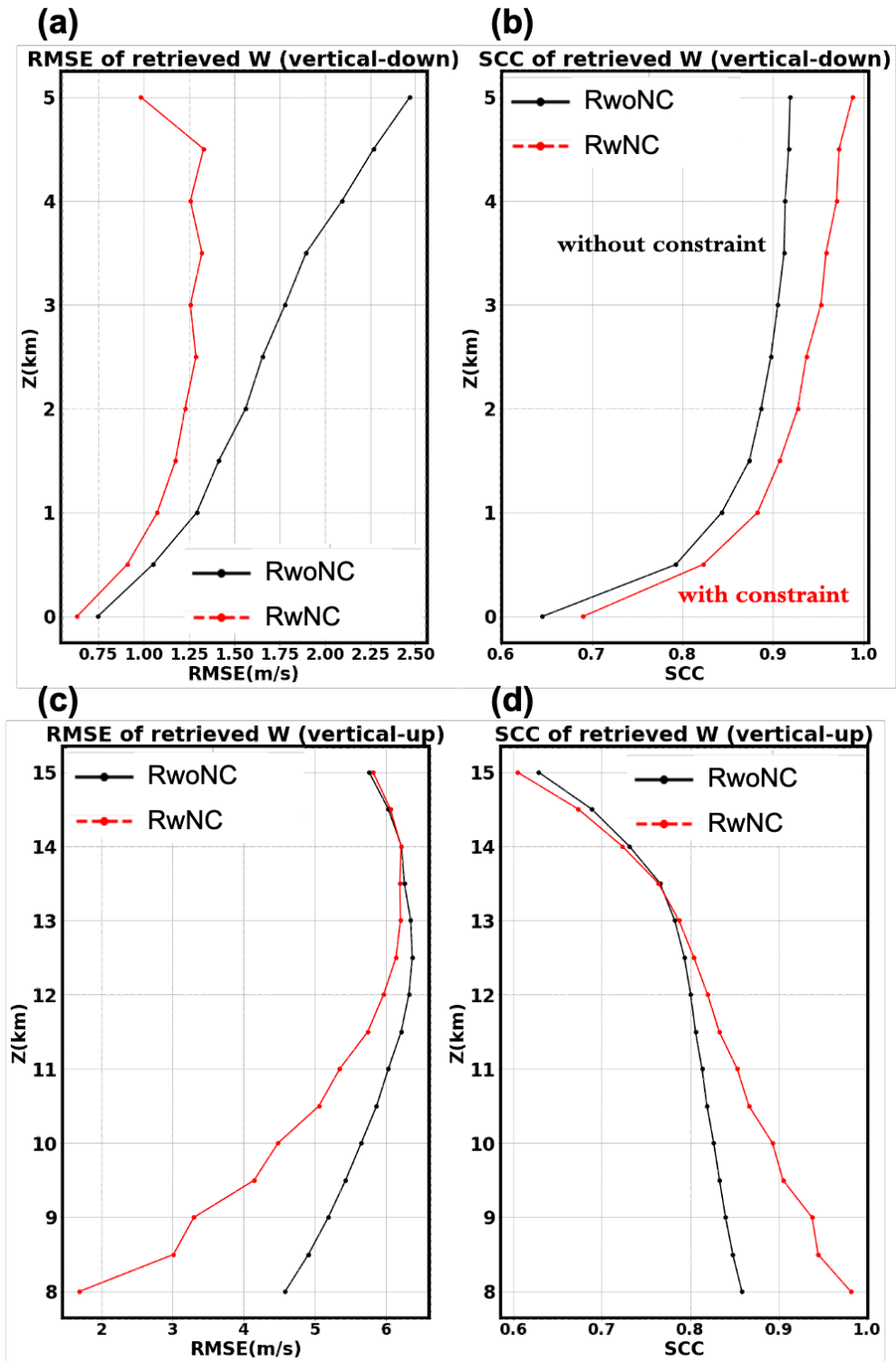


圖 4.16 利用 SFC number 檢驗三雷達覆蓋區域垂直往上或往下影響的效果。(a)(b)分別為 RMSE 和 SCC 垂直往下的校驗結果；(c)(d)分別為 RMSE 和 SCC 垂直往上的校驗結果。橫軸代表 RMSE/SCC 分數；縱軸為垂直可影響距離(單位：公里)；紅線為 RwNC；黑線為 RwoNC。

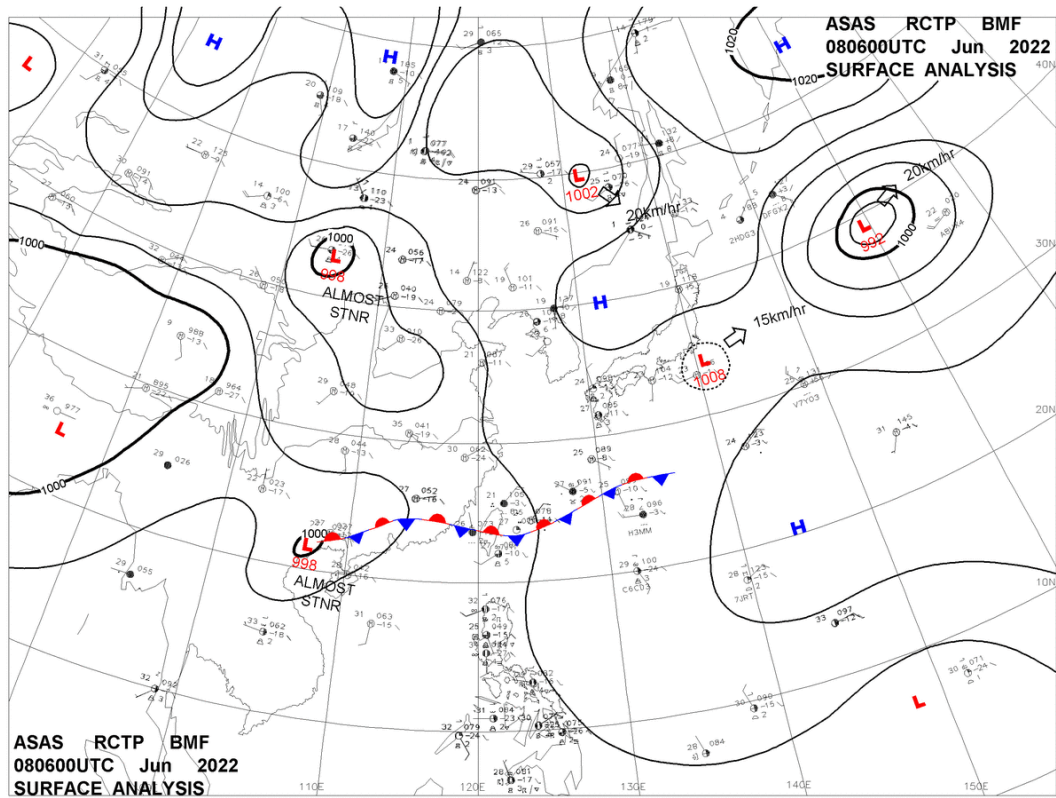


圖 5.1 2022 年 06 月 08 日 0600UTC 之地面天氣圖。台灣上空有一條滯留鋒面滯留。

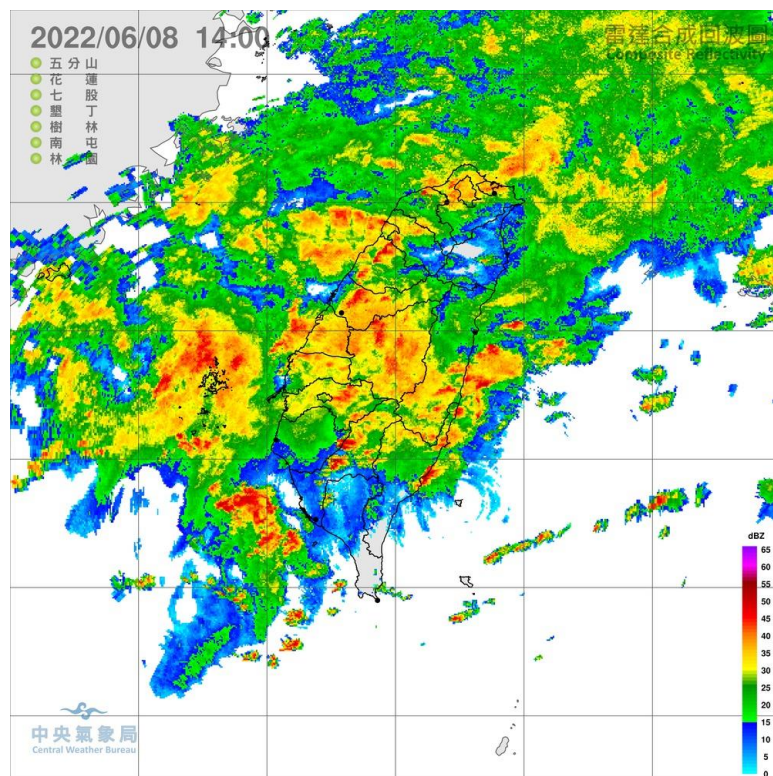


圖 5.2 氣象署 2022 年 06 月 08 日 0600UTC 之最大雷達合成回波圖。色皆為回波強度 (單位：dBZ)。

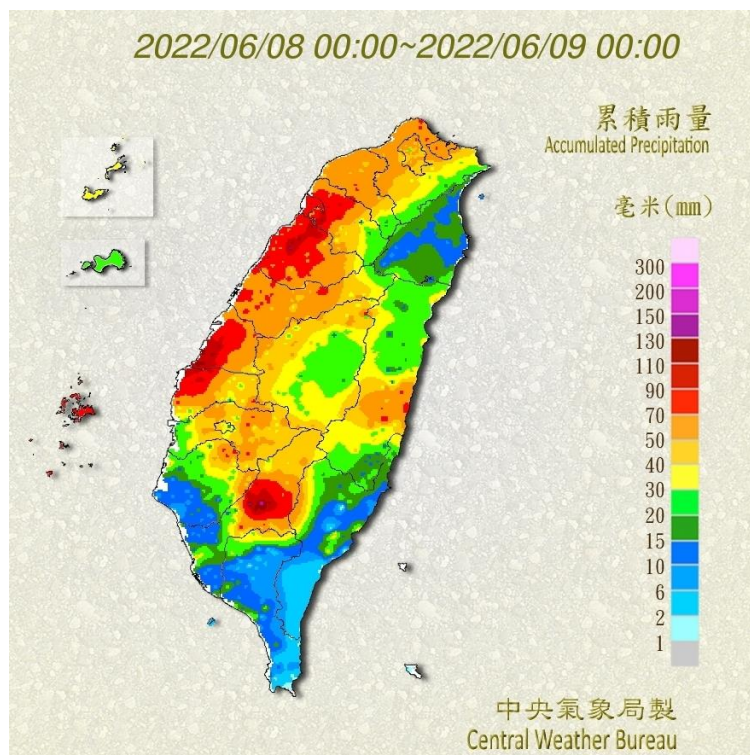


圖 5.3 2022 年 06 月 08 日之日累積雨量圖。色皆為累積雨量（單位：mm）。

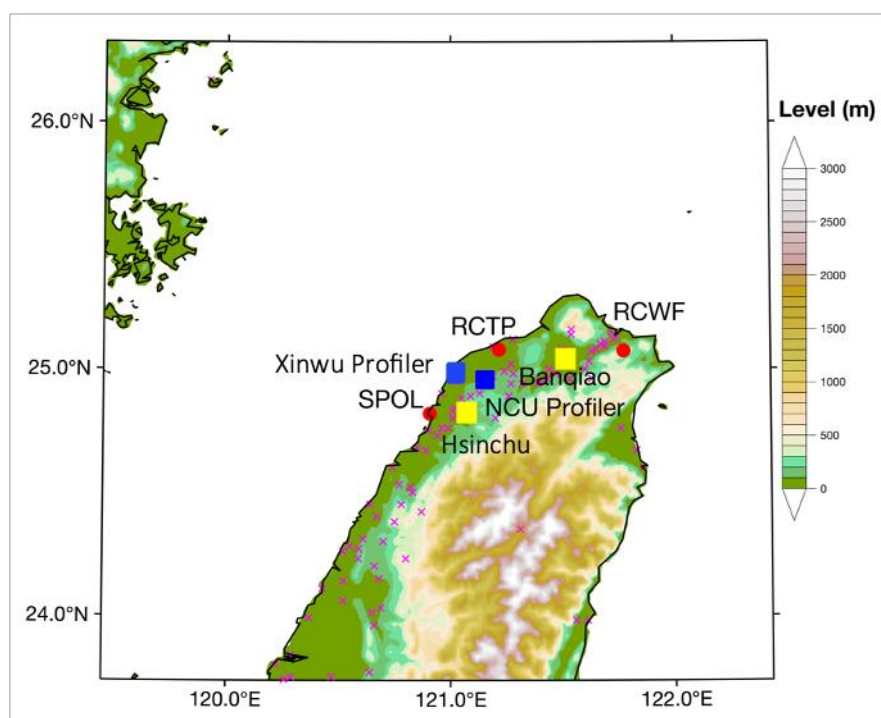


圖 5.4 進行 TAHOPE IOP #3 個案風場反演所使用的資料和反演範圍配置圖。黑色方框代表進行反演的 domain，紅色圈代表用於反演的雷達資料位置，藍色方框代表剖面儀的位置，黃色方框代表探空的位置。

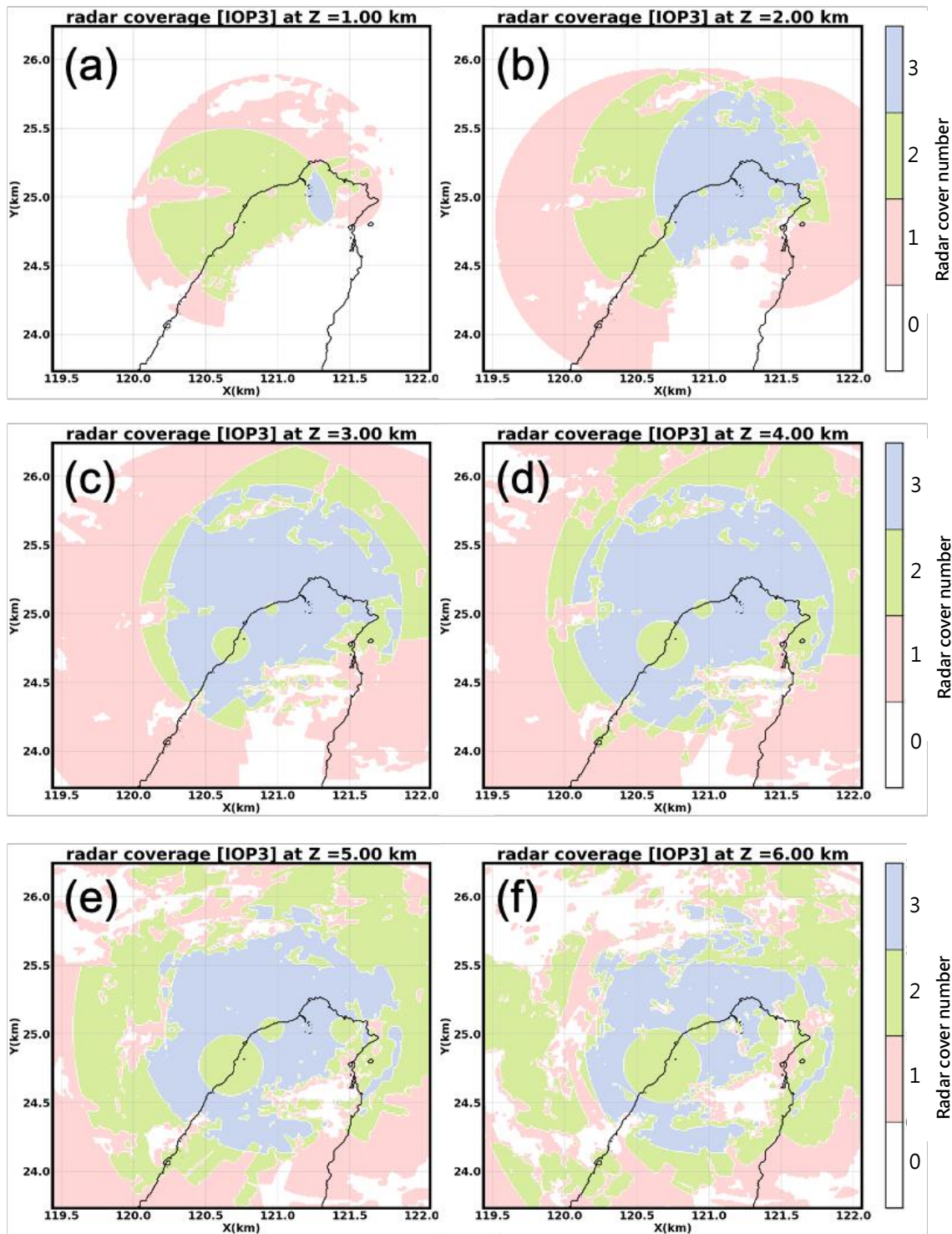


圖 5.5 WISSDOM 進行 2022 年 06 月 08 日 06UTC 風場合成時，RCWF、RCTP 和 SPOL 雷達在反演範圍中的雷達覆蓋量。(a)至(f)分別代表高度在 1 公里至 6 公里的覆蓋量，色階代表有幾座雷達覆蓋：粉色代表 1 座、綠色代表 2 座、藍色代表 3 座。

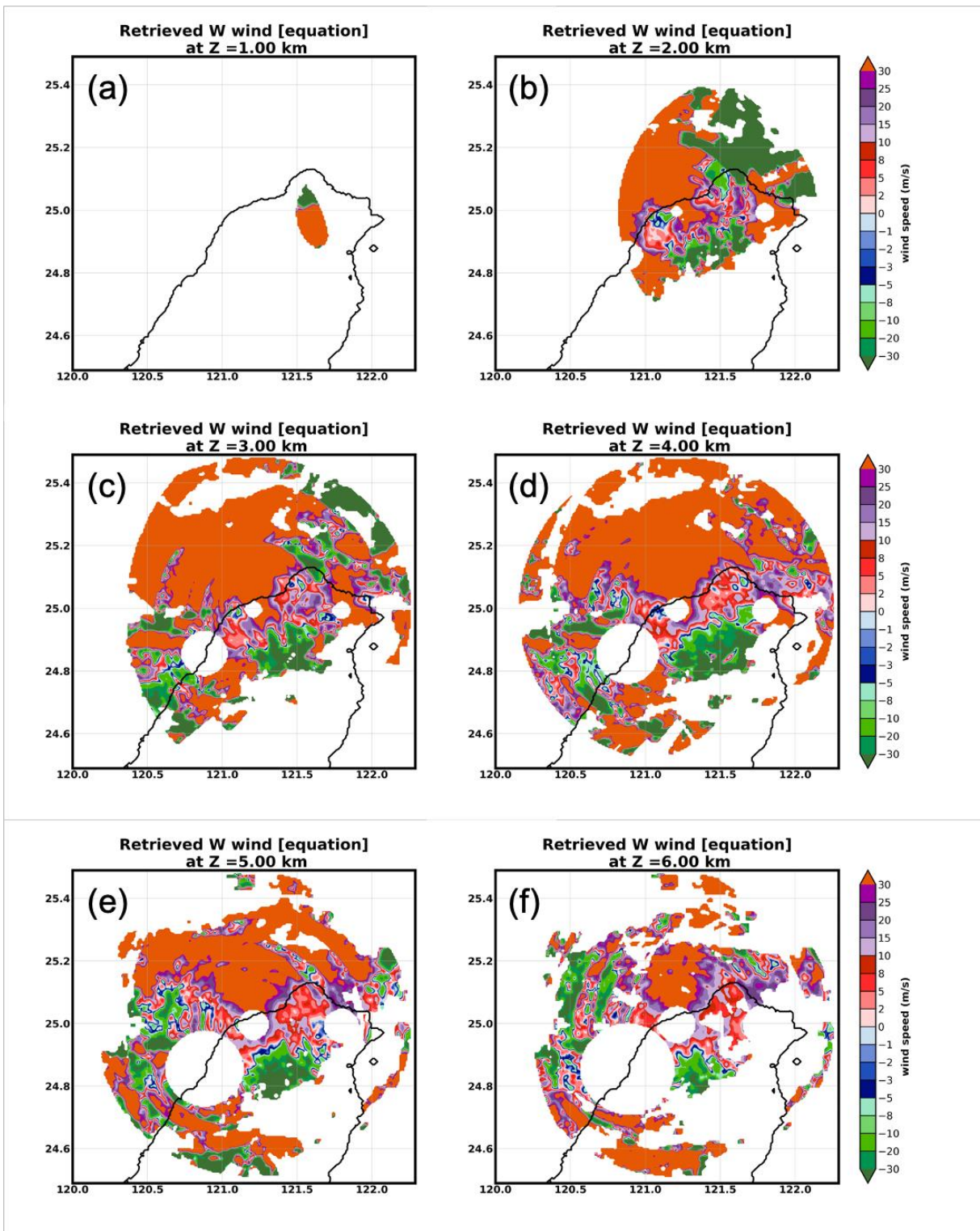


圖 5.6 將 RCWF、RCTP、SPOL 雷達資料直接解聯立方程獲得的 w 風場。(a)至(f)分別代表高度在 1 公里至 6 公里的 w 風場分佈，色階代表垂直速度(ms^{-1})。

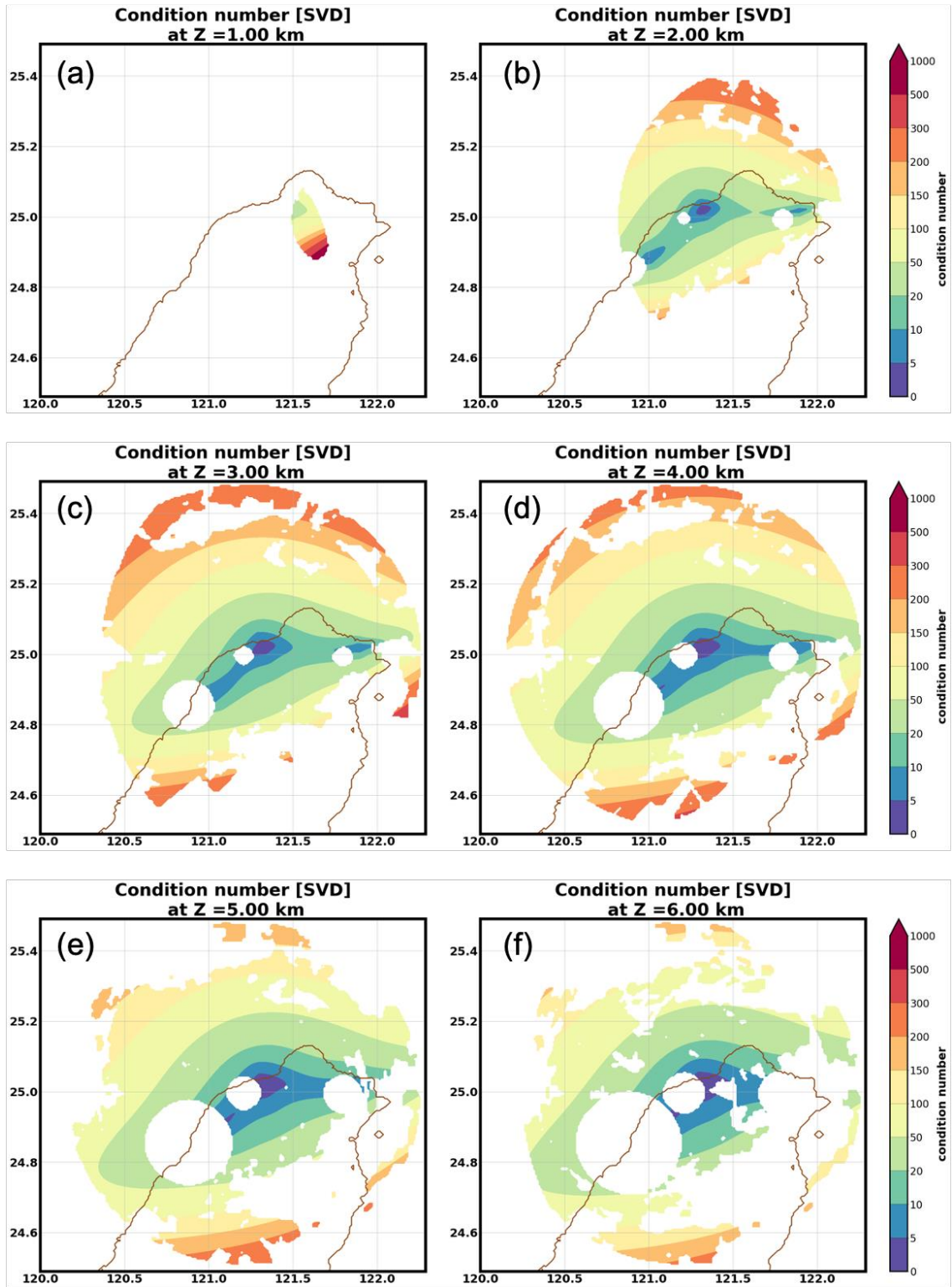


圖 5.7 雷達位置和每個網格點間的幾何關係矩陣之條件數空間分佈圖。(a)至(f)分別代表高度在 1 公里至 6 公里的條件數分佈，色階代表條件數大小。

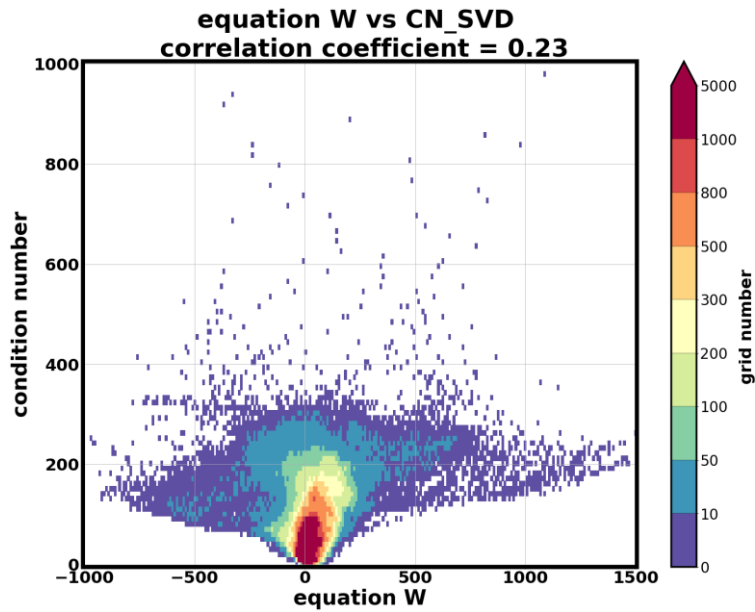


圖 5.8 聯立方程組解的 w 風場對應到每個網格點和雷達位置之 3×3 幾何矩陣的條件數數值的相關散佈圖。X 軸為 w 風場 (單位: ms^{-1})，Y 軸為條件數量值，色階則表示在該網格點中出現的機率次數。

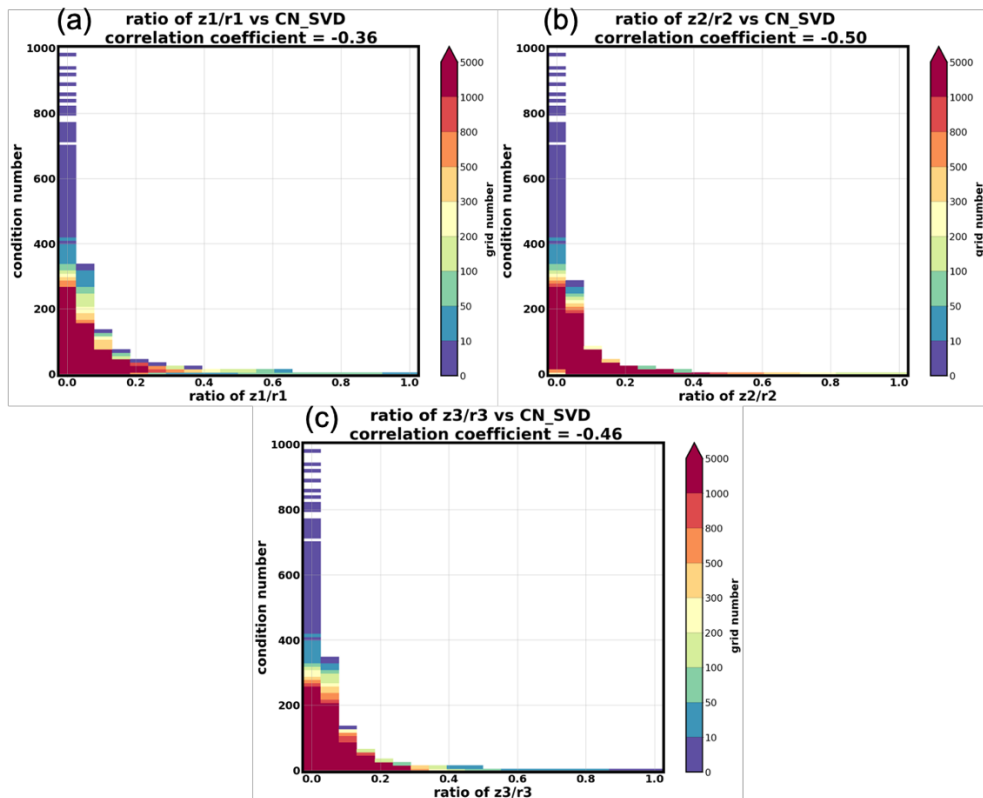


圖 5.9 每個網格點和雷達位置之 3×3 幾何矩陣的條件數和矩陣中 z/r 分量的相關性散佈圖。(a)、(b)、(c)分別為與 z_1/r_1 、 z_2/r_2 、 z_3/r_3 分量的散佈圖。X 軸代表 z/r 分量，Y 軸為條件數量值，色階則表示在該網格點中出現的機率次數。

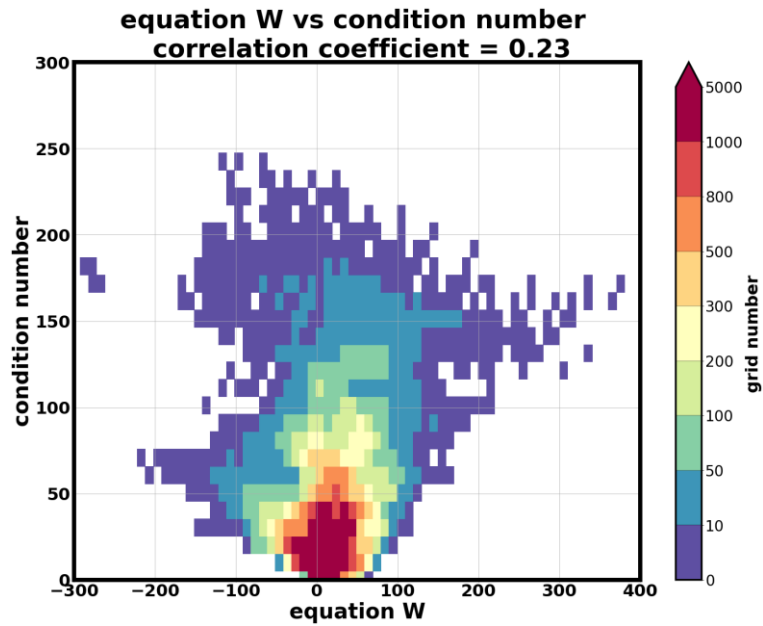


圖 5.10 根據條件數濾除掉異常值後，所剩 w 風場所對應到條件數的關係散佈圖。X 軸為聯立方程所解出 w 風場(ms^{-1})，Y 軸為條件數量值，色階則代表在該網格點中出現的機率次數。

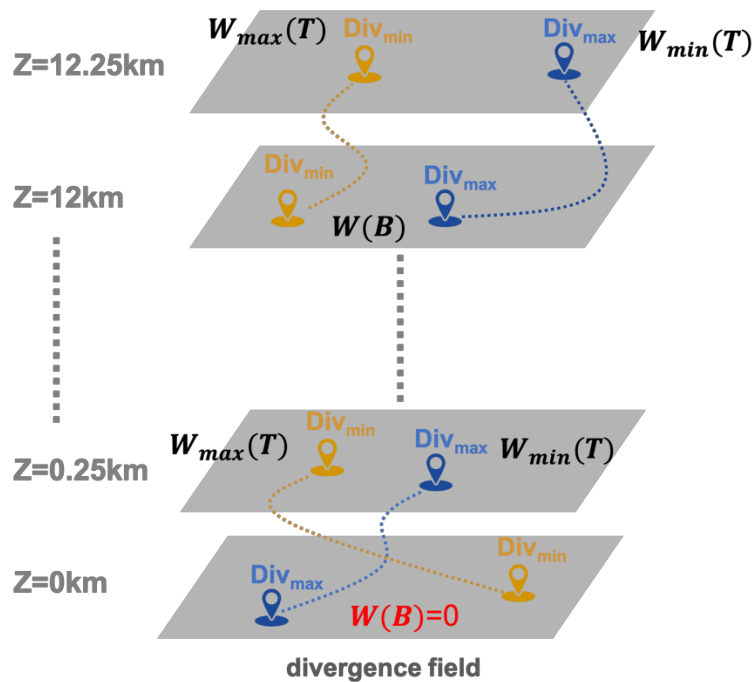


圖 5.11 垂直積分上下兩層輻散場解垂直風場的示意圖，垂直積分過程中輻散場的最大值和最小值位置並非固定。W(T)和 W(B)代表相對上層和下層的垂直速度，積分過程中第一層的 W(B)會假設為 0。

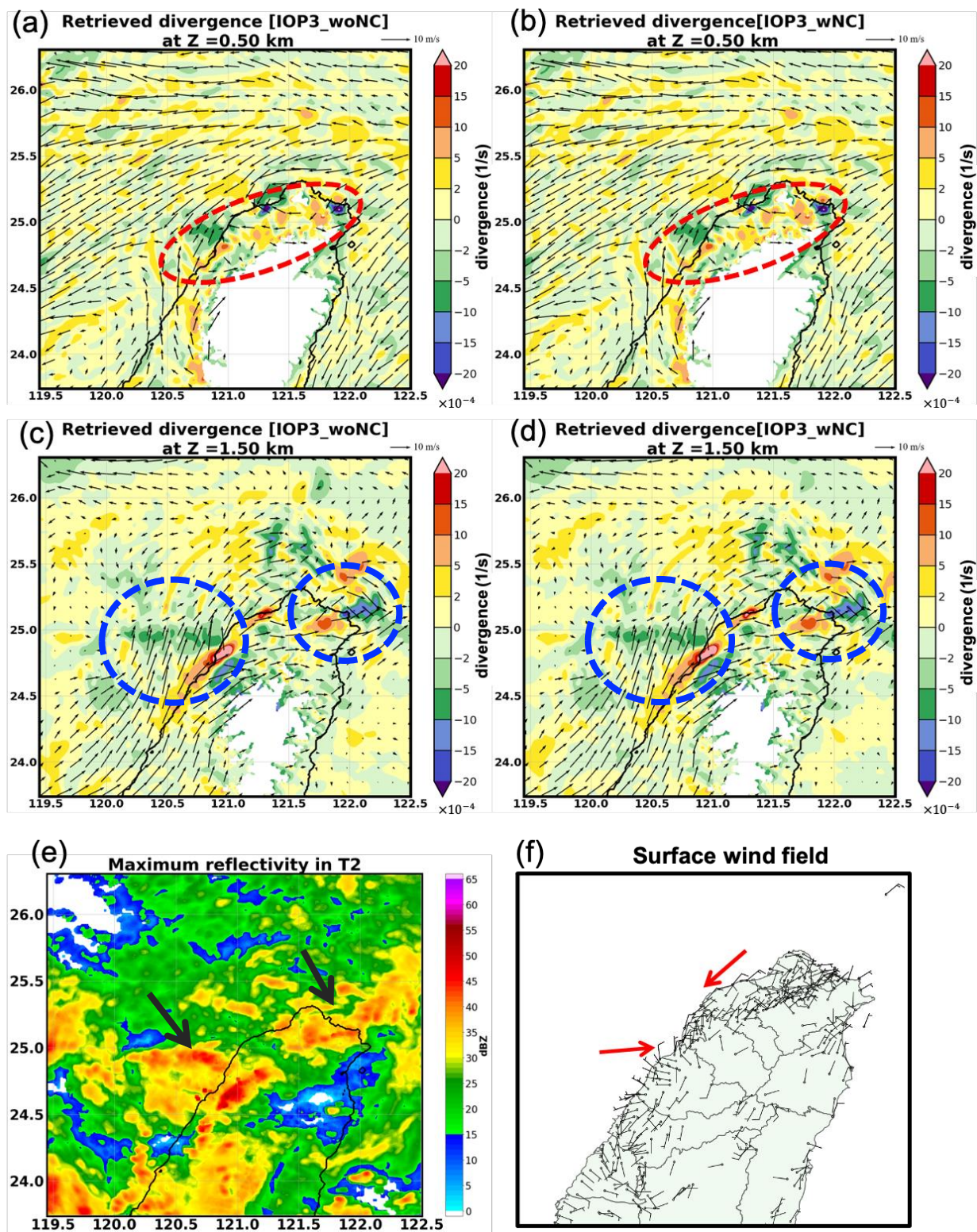


圖 5. 12 (a)-(d)為實驗 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 反演的水平風與輻合輻散場分佈圖，(a)(c)分別為高度在 0.5 及 1.5 公里中 IOP3_woNC 的反演結果，(b)(d) 分別為高度在 0.5 及 1.5 公里中 IOP3_wNC 的反演結果，色階代表輻合輻散場，箭頭代表風場；(e)為最大雷達合成回波圖；(f)為地面測站所觀測的風場結果。(來源:NCDR)

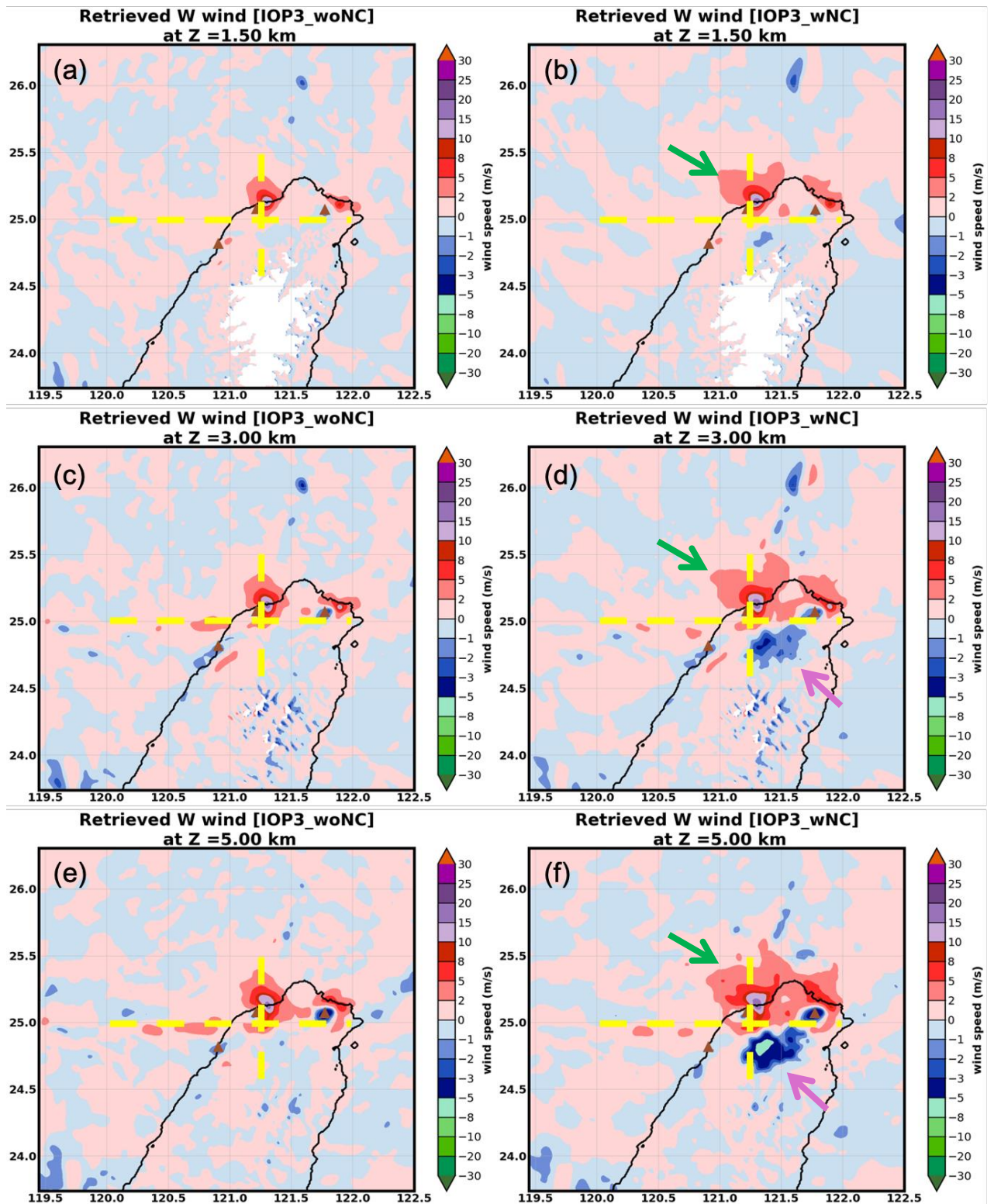


圖 5.13 實驗 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 反演的垂直風場分佈圖。(a)(c)(e)分別為高度在 1.5、3、5 公里中 IOP3_woNC 的反演結果，(b)(d)(f)分別為高度在 1.5、3、5 公里中 IOP3_wNC 的反演結果，色階代表垂直速度分佈(ms^{-1})，黃色虛線為圖 5.14、圖 5.15 的剖線位置。

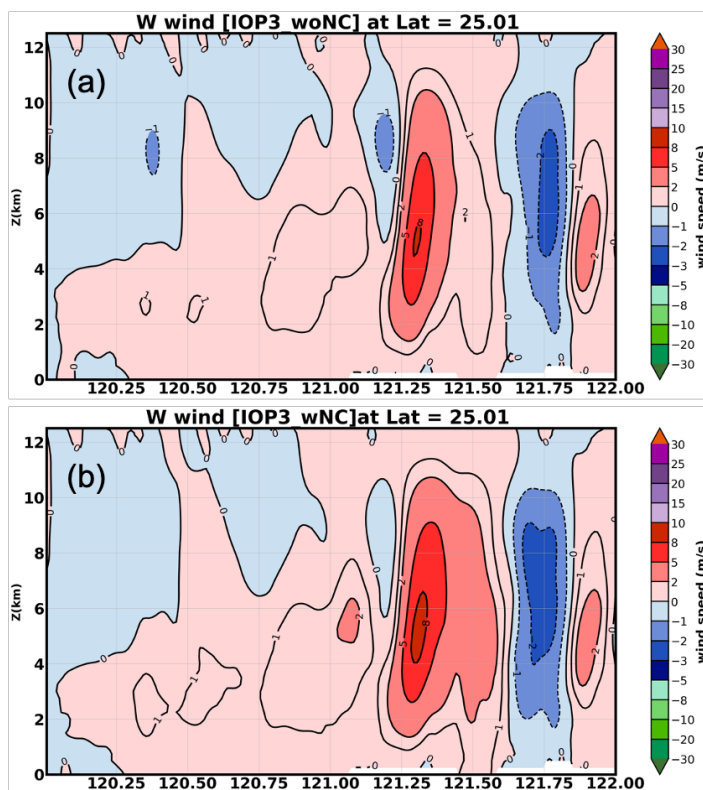


圖 5.14 沿圖 5.13 中 lat=25.01°垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表垂直速度(ms^{-1})。

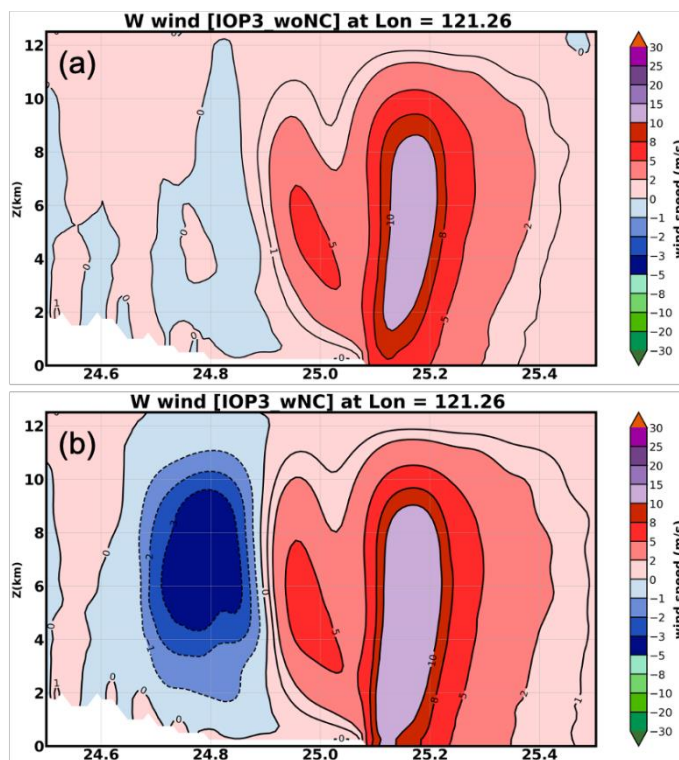


圖 5.15 沿圖 5.13 中 lon=121.26°的垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表垂直速度(ms^{-1})。

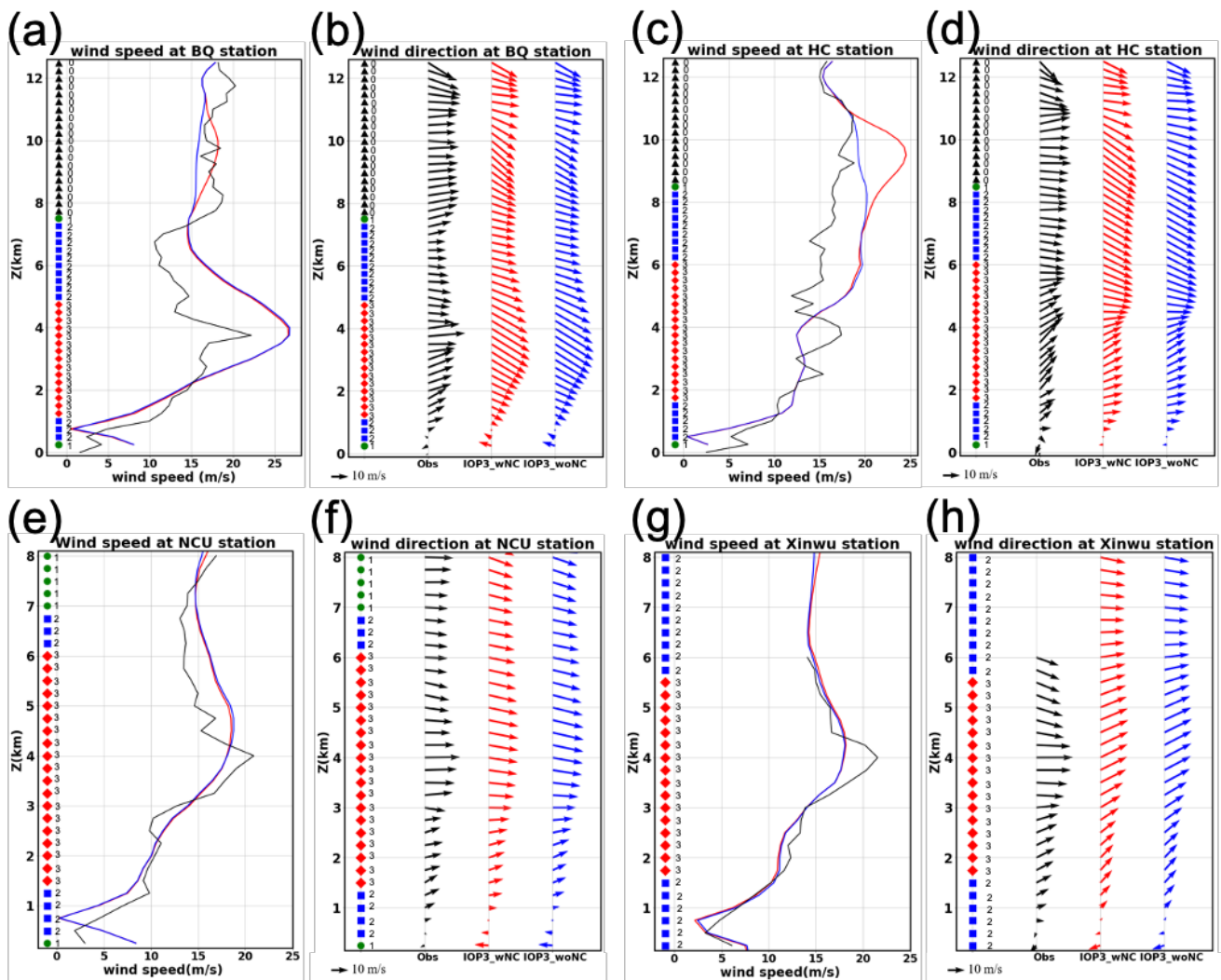


圖 5.16 (a)(c)(e)(g)為水平風速隨高度變化圖、(b)(d)(f)(h)為風向隨高度變化圖。(a)(b)為板橋探空站驗證結果；(c)(d)為新竹加放探空的結果；(e)(f)則為放置於中大測站的剖風儀驗證結果；(g)(h)則為放置新屋測站的剖風儀驗證結果。圖中黑色代表觀測結果，紅色為 IOP3_wNC 實驗反演結果，藍色為 IOP3_woNC 實驗反演結果，圖中左側的幾何圖形代表同時有幾座雷達覆蓋：黑色三角形代表 0 座、綠色圓形代表 1 座、藍色正方形代表 2 座、紅色菱形代表 3 座。

equation W cover after filter criteria
at Z = 5.00km

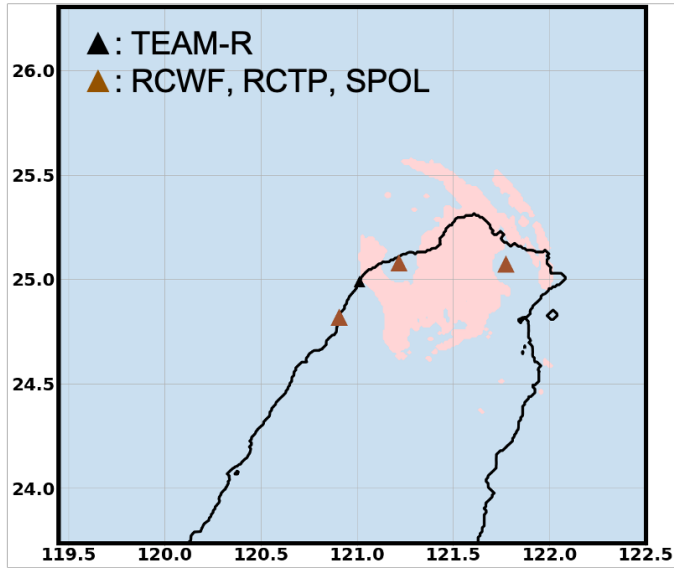


圖 5.17 可進行新價值函數約束的網格點分佈和 TEAM-R 位置圖。圖中色階代表是否可滿足新價值函數約束，粉色為可滿足的網格點，藍色則為不滿足的網格點；黑色三角形為 TEAM-R 的位置；棕色三角形分別為 RCWF、RCTP、SPOL 雷達的位置。

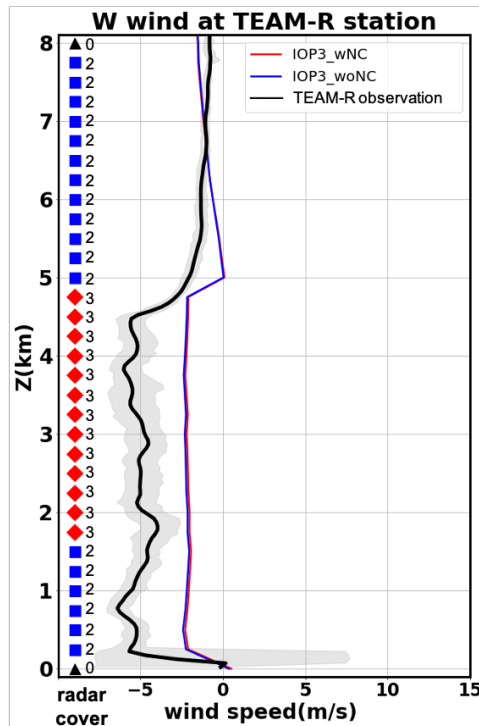


圖 5.18 垂直風場隨高度變化圖。黑色線代表 TEAM-R 觀測結果，紅色為 IOP3_wNC 實驗反演結果，藍色則為 IOP3_woNC 實驗反演結果。圖中左側的幾何圖形代表同時有幾座雷達覆蓋。

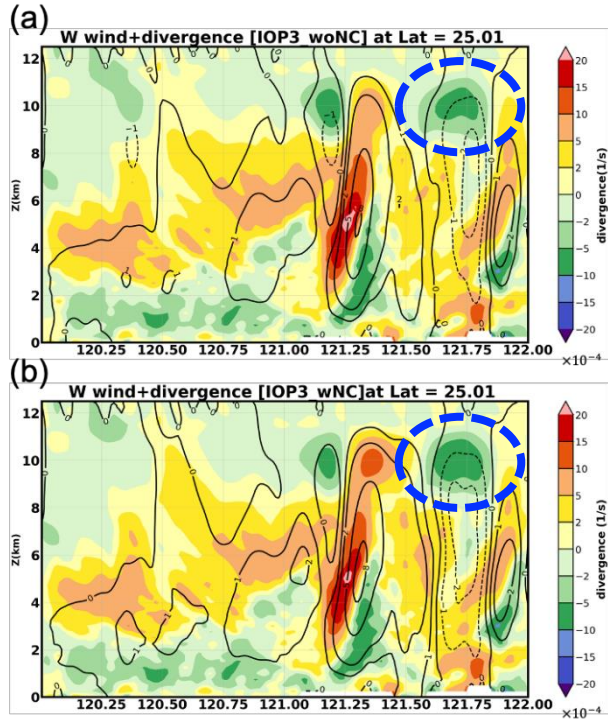


圖 5.19 垂直速度和輻合輻散場沿圖 5.13 中 $\text{lat}=25.01^\circ$ 垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表輻散場(s^{-1})，輪廓代表垂直風場(ms^{-1})。

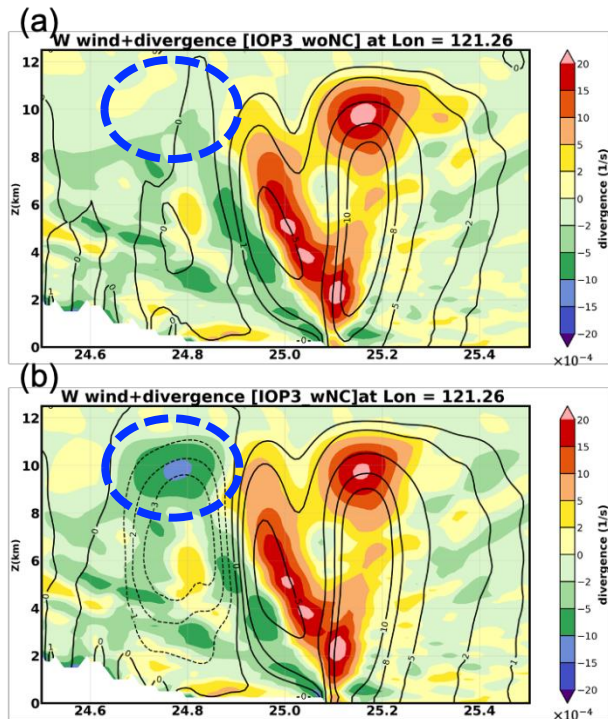


圖 5.20 垂直速度和輻合輻散場沿圖 5.13 中 $\text{lon}=121.26^\circ$ 垂直剖面圖。(a)為 IOP3_woNC 結果，(b)為 IOP3_wNC 結果，色階代表輻散場(s^{-1})，輪廓代表垂直風場(ms^{-1})。

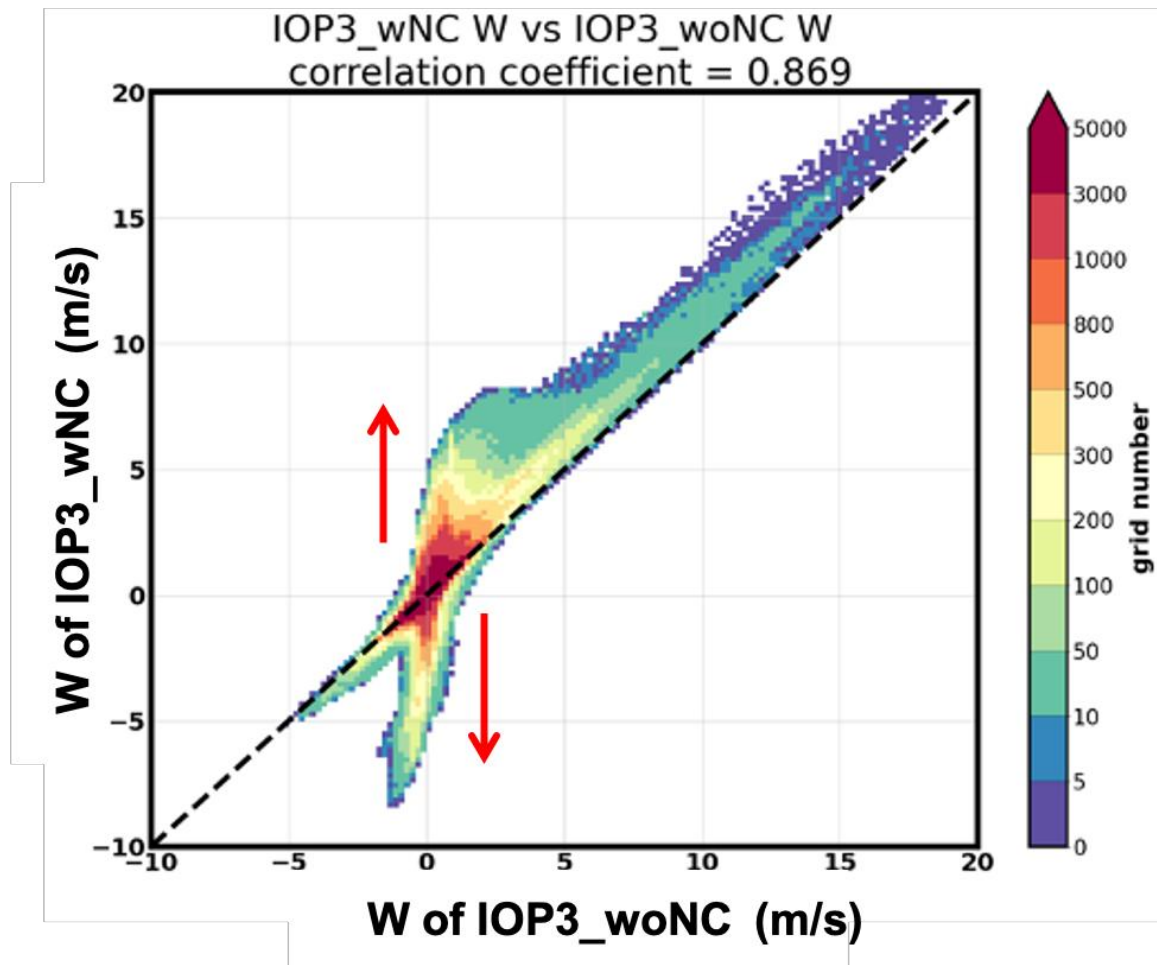


圖 5.21 實驗 IOP3_wNC 和 IOP3_woNC 的垂直風場反演結果之關係散佈圖。橫軸為 IOP3_woNC 的結果，縱軸為 IOP3_wNC 的結果，色階則表示在該網格點中出現的機率次數。

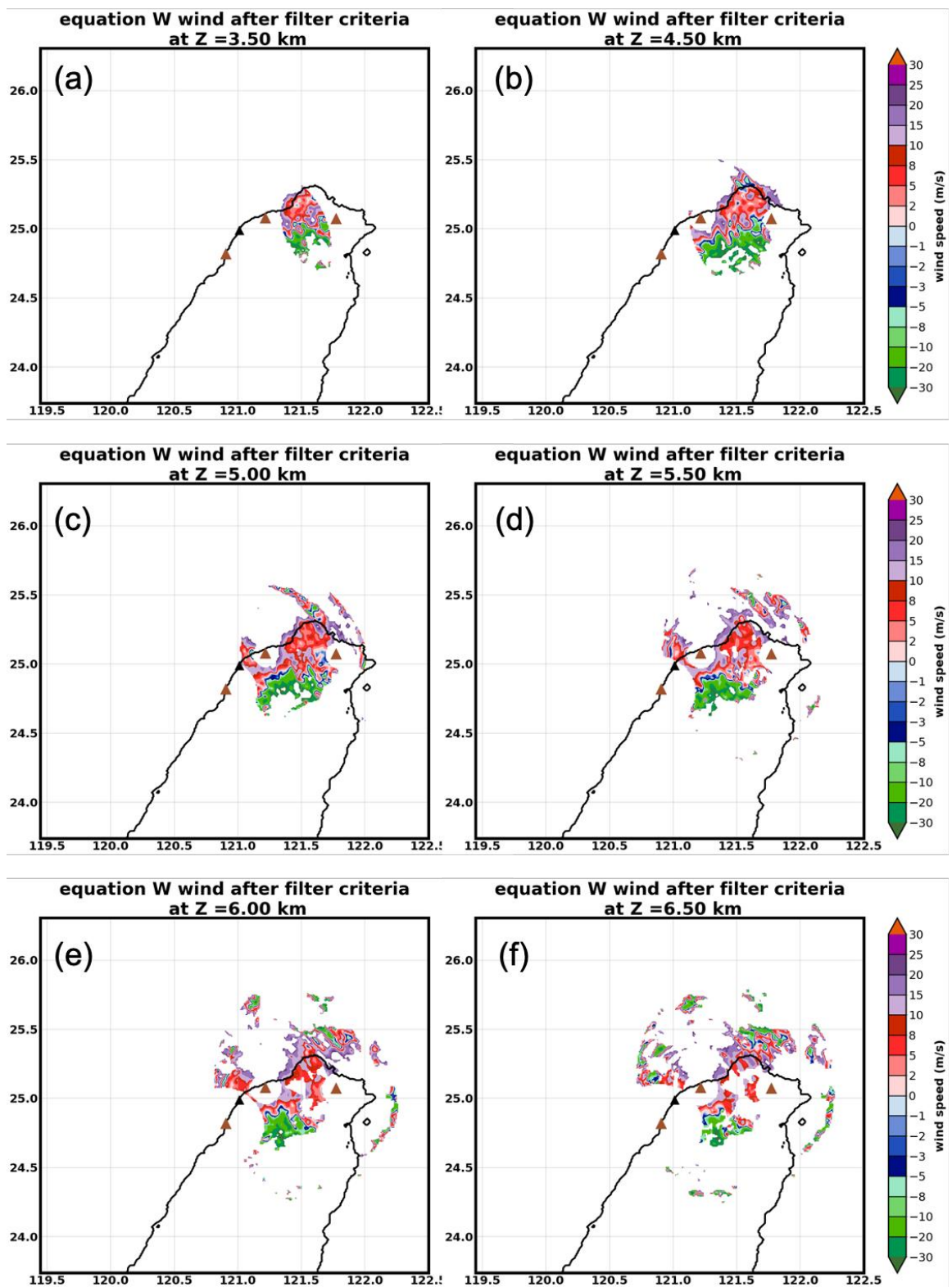
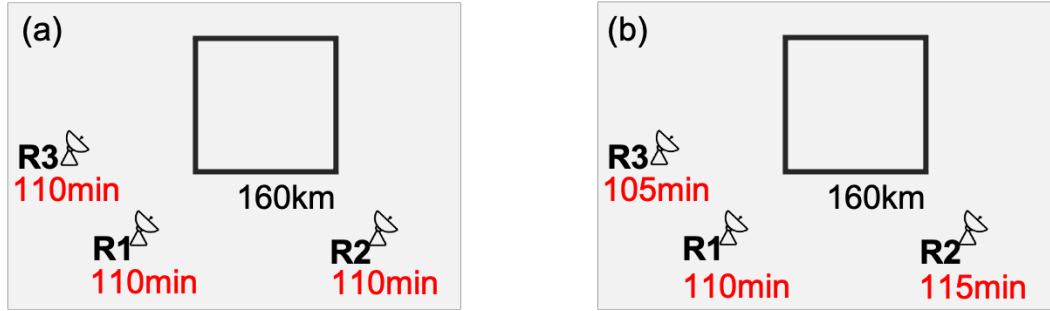


圖 5.22 根據兩步驟篩選條件濾除異常值後，IOP3_wNC 實驗中可進行新價值函數約束的網格點分佈。(a)至(f)分別代表高度 3.5 公里至 6.5 公里的結果。色階代表會進行新價值函數約束來反演的垂直速度量值及位置。黑色三角形為 TEAM-R 位置、棕色三角形分別為五分山、桃園機場和 SPOL 雷達位置。



radial wind data in the **same time (110min)** radial wind data in the **different time**

圖 5.23 雷達資料進行時間差敏感度測試示意圖。(a)為 Ret_3equ 實驗中三座雷達所使用的時間；(b)為加入時間差敏感性實驗中三座雷達所使用的時間。

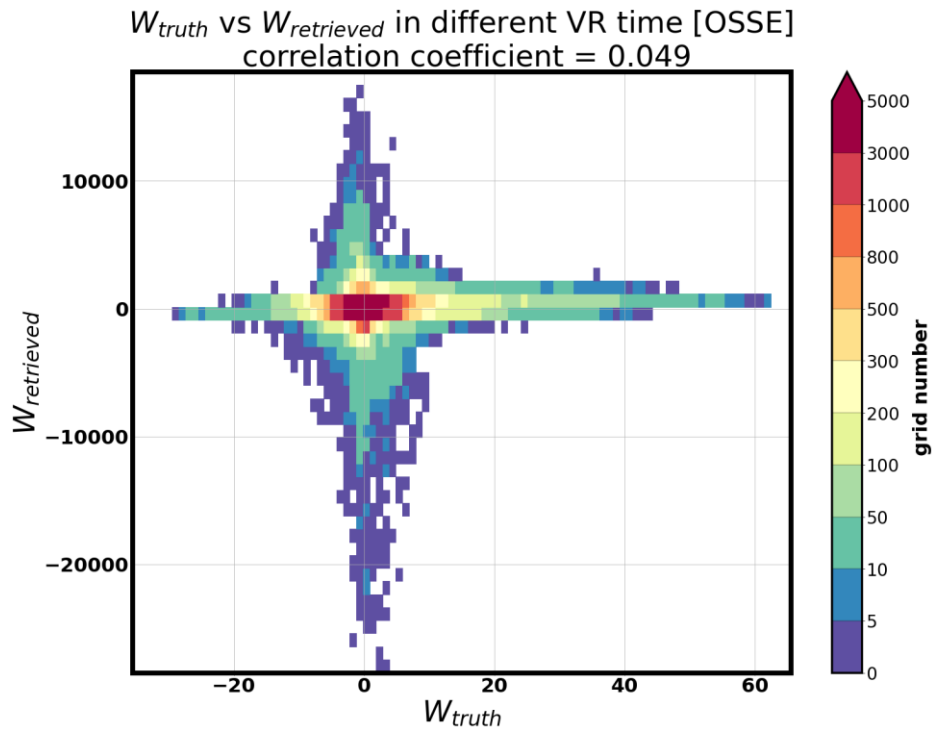


圖 5.24 WRF 模式的 w 風場和不同時間下的三徑向風方程所反演的 w 風場之間的相關性散佈圖。X 軸代表 WRF 模擬的真實 w 風場，Y 軸代表不同時間下直接解出來的 w 風場，色階則表示在該網格點中出現的機率次數。