

國立中央大學

大氣物理研究所

碩士論文

在地形上由都卜勒風場反演熱動力場

研究生：賴忠璋

指導教授：廖宇慶博士

中華民國九十三年六月



## 國立中央大學圖書館 碩博士論文電子檔授權書

(93年5月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

(  )同意 (立即開放)

(  )同意 (一年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_

(  )同意 (二年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_

(  )不同意，原因是：\_\_\_\_\_

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名： 賴忠瑋

論文名稱：在地形上由都卜勒風場反演熱動力場

指導教授姓名：廖宇慶

系所：大氣物理 所 博士 碩士班

學號：91621013

日期：民國93年6月25日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

# 摘要

本文研究在有地形的條件下建立一熱動力反演方法，使得吾人可以由都卜勒風場的密集觀測中，重建當時的熱力場。本研究使用三維變分分析，但反演所用的所有動量及熱量方程均以追隨地勢座標表示。

由於缺乏高解析度的熱動力場真實觀測資料，本研究使用模式在理想地形下所模擬之冷池來做驗證，並估計誤差。結果顯示，本方法反演的壓力與溫度場，其水平及垂直結構相較於模式結果都有很高的一致性，並有良好的時間連續性。

接著以實際個案 - 納莉颱風 ( 2001 ) 對本反演法做初步的測試，雖然礙於種種限制而引用若干假設，本反演法仍可反演出低壓和暖心結構，及颱風強度隨時間減弱的趨勢。

本方法可推廣到適用於台灣的複雜地形，將可用來研究地形對天氣系統的影響。

# 致謝

終於熬成一本論文了，在這結束與開始的交會點。

這本論文得以完成，首要感謝指導教授廖宇慶老師的細心指導和包容，讓我有相當自由的發展空間卻不至於迷失方向。同時也要感謝陳台琦老師和林沛練老師的協助和教導，開拓我在大氣科學領域的視野；以及鄧仁星學長對論文的建議與指點，日後我當以更謹慎的態度面對科學問題。

除此之外，要特別感謝鍾高陞學長，在我還是懵懂的小研一時，不厭其煩的帶著我。還有實驗室的伙伴們，小餅、雅茹、老鶴、笑笑、宜萍、紀董、佩娟、永耀和正台，以及陪我度過六年的同學，致穎、柏榮和凱天，你們的幫助讓研究得以更加順利，在我需要的時候總不吝伸出援手，適時的關心和閒話家常也幫我消磨掉不少沈悶的片刻。

最重要的，要感謝在背後默默支持的家人，為我辛苦忙碌、日夜奔波的父，總是擔心我身體健康的母；而兄姊的鼓勵，以及在遠方的奶奶，也是支持我繼續走下去的動力。還有嘉羚，陪我笑、陪我哭、陪我玩、陪我瘋，聽我訴苦、給我鼓勵。沒有你們，我無法完成。

謹以這篇論文獻給所有幫助過我的人，也期望能對大氣科學界有小小的貢獻，對全國納稅人有個交待。

# 目錄

摘要	i
致謝	ii
目錄	iii
圖表說明	v
第一章 前言	1
1.1 研究動機	1
1.2 論文回顧	1
1.3 研究方向	3
第二章 反演方法	4
2.1 動量及熱力方程式	4
2.2 價值函數的形式	6
第三章 使用數值模式資料驗證	9
3.1 實驗概述	9
3.2 模式簡介	9
3.3 誤差的計算方式	11
3.4 實驗一：以理想的 $F$ 、 $G$ 和 $H$ 反演	12
3.5 實驗二：以三維風場估計 $F$ 、 $G$ 和 $H$ 反演	13
3.6 實驗三：加入隨機誤差的敏感度測試	19
3.7 實驗四：縮小反演範圍的敏感度測	22
3.8 實驗五：反演結果的時間連續性	24
3.9 實驗六：初始冷池位置的敏感度測試	24
3.10 實驗七：提高冷池初始擾動的敏感度測試	25
第四章 真實個案 - 納莉颱風之反演	26
4.1 個案天氣現象描述	26
4.2 資料處理	26

4.3	回波和三維風場運動結構-----	27
4.4	反演之壓力與位溫擾動場-----	28
第五章	結論與未來展望-----	30
5.1	結論-----	30
5.2	未來展望-----	31
參考文獻	-----	32
附圖及附表	-----	35

## 圖表說明

- 圖 3.1 理想地形的等高線，等值線的間距為 400 公尺，中心最高為 4000 公尺。
- 圖 3.2 理想地形通過中心的垂直剖面及冷池的初始擾動，冷池中心的極值為  $-4K$ ，等值線和陰影之間距為  $0.5K$ 。
- 圖 3.3a 模式 1200 秒時的風向量在底層的水平剖面。
- 圖 3.3b 模式 1200 秒時風向量在通過地形中心的垂直剖面。
- 圖 3.4a 模式在 1200 秒時  $p'$  的底層水平剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.4b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為  $0.2K$ 。
- 圖 3.4c 模式在 1200 秒時  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.4d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為  $0.2K$ 。
- 圖 3.5a 實驗一，RASTA 反演  $p'$  的底層水平剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.5b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為  $0.2K$ 。
- 圖 3.5c 實驗一，反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.5d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為  $0.2K$ 。
- 圖 3.6a 實驗二，以  $\Delta t=12$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.6b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為  $0.2K$ 。
- 圖 3.7a 實驗二，以  $\Delta t=180$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.7b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為  $0.2K$ 。
- 圖 3.8a 實驗二，以  $\Delta t=300$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，

等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.8b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.9a 實驗二，加入亂流黏滯項和使用濾波器，以  $\Delta t=12$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.9b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.10a 實驗二，加入亂流黏滯項和使用濾波器，以  $\Delta t=180$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.10b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.11a 實驗二，加入亂流黏滯項和使用濾波器，以  $\Delta t=300$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.11b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.12a 實驗二中  $p'$  之 RRMSE 隨  $\Delta t$  之變化曲線，其中 nf 為不使用濾波器及加入亂流項，nf\_turb 為僅加入亂流項，le 為僅使用濾波器，le\_turb 加入亂流項及使用濾波器。

圖 3.12b 同上，但為  $\theta'$  之結果。

圖 3.13a 實驗二，使用 cubic-spline 的實驗中，模式輸出的  $p'$  平均值通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.13b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.14a 實驗二，使用 cubic-spline 的實驗中，對  $F$ 、 $G$  和  $H$  取平均後反鑿的  $p'$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.14b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.15a 未加入隨機誤差的  $F$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線

和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.15b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.16a 實驗三，加入 20%隨機誤差的  $F$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.16b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.17a 實驗三，*a priori* 濾波後的  $F$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.17b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.18a  $\Delta t=12$  秒時之  $F$  和理想  $F$  的差值在底層的水平剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.18b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.18c  $\Delta t=12$  秒時之  $F$  和理想  $F$  的差值通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.18d 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.19a 加入 50%隨機誤差後之  $F$  和理想  $F$  的差值在底層的水平剖面，等值線和陰影之間距同為  $10\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.19b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.19c 加入 50%隨機誤差後， $F$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.19d 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

圖 3.20a 實驗四，D1-3 反演之  $p'$  通過地形中心的垂直剖面等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.20b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.21a 實驗四，D2-3 反演之  $p'$  通過地形中心的垂直剖面等值線和陰影之間距同為 15 帕。

圖 3.21b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

圖 3.22a 實驗四，D3 反演之  $\theta'$  通過地形中心的垂直剖面，等值

- 線和陰影之間距同為 0.2K。
- 圖 3.22b 同上，但為 D4 的反演結果。
- 圖 3.23a 實驗五，反演結果的 RRMSE 隨時間的變化。
- 圖 3.23b 實驗五，反演結果的 SCC 隨時間的變化。
- 圖 3.24a 實驗六，模式在 1200 秒時  $p'$  在底層的水平剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.24b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。
- 圖 3.24c 實驗六，模式在 1200 秒時  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.24d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。
- 圖 3.25a 實驗六，反演結果的  $p'$  在底層的水平剖面等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.25b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。
- 圖 3.25c 實驗六，反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。
- 圖 3.25d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。
- 圖 3.26a 實驗七，模式在 840 秒時  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 20 帕。
- 圖 3.26b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.5K。
- 圖 3.27a 實驗七，840 秒時反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 20 帕。
- 圖 3.27b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.5K。
- 圖 4.1 納莉颱風路徑圖（摘錄自中央氣象局）
- 圖 4.2 中正機場和五分山雷達站位置及風場合成範圍。
- 圖 4.3a B 區風場合成範圍及地形高度，等值線和陰影間隔皆為 0.5 公里。
- 圖 4.3b A 區風場合成範圍及地形高度，等值線和陰影間隔皆

為 0.5 公里。

- 圖 4.4a 1500UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。
- 圖 4.4b 1500UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz , 星號為颱風眼心處。
- 圖 4.5a 1600UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。
- 圖 4.5b 1600UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz , 星號為颱風眼心處。
- 圖 4.6a 1700UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。
- 圖 4.6b 1700UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。
- 圖 4.7 1500UTC , 基線南側合成範圍的回波場在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。
- 圖 4.8a 1500UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的水平風向量。
- 圖 4.8b 1500UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的水平風向量。
- 圖 4.9a 1600UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的水平風向量。
- 圖 4.9b 1600UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的水平風向量。
- 圖 4.10a 1700UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的水平風向量。
- 圖 4.10b 1700UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的水平風向量。
- 圖 4.11 1500UTC , 基線南側合成範圍在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面風向量 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。
- 圖 4.12a 1500UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場 , 等值線和陰影間隔皆為 100pa。

- 圖 4.12b 1500UTC,  $\Delta t=3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 1K。
- 圖 4.12c 1500UTC, 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面, 等值線和陰影間隔皆為 100 帕。
- 圖 4.12d 1500UTC, 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面, 等值線和陰影間隔皆為 1K。
- 圖 4.13a 1600UTC,  $\Delta t=3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 100 帕。
- 圖 4.13b 1600UTC,  $\Delta t=3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 1K。
- 圖 4.13c 1600UTC, 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場在  $y=-53$  公里的  $x-z$  垂直剖面, 等值線和陰影間隔皆為 100pa。
- 圖 4.13d 1600UTC, 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場在  $y=-53$  公里的  $x-z$  垂直剖面, 等值線和陰影間隔皆為 1K。
- 圖 4.14a 1700UTC,  $\Delta t=3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 100pa。
- 圖 4.14b 1700UTC,  $\Delta t=3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 1K。
- 圖 4.14c 1700UTC, 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場在  $y=-56$  公里的  $x-z$  垂直剖面, 等值線和陰影間隔皆為 100pa。
- 圖 4.14d 1700UTC, 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場在  $y=-56$  公里的  $x-z$  垂直剖面, 等值線和陰影間隔皆為 1K。
- 表 3.1 實驗一、實驗二之一的反演誤差值和空間相似度。
- 表 3.2 實驗二之二, 使用濾波器的反演誤差值和空間相似度。
- 表 3.3 實驗二之三, 加入一階亂流黏滯項後的反演誤差值和空間相似度。

- 表 3.4 實驗二之三，加入一階亂流黏滯項並使用濾波器的反演誤差值和空間相似度。
- 表 3.5 實驗二之四，使用 cubic-spline 估計趨勢項的反演誤差值和空間相似度，其中 "ave" 是指將  $F$ 、 $G$  和  $H$  取平均後進行反演的實驗；"ave\_turb" 則是將 "ave" 中三個時間的  $F$ 、 $G$  和  $H$  加入亂流黏滯項後再進行反演；"single time" 則是指僅以 cubic-spline 估計單一時間風場趨勢項的反演方式。
- 表 3.6 實驗三的反演誤差值和空間相似度，說明中的 ( $Fil/Err$ ) 代表 (濾波的方式/隨機誤差的幅度)，其中 *Non* 代表沒使用濾波器，*Pri* 為 *a priori* 濾波，*Post* 為 *a posteriori* 濾波。
- 表 3.7  $t=12$  秒時以風場估計的  $F$  和  $H$ ，及加入隨機誤差後之  $F$  和  $H$ ，相較於理想  $F$  和  $H$  之誤差值和空間相似度。
- 表 3.8 實驗三和實驗二  $t$  為 12 秒時的反演誤差值和空間相似度。
- 表 3.9 實驗四的反演誤差值和空間相似度。
- 表 3.10 實驗五的反演誤差值和空間相似度。
- 表 3.11 實驗六、七的反演誤差值和空間相似度。

# 第一章 前言

## 1.1 研究動機：

以都卜勒雷達觀測中尺度天氣系統已行之有年，因為都卜勒雷達可觀測高時空解析度的徑向風場和回波場，藉由雙都卜勒雷達合成風場或近幾年蓬勃發展的單雷達風場反演技術，即可得知三維風場的結構。然而要徹底了解天氣系統的結構及其發展，光憑風場是不夠的，壓力、溫度和密度，這些我們慣稱為熱動力場的物理參數，對於天氣系統的診斷及預報是很重要的依據，遂有以三維風場反演熱動力場的研究。

熱動力反演對於台灣的中尺度劇烈天氣預警尤其重要，每年來自颱風和梅雨鋒面的降水所造成的影響和災害甚鉅；除此之外，天氣系統登陸後和中央山脈複雜的交互作用，更增添中尺度天氣預報的困難度。因此在有複雜地形的情况之下，以雷達觀測資料反演高時空解析度的熱動力場，供診斷分析或模式資料同化，以為更準確的預報，便成為了重要的工作，這也是本篇論文的目標。

## 1.2 論文回顧：

由雙都卜勒合成風場反演熱動力場的研究，可回溯至 Bonesteele and Lin(1978)、Gal-Chen(1978)、Hane and Scott(1978)以及 Leise(1978)，他們分別以真實個案的都卜勒合成風場或者數值模擬資料，經由其計算公式反演壓力和溫度擾動場。在 Bonesteele et al.(1978)和 Hane et al.(1978)的方法中，邊界條件係經由假設而得，非適用於各種情形，為其主要缺點；Leise(1978)則是利用地面的密度和壓力來求得溫度，然而密度的觀測誤差甚大，因此反演的結

果也不盡理想。Gal-Chen(1978)(此後為了方便以 GC78 表示)則是透過水平動量方程,藉由最小平方法及變分數學得到一個和壓力有關的包桑方程(poisson equation),以解得壓力擾動場,再經由解得的壓力擾動場和垂直動量方程式解得密度擾動場。GC78 的主要優點在於其邊界條件可以從雷達所觀測的風場獲得,而非經由假設;缺點則為所得的擾動量是相對於水平平均值的偏差量,因此反演的垂直結構極有可能是不正確的,必須在每個高度層都有一點壓力與溫度觀測值,才能獲得真正的擾動場。

之後並有多位學者將 GC78 應用於各種天氣系統的研究中。Hane et al.(1981)將其應用於深對流雲。Gal-Chen and Kropfli(1984)則應用於無降雨的邊界層當中。Hane and Ray(1985)針對龍捲風暴做研究。Parsons et al(1987)應用 GC78 研究劇烈鋒前雨帶。Roux et al.(1984)使用 GC78 分析西非飆線的熱動力結構。Lin et al.(1990)則是探討發生於 TAMEX (Taiwan Area Meso-scale Experiment, 1987) IOP2 期間一飆線系統之熱動力結構。

除此之外, Roux(1985)改進 GC78,除了使用動量方程式外,加入簡化的熱動力方程,以求得擾動量水平平均值隨高度的梯度,因此只要在整個反演區域中有一點壓力與溫度的觀測,便能得到實際的擾動量。藉由此反演方法, Roux(1988)探討西非 COPT81 (Convection Profonde Tropicale)期間之飆線在對流區的運動及熱動力結構。Sun and Roux(1988)分析西非 COPT81 期間,兩個飆線在對流區的熱動力結構。Hauser et al.(1988)由都卜勒雷達觀測反演出西非飆線的熱動力結構以及微物理參數。Roux and Sun(1990)更改進 Roux(1988)的反演方法,進一步獲得各個方向的溫度梯度。Sun and House(1992)以二維數值模式模擬飆線的資料進行反演,更進一步驗證了 Roux and Sun(1990)的可行性。

Liou(2001)則是將三維動量方程式及熱動力方程式結合在一價

值函數裡，輸入雙都卜勒雷達合成風場後，藉由三維變分分析可同時獲得一組最佳的三維壓力擾動梯度和溫度擾動場，解決了 GC78 在垂直方向上的不足。Liou et al. (2003) 更將 Liou(2001) 實際應用至發生於 TAMEX 期間 IOP2 之一颶線系統。

### 1.3 研究方向：

Teng et al. (2000) 在追隨地勢座標之下對 TAMEX 期間之一颶線系統進行雙都卜勒風場合成，探討地形效應的影響，並建立一套處理雷達資料的方法 - RASTA (Radar Analysis System for Taiwan Area)。鄧 (2001) 則將 Liou(2001) 由卡氏座標轉至追隨地勢座標，並納入 RASTA 中，針對台灣地形做更廣泛的應用，但 RASTA 的熱動力反演法迄今尚未有過完整的檢驗，本研究的目的即在使用一模式模擬之資料對 RASTA 在地形上的熱動力反演做有系統的精確度檢驗，之後並將此方法應用在一實際個案 - 納莉颱風上。論文的第二章將會介紹反演的原理與方式；第三章則是介紹以模式模擬資料的驗證結果；第四章則是納莉颱風的反演結果，最後為結論、討論及未來展望。

## 第二章 反演的原理與方法

### 2.1 動量及熱力方程式

本研究中的垂直座標採用追隨地勢座標，定義如下：

$$\eta = \frac{z - z_g}{z_t - z_g} z_t , \quad (2.1)$$

其中  $z_g$  為地形高度， $z_t$  為反演範圍最上層的高度，在沒有地形的情況下，追隨地勢座標即為卡氏座標。

在追隨地勢座標之下，忽略科氏力及亂流黏滯項後，動量及熱力方程式可以表示成：

$$\frac{\partial p'}{\partial x} + A \frac{\partial p'}{\partial \eta} = F , \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial y} + B \frac{\partial p'}{\partial \eta} = G , \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial \eta} + C \theta'_{vc} + D p' = H , \quad (2.4)$$

$$u \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial y} + \dot{\eta} \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial \eta} = T_E , \quad (2.5)$$

其中

$$A = \frac{\eta - z_t}{z_t - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial x} , \quad B = \frac{\eta - z_t}{z_t - z_g} \frac{\partial z_g}{\partial y} , \quad C = -\frac{C_0 \rho_0 g}{\theta_0} ,$$

$$D = -\frac{C_0 \rho_0 g (\kappa - 1)}{p_0} , \quad C_0 = \frac{z_t - z_g}{z_t} ,$$

$F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  則分別如下所示：

$$F = -\rho_0 \frac{du}{dt} , \quad (2.6)$$

$$G = -\rho_0 \frac{dv}{dt} , \quad (2.7)$$

$$H = -\rho_0 C_0 \left( \frac{dw}{dt} + gq_r \right) , \quad (2.8)$$

$$T_E = -\frac{L}{c_p p_0} \frac{dq_v}{dt} - \frac{w}{C_0} \frac{\partial \theta_0}{\partial \eta} (1 - 0.61q'_v + q_c) + \theta_0 \frac{d}{dt} (0.61q'_v - q_c) , \quad (2.9)$$

方程式中的  $p$ 、 $\rho$  和  $q_r$  分別為壓力、密度和雨水含量； $\theta_{vc}$  為虛雲位溫 (virtual cloud temperature)，沒有水氣的情況下其值和位溫相等； $\eta$  為追隨地勢座標下之垂直風場； $w$  為卡氏座標下的垂直風場； $R$  和  $c_p$  分別為氣體常數和定壓比熱 (specific heat capacity)， $\kappa$  為  $R$  和  $c_p$  的比值； $L$  為蒸發或凝結所需的潛熱； $q_v$  和  $q_c$  分別為水氣及雲水含量。變數中有下標為零的表示其為基本態 (base state)，亦即在水平方向為均勻分佈，其值僅為高度的函數；而有上標“ ’ ”的表示其為布氏近似 (Boussinesq approximation) 後的擾動量。

方程式 (2.2) 和 (2.3) 為水平動量方程，其中等號左邊為水平壓力梯度力和由地形所造成的垂直壓力梯度力構成之強迫項，等號右邊的  $F$  和  $G$  為加速度項，可經由雷達合成風場計算得到其在三維空間之分佈，如方程式 (2.6) (2.7) 所示；方程式 (2.4) 則為垂直動量方程式，等號左邊的強迫項由垂直壓力梯度力和浮力項所組成，等號右邊的  $H$  除了垂直加速度項之外，還包括了雨水含量對浮力的貢獻，由於此項可經由經驗式

$$\rho_0 q_r = 10^{0.057143 \times (dBz - 43.1)} , \quad (2.10)$$

以雷達回波估計，因此和可由合成風場估計的垂直加速度項一起放在等號右邊。而在熱動力方程式 (2.5) 中，等號右邊的  $T_E$  項如 (2.9) 所示， $q_v$  和  $q_c$  因無法由其他觀測得知，除了等號右邊第二項將  $q'_v$  和  $q_c$  忽略後可用垂直風場及基本態計算外，其餘皆為難以估計的項，在

沒有找到合適的估計方式之前，令其為零。

## 2.2 價值函數 ( cost function ) 的形式：

方程式 ( 2.2 ) ( 2.3 ) ( 2.4 ) ( 2.5 ) 中，在理想而毫無誤差的狀況之下，等號左邊待求項的和在空間上的分佈應該和等號右邊的已知項相等，由於幾乎不可能有此理想情形，是以只能尋求一組最佳的解，使得各方程式中等號左邊各項的和能夠最滿足等號右邊的值。除此之外，由 ( 2.2 ) ( 2.3 ) ( 2.4 ) ( 2.5 ) 所組成的方程組，兩個未知數 (  $p'$ 、 $\theta'_{vc}$  ) 要滿足四個方程式，已構成了一個超定問題

( over-determined problem )，可以最小平方法求解，以動量及熱動力方程式為基礎，建構一個價值函數 ( cost function )  $J$ ：

$$J = \frac{1}{2} \iiint_{\Omega} (\alpha_1 P_1^2 + \alpha_2 P_2^2 + \alpha_3 P_3^2 + \alpha_4 P_4^2 + \alpha_5 P_5^2 + \alpha_6 P_6^2) d\Omega \quad (2.11)$$

其中  $d\Omega = dx dy d\eta$ ， $P_1 \sim P_6$  為其約束條件，定義如下：

$$P_1 = \left( \frac{\partial p'}{\partial x} + A \frac{\partial p'}{\partial \eta} - F \right)$$

$$P_2 = \left( \frac{\partial p'}{\partial y} + B \frac{\partial p'}{\partial \eta} - G \right)$$

$$P_3 = \left( \frac{\partial p'}{\partial \eta} + C \theta'_{vc} + D p' - H \right)$$

$$P_4 = \left( u \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial y} + \dot{\eta} \frac{\partial \theta'_{vc}}{\partial \eta} - T_E \right)$$

$$P_5 = \left( \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial \eta^2} \right)$$

$$P_6 = \left( \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial \eta^2} \right)$$

其中  $\alpha_1$   $\alpha_6$  為其權重係數，在 RASTA 中可自由調整，本研究則令  $\alpha_1$   $\alpha_3$  為 1，由於  $T_E$  較難估計，準確度較低，因此令  $\alpha_4$  為 0.1，而  $\alpha_5$ 、 $\alpha_6$  皆設為 0.001。當方程式 (2.2) (2.3) (2.4) (2.5) 等號左邊的值最接近右邊時， $P_1$   $P_4$  各項的平方將達到極小值， $P_5$  和  $P_6$  則是用來濾波的約束條件，目的在使得反演的熱動力場所衍生之一階微分項較平滑。由泛函 (functional) (2.11) 可知，若有一組  $p'$  和  $\theta_{vc}'$  能最滿足各約束條件，此價值函數將有極小值，本研究之方法即主要在尋求此組解。

求解的方法主要是利用變分分析及準牛頓共軛梯度法 (quasi-Newton conjugate-gradient)。首先給  $p'$  和  $\theta_{vc}'$  一組初始猜測值，然後以變分分析求得三度空間上每一點之價值函數相對於  $p'$  和  $\theta_{vc}'$  的梯度，此梯度值的主要含意在指出價值函數變化量最大、收斂速度最快的方向，之後透過 Liu and Nocedal (1988) 提出的 VA15AD 準牛頓共軛梯度法，以初始猜值為基準，經由價值函數相對於  $p'$  和  $\theta_{vc}'$  的梯度推求下一組讓泛函  $J$  變得更小的  $p'$  和  $\theta_{vc}'$ ，其中價值函數相對於  $p'$  和  $\theta_{vc}'$  的梯度公式如下：

在反演的內部區域為：

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial p'} = & - \left( \frac{\partial \alpha_1 P_1}{\partial x} + \frac{\partial A \alpha_1 P_1}{\partial \eta} \right) - \left( \frac{\partial \alpha_2 P_2}{\partial y} + \frac{\partial B \alpha_2 P_2}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial \alpha_3 P_3}{\partial \eta} + D \alpha_3 P_3 \\ & + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \alpha_5 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \alpha_5 \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \delta p'}{\partial \eta^2} \left( \alpha_5 \frac{\partial^2 p'}{\partial \eta^2} \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \theta'_{vc}} = & C \alpha_3 P_3 - u \frac{\partial \alpha_4 P_4}{\partial x} - v \frac{\partial \alpha_4 P_4}{\partial y} - \dot{\eta} \frac{\partial \alpha_4 P_4}{\partial \eta} \\ & + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \alpha_6 \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \alpha_6 \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left( \alpha_6 \frac{\partial^2 \theta'_{vc}}{\partial \eta^2} \right) \end{aligned}$$

$$(2.13)$$

在 x 方向的邊界為：

$$\frac{\partial J}{\partial p'} = \begin{cases} -\alpha_1 P_1 & \text{at } x = X_{left} \\ \alpha_1 P_1 & \text{at } x = X_{right} \end{cases}, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta'_{vc}} = \begin{cases} -u\alpha_4 P_4 & \text{at } x = X_{left} \\ u\alpha_4 P_4 & \text{at } x = X_{right} \end{cases}, \quad (2.15)$$

在 y 方向的邊界為：

$$\frac{\partial J}{\partial p'} = \begin{cases} -\alpha_2 P_2 & \text{at } y = Y_{left} \\ \alpha_2 P_2 & \text{at } y = Y_{right} \end{cases}, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta'_{vc}} = \begin{cases} -v\alpha_4 P_4 & \text{at } y = Y_{left} \\ v\alpha_4 P_4 & \text{at } y = Y_{right} \end{cases}, \quad (2.17)$$

在 z 方向的邊界為：

$$\frac{\partial J}{\partial p'} = \begin{cases} -(A\alpha_1 P_1 + B\alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3) & \text{at } z = Z_{bottom} \\ (A\alpha_1 P_1 + B\alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3) & \text{at } z = Z_{top} \end{cases}, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta'_{vc}} = \begin{cases} -\dot{\eta}\alpha_4 P_4 & \text{at } z = Z_{bottom} \\ \dot{\eta}\alpha_4 P_4 & \text{at } z = Z_{top} \end{cases}, \quad (2.19)$$

求出新的  $p'$  和  $\theta_{vc}'$  後，再經由上述之公式計算價值函數相對於此組新解的梯度，並以 VA15AD 求出更符合約束條件的  $p'$  和  $\theta_{vc}'$ 。如此重複運算，直到泛函  $J$  的值變動幅度很小為止，此時之  $p'$  和  $\theta_{vc}'$  即為吾人所欲所得之解。

簡而言之，反演可分成兩大步驟，第一步驟的重點在於準確估計  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  值，第二步驟則是使用上一步驟所計算的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場，透過共軛梯度法以變分數學推求的公式反求  $p'$  和  $\theta_{vc}'$ 。

## 第三章 使用數值模式資料驗證

### 3.1 實驗概述

由於沒有實際觀測的高解析度熱動力場，本研究採用數值模式之模擬資料驗證 RASTA 在 Bell-Shaped 地形之下熱動力反演的可行性。實驗方法是以模式模擬一冷池從地形上方掉落，積分 1800 秒後輸出包含高解析度三維風向量、溫度和壓力場等資料，將其中 1200 秒的三維風向量代入 RASTA 熱動力反演計算公式估計  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$ ，反演溫度和壓力場，而模式輸出的熱動力場即為反演的標準答案，比較 RASTA 反演的結果和模式輸出的熱動力場，即可計算誤差。

為驗證 RASTA 在各種狀況之下的可行性，本研究設計了七組實驗，首先測試  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  幾乎沒有誤差時熱動力反演的可行性，其次是驗證 RASTA 的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  的計算公式及針對時間差分項做敏感度測試，第三為加入隨機誤差的敏感度測試，第四、五、六則分別為縮小反演範圍、反演結果隨時間的連續性及冷池初始位置的敏感度測試，最後則為提高冷池初始擾動量的敏感度測試。

### 3.2 模式簡介

本研究使用由美國 CAPS (Center for Analysis and Prediction of Storms) 以及奧克拉荷馬大學 (University of Oklahoma) 所研發的 ARPS (Advanced Regional Prediction System) 模式。模式網格設定為  $64 \times 64 \times 32$ ，水平解析度 1 公里，垂直解析度為 0.5 公里，積分時間間隔為 6 秒，採用忽略科氏力的可壓縮 (compressible) 方程式，為了便於和 RASTA 的公式比較，將動量及熱力方程式各項重新編排如下：

$$\frac{\partial p'}{\partial x} + A \frac{\partial p'}{\partial \eta} = -\rho_0 \left( \frac{du}{dt} \right) + \frac{1}{J_3} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (J_3 \alpha Div^*) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J_1 \alpha Div^*) \right] + D_u , \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial y} + B \frac{\partial p'}{\partial \eta} = -\rho_0 \left( \frac{dv}{dt} \right) + \frac{1}{J_3} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (J_3 \alpha Div^*) + \frac{\partial}{\partial \eta} (J_2 \alpha Div^*) \right] + D_v , \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial \eta} + C \theta'_{vc} + D p' = -\rho_0 J_3 \left( \frac{dw}{dt} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\alpha Div^*) + J_3 D_w , \quad (3.3)$$

$$u \frac{\partial \theta'}{\partial x} + v \frac{\partial \theta'}{\partial y} + \dot{\eta} \frac{\partial \theta'}{\partial \eta} = -\frac{\partial \theta'}{\partial t} - w \frac{\partial \theta_0}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0} D_\theta + \frac{1}{\rho_0} S_\theta , \quad (3.4)$$

其中

$$J_1 = \frac{\eta - z_t}{z_t} \frac{\partial z_g}{\partial x} , \quad (3.5)$$

$$J_2 = \frac{\eta - z_t}{z_t} \frac{\partial z_g}{\partial y} , \quad (3.6)$$

$$J_3 = \frac{z_t - z_g}{z_t} , \quad (3.7)$$

$D_u$ 、 $D_v$ 、 $D_w$ 和 $D_\theta$ 為亂流混合項 (turbulence mixing term)， $S_\theta$ 為雲微物理過程所造成熱的源和匯 (source and sink)， $\alpha Div^*$ 則為輻散阻尼項 (divergence damping term)，用以降低聲波的影響， $\alpha$ 為其阻尼係數， $Div^*$ 的定義則為

$$Div^* = \frac{1}{|J_3|} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial \eta} \right], \quad (3.8)$$

$A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  的定義和第二章方程式 (2.3)、(2.4) 和 (2.5) 裡的定義同。

地形則使用 Bell-Shaped 的理想地形，可用下式表示

$$h = \frac{h_m}{1 + \left( \frac{x-x_c}{x_r} \right)^2 + \left( \frac{y-y_c}{y_r} \right)^2}, \quad (3.9)$$

其中  $h_m$  為地形的最大高度，令其為 4 公里， $x_c$  和  $y_c$  為地形最高點的座標，將其置於反演範圍的中心， $x_r$  和  $y_r$  則為地形在  $x$  和  $y$  方向的半寬，皆設定為 12 公里，其等高線及通過最高點的  $x$ - $z$  剖面如圖 3.1 和圖 3.2 所示。

為簡化實驗及減少不確定因素，本研究不考慮水氣的影響，因此  $\theta_{vc}$  即為  $\theta'$ ，背景場為等熵大氣，壓力的初始擾動為零，位溫的初始擾動則是中心為 -4K 的冷池，如圖 3.2 所示，擾動幅度由內而外遞減，可以下式計算：

$$\Delta\theta = \theta_0 \cos^2(\pi\beta/2) \quad \text{for } \beta \leq 1, \quad (3.10)$$

其中

$$\beta = \sqrt{\left( \frac{x-x_c}{x_r} \right)^2 + \left( \frac{y-y_c}{y_r} \right)^2 + \left( \frac{z-z_c}{z_r} \right)^2},$$

$\Delta\theta$  為初始位溫擾動量， $\theta_0$  為冷池中心 -4K 之擾動量， $x_c$ 、 $y_c$  和  $z_c$  為冷池的中心位置， $x_r$ 、 $y_r$  和  $z_r$  則為網格點距離冷池中心的距離。

模式積分二十分鐘後的水平及垂直風場分佈如圖 3.3 所示，圖 3.4 則是氣壓和位溫擾動的水平及垂直剖面，即之後用以估計反演結果是否準確的標準。

### 3.3 誤差的計算方式

本實驗之誤差估計方式採用三種指標，均方根誤差 RMSE (Root-Mean-Square Error)、相對均方根誤差 RRMSE (Relative Root-Mean-Square Error) 以及空間相關係數 SCC (Spatial Correlation Coefficient)，它們的定義如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (A_r - A_t)^2} , \quad (3.11)$$

$$RRMSE = \frac{\sqrt{\sum (A_r - A_t)^2}}{\sqrt{\sum (A_t)^2}} , \quad (3.12)$$

$$SCC = \frac{\sum (A_r - \bar{A}_r)(A_t - \bar{A}_t)}{\sqrt{\sum (A_r - \bar{A}_r)^2 \sum (A_t - \bar{A}_t)^2}} , \quad (3.13)$$

其中  $A_r$  為反演的結果， $A_t$  為模式輸出的“真實”結果，有上標 ( ) 的為變數的體積平均值。由方程式可知，RMSE 和 RRMSE 愈小表示反演的結果愈好，SCC 則是愈接近 1 時表示和模式的結果愈相似。值得注意的是，在估計  $p'$  的反演誤差時，係使用其相對於體積平均的偏差量計算，即  $A = p' - \bar{p}'$ ，如此可獲得較低的 RMSE 和 RRMSE，及較高的 SCC 值。

### 3.4 實驗一：以理想的 F、G、H 和 $T_E$ 反演

此實驗的目的在驗證 RASTA 熱動力反演所使用的三維變分是否可行，為了避免  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場之估計誤差對反演的影響，原本應透過方程式 (2.6) - (2.9) 估計的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$ ，在本實驗中直接以模式輸出的  $p'$  和  $\theta'$  代入公式 (2.2) - (2.5) 的等號左邊各項計算，如此一來可避免方程式 (2.6) - (2.9) 中的時間差分項、過多的空間差分項以及 RASTA 和模式公式互異對  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場所造成的估計誤差。由於此實驗使用幾乎沒有誤差之  $T_E$  進行反演，因此實驗中提高泛函 (2.11) 中熱力方程之權重係數  $\alpha_4$  為 1。

反演結果的水平剖面如圖 3.5a、b 所示，藉由和模式的結果對照，可知反演的  $p'$  和  $\theta'$  場在水平上的分佈情形和值的大小都和模式非常相似；除此之外，反演的垂直結構亦和模式結果有很高的一致性，見圖 3.5c、d。反演的誤差值則如表 3.1 所示，擾動值介於 -80 至 70 帕的  $p'$ ，其 RMSE 只有 0.8157 帕，RRMSE 也只有 0.0537，即大約 5% 的相對誤差，SCC 則高達 0.9988，表示反演的  $p'$  和模式資料的相似度極高；而擾動值介於 -2K 至 1K 的  $\theta'$ ，RMSE 只有 0.0207K，RRMSE 則為 0.0647，SCC 亦高達 0.9983。

由此可見 RASTA 在地形下所使用的三維變分具有很高的精確度，不但可改進 GC78 垂直結構不足的問題，還能應用於地形上，只要  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場可以準確估計，RASTA 便能反演出準確的  $p'$  和  $\theta'$ 。

### 3.5 實驗二：以三維風場估計 $F$ 、 $G$ 和 $H$ 進行反演

和實驗一不同的是，本實驗將真正以三維風場來估計  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場。由實驗一可知 RASTA 在地形下所使用的三維變分計算確實可信，因此可以本實驗中的反演誤差做為驗證  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  估計公式（方程式 2.6、2.7、2.8 和 2.9）是否準確的依據，此為本實驗的第一個目的。另外，雷達一次體積掃描（Volume Scan）約需時 3 至 6 分鐘，依掃描策略和雷達特性而異，在雷達的反演問題中，此時間的長短將直接影響動量方程式中隨時間變化項（ $\partial/\partial t$ ）的估計，因此本實驗的第二個目的即在測試 RASTA 熱動力反演對於雷達時間解析度的敏感度。除此之外，本實驗嚐試對  $F$ 、 $G$  和  $H$  濾波、加入一階的亂流黏滯項以及使用 cubic-spline 函數估計隨時間變化項，期望能提升反演準確度。

### 3.5.1 實驗二之一：F、G、H和 $T_E$ 公式之驗證及時間解析度的敏感度測試

實驗方法是將三維風場代入 RASTA 的  $F$ 、 $G$  和  $H$  估計公式，即方程式 (2.6) - (2.8)，進行反演。由於此個案無考慮水氣且背景場為等熵大氣，由方程式 (2.9) 可知  $T_E$  為零。方程式中的隨時間變化項以差分公式

$$\frac{\partial U}{\partial t} \approx \frac{U^{\tau+\Delta t} - U^{\tau-\Delta t}}{2\Delta t}, \quad (3.14)$$

計算，其中  $U$  即  $u$ 、 $v$  和  $w$  三維風場， $\tau$  為欲反演的時間，即 1200 秒， $\Delta t$  為時間間隔，分別取  $\Delta t=12$  秒、60 秒、120 秒、180 秒和 300 秒進行反演。

反演的誤差值如表 3.1 所示， $\Delta t$  為 12 秒時， $p'$  的 RRMSE 為 0.2124，而  $\theta'$  的 RRMSE 竟高達 0.6104，顯示透過方程式 (2.6) (2.7) (2.8) 和 (2.9) 估計的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$ ，相較於實驗一直接以壓力和位溫擾動場計算的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  有一段差距，造成這誤差的主要原因可能來自於 RASTA 和 ARPS 所使用方程式的差異，若比較方程式 (3.1) - (3.4) 和方程式 (2.6) - (2.9) 的等號右邊諸項，可知 ARPS 的動量方程式比 RASTA 多了等號右邊第二、三項，即輻散阻尼項和亂流摩擦項，其中 ARPS 的亂流混合項是以 1.5 階的亂流動能閉合法 (1.5-order turbulent kinetic energy-based closure scheme) 估計；在熱力方程式中，若不考慮水氣的影響，ARPS 比 RASTA 多出了趨勢項和亂流混合項。這些都可能是誤差的來源。

在時間解析度的敏感度方面，如表 3.1， $p'$  和  $\theta'$  的 RMSE 和 RRMSE 皆隨著  $\Delta t$  增加而遞增，SCC 則遞減。若單獨討論，在  $p'$  方面，其 RMSE、RRMSE 和 SCC 在  $\Delta t$  小於 120 秒時的變動幅度並不大，RRMSE 大約為 0.20，SCC 則為 0.98； $\Delta t$  為 180 秒時，RRMSE 升至 0.361，SCC 降為 0.9501，仍在可接受範圍內； $\Delta t$  為 300 秒時，RRMSE 升至 0.5545，SCC

則降為 0.8954，顯示此時反演的值大小可能不是很準確，但正負區的分佈仍有正確的表現。而  $\theta'$  的反演結果則較不理想， $\Delta t$  為 12 秒時 RRMSE 就高達 0.6104，SCC 僅 0.7677， $\Delta t$  為 60 秒的結果和  $\Delta t$  為 12 秒時相差無幾； $\Delta t$  為 120 秒時 RRMSE 升高到 0.7835，SCC 則降至 0.6047；隨著  $\Delta t$  升高至 180 秒，其 RRMSE 值為 1.0389，已經超過 1，SCC 則降為 0.4127，也已低於 0.5； $\Delta t$  為 300 秒時 RRMSE 則為 1.5939，SCC 僅存 0.1838。綜而言之， $p'$  對於時間解析度較不敏感， $\theta'$  則易受時間解析度的影響，推究其原因可能和約束條件的多寡有關，若不包含一階濾波的作用， $p'$  有三個約束條件，而  $\theta'$  只有兩個約束條件。

圖 3.6 - 圖 3.8 分別為  $\Delta t=12$  秒、180 秒和 300 秒時 RASTA 反演的  $p'$  和  $\theta'$  垂直剖面。由圖可知，隨著  $\Delta t$  的增加， $p'$  的等值線會有些微彎曲的現象，但正負區的分佈和值的大小仍和模式輸出的結果相當一致；在  $\theta'$  方面，除了  $x$  在大約 23 公里及 40 公里的近地表處，隨著  $\Delta t$  的增加，會逐漸伸出一條暖舌而造成和模式結果反相的情形，大致上的分佈亦和模式相似，若對照此時的風場分佈，如圖 3.3，上述暖舌發生的區域正是風場變動幅度較大的地方，因此  $\theta'$  的誤差會因時間間隔變長而放大，而  $p'$  受的影響較小則是因為其有較多的約束條件。

### 3.5.2 實驗二之二：對 F、G 和 H 使用濾波器的反演結果

由於藉由風場以方程式 (2.6) - (2.9) 估計的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  所反演的  $\theta'$  不甚理想，本子實驗嚐試對  $F$ 、 $G$  和  $H$  濾波，以期能改善反演結果。實驗方法是對  $F$ 、 $G$  和  $H$  使用 RASTA 內建的 2-D least-square 濾波器，再進行反演。

反演結果如表 3.2 所示，2-D least-square 濾波器對反演結果有明顯的修正作用， $\Delta t$  越大時越顯著。當  $\Delta t$  為 180 秒時，濾波器將  $\theta'$  的 RRMSE 從 1.0389 降至 0.8782， $p'$  的 RRMSE 也從 0.3610 降至

0.277。由此可知，雖然以方程式 (2.6) - (2.9) 估計的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  所反演的  $\theta'$  不甚理想，藉由濾波器可作小幅度的修正， $p'$  的反演誤差亦可降低。

### 3.5.3 實驗二之三：加入一階亂流黏滯項的反演結果

由於當  $\Delta t$  為 12 秒時所反演的  $\theta'$  就有大約 0.6 的 RRMSE，由之前的討論知其原因可能和 RASTA 與模式公式互異有關，主要差別則在於亂流黏滯項和輻散阻尼項的估計與否，其中又以亂流黏滯項的影響較大，因此本子實驗嘗試以一階參數化的方法對 RASTA 的  $F$ 、 $G$  和  $H$  加入簡單的亂流黏滯項，期望能改善反演結果。

實驗所使用的一階參數化亂流黏滯項形式為：

$$D_u = - \left[ \left( \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{12}}{\partial y} \right) + \frac{1}{C_0} \frac{\partial \tau_{13}}{\partial \eta} + A \frac{\partial \tau_{11}}{\partial \eta} + B \frac{\partial \tau_{12}}{\partial \eta} \right], \quad (3.15)$$

$$D_v = - \left[ \left( \frac{\partial \tau_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{22}}{\partial y} \right) + \frac{1}{C_0} \frac{\partial \tau_{23}}{\partial \eta} + A \frac{\partial \tau_{21}}{\partial \eta} + B \frac{\partial \tau_{22}}{\partial \eta} \right], \quad (3.16)$$

$$D_w = - \left[ \left( \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{32}}{\partial y} \right) + \frac{1}{C_0} \frac{\partial \tau_{33}}{\partial \eta} + A \frac{\partial \tau_{31}}{\partial \eta} + B \frac{\partial \tau_{32}}{\partial \eta} \right], \quad (3.17)$$

其中

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \rho_0 K_{mh} D_{11}, & \tau_{12} &= \rho_0 K_{mh} D_{12}, & \tau_{13} &= \rho_0 K_{mv} D_{13}, \\ \tau_{21} &= \rho_0 K_{mh} D_{12}, & \tau_{22} &= \rho_0 K_{mh} D_{22}, & \tau_{23} &= \rho_0 K_{mv} D_{23}, \\ \tau_{31} &= \rho_0 K_{mh} D_{13}, & \tau_{32} &= \rho_0 K_{mh} D_{23}, & \tau_{33} &= \rho_0 K_{mv} D_{33}, \end{aligned}$$

$D_{ii}$  的定義則為

$$D_{11} = 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + A \frac{\partial u}{\partial \eta} \right), \quad D_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + B \frac{\partial u}{\partial \eta} + A \frac{\partial v}{\partial \eta},$$

$$D_{22} = 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} + B \frac{\partial v}{\partial \eta} \right), \quad D_{13} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{C_0} \frac{\partial u}{\partial \eta} + A \frac{\partial w}{\partial \eta},$$

$$D_{33} = \frac{2}{C_0} \frac{\partial w}{\partial \eta}, \quad D_{23} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{C_0} \frac{\partial v}{\partial \eta} + B \frac{\partial w}{\partial \eta},$$

$K_{mh}$  和  $K_{mv}$  為渦流黏滯係數 (eddy viscosity), 皆設為 500,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $C_0$  的定義和第二章方程式 (2.3) (2.4) 和 (2.5) 裡的定義同。加入亂流黏滯項後,  $F$ 、 $G$  和  $H$  可改以公式

$$F = -\rho_0 \frac{du}{dt} + D_u, \quad (3.18)$$

$$G = -\rho_0 \frac{dv}{dt} + D_v, \quad (3.19)$$

$$H = -\rho_0 C_0 \left( \frac{dw}{dt} + gq_r \right) + C_0 D_w, \quad (3.20)$$

計算。

反演結果如表 3.3 所示,  $\theta$  的反演結果有明顯的改善。 $\Delta t$  為 12 秒時,  $\theta$  的 RRMSE 從 0.6104 降至 0.4795;  $\Delta t$  為 60 秒和 120 秒時亦有不錯的修正幅度, RRMSE 分別從 0.642 和 0.7835 降至 0.5178 和 0.6854;  $\Delta t$  為 180 秒和 300 秒的結果也有些微的改善, 分別從 1.0389 和 1.5939 降至 0.9652 和 1.5449。而  $p$  的反演結果在  $\Delta t$  為 12 秒和 60 秒時 RRMSE 雖被少許的提高, 但影響不大; 在  $\Delta t$  為 120 秒、180 秒和 300 秒時則有些微的改善。

若對加入亂流黏滯項的  $F$ 、 $G$  和  $H$  使用 2-D 的 Least-Square 濾波器後再進行反演, 則反演誤差如表 3.4 所示, 大致而言  $\theta$  的反演結果比單獨加入亂流黏滯項和使用濾波器的效果都來得好, 可和表 3.2、表 3.3 比較,  $\Delta t$  為 120 秒時, RRMSE 為 0.6172 比單獨加亂流項的 0.6854 和僅使用濾波器的 0.7070 都來得低,  $\Delta t$  為 180 秒和 300 秒的反演結果亦有大幅度的修正。 $\Delta t$  為 12 秒、180 秒和 300 秒的反演垂直剖面則如圖 3.9 - 圖 3.11 所示。

圖 3.12 為使用濾波器和加入亂流黏滯項後, 反演結果的 RRMSE

隨著  $\Delta t$  的變化。對  $p'$  而言，在  $\Delta t$  較小時反演結果沒有明顯差異，至  $\Delta t$  大於 120 秒後，濾波器有顯著的修正效果，亂流項的修正作用則不明顯。而  $\theta'$  則是同時使用濾波器和加入亂流黏滯項的反演結果最好，若僅加入亂流黏滯項，則  $\Delta t$  較小時的反演結果較好， $\Delta t$  較大時濾波器的修正作用則優於亂流黏滯項。

### 3.5.4 實驗二之四：使用 cubic-spline 估計隨時間變化項的反演結果

本節開端曾經提到雷達一次體積掃描約需時 3 至 6 分鐘，相較於其它觀測儀器算是高時間解析度，但欲確實掌握天氣現象的即時變化還是略嫌不足，系統急速發展時以此時間解析度估計隨時間變化項會和實際情形有相當的出入，本子實驗則是嘗試以 cubic-spline 工具來解決此問題。方法是選取模式在第 900 秒、1200 秒和 1500 秒的三維風場，以 cubic-spline 擬合出最符合此三時間風場的圓滑曲線，再透過此曲線函數計算風場變化的趨勢，即風場隨時間的變化項，以期能減小此項的估計誤差。

一共設計了三個實驗來測試 cubic-spline 對反演的影響，在第一個實驗中，為了充分利用此三筆資料，先以方程式 (2.6) (2.7) 和 (2.8) 估計此三個時間的  $F$ 、 $G$  和  $H$  場，取其平均後濾波，再進行反演，驗證時亦是以三個時間的平均  $p'$  和  $\theta'$  為標準答案。第二個實驗則是和第一個實驗相同，但對三個時間的  $F$ 、 $G$  和  $H$  場加入一階亂流項。第三個實驗則是將  $F$ 、 $G$  和  $H$  中的隨時間變化項，由原本的差分公式 (方程式 (3.14)) 改由 cubic-spline 擬合曲線來計算，並對  $F$ 、 $G$  和  $H$  濾波。

反演的誤差值如表 3.5 所示，可和表 3.4 中  $\Delta t$  為 300 秒的反演結果比較。第一個實驗反演之  $\theta'$  的 RRMSE 僅有 0.7710，相較於表 3.4

中  $\Delta t=300$  秒的 1.2757 有相當程度的改善，SCC 值亦提高至 0.6188；而  $p'$  的 RRMSE 則可以被下修至 0.3090，圖 3.13 為模式輸出的結果，圖 3.14 則為 RASTA 反演的結果。第二個實驗反演結果之 RRMSE 雖略比第一個實驗高，但相較於原本的方法仍有明顯的改善。至於第三個實驗的反演結果則無法看出使用 cubic-spline 擬合曲線的明顯效益。

由此實驗可知，即使雷達資料的時間間隔長達 300 秒，仍可透過 cubic-spline 擬合曲線求取三個時間的風場隨時間變化項，計算  $F$ 、 $G$  和  $H$  後取其平均並進行反演，以提高反演的準確度。

### 3.6 實驗三：加入隨機誤差的敏感度測試

觀測誤差是難以避免的，實驗三的目的係為了測試 RASTA 熱動力反演對觀測誤差的敏感度，實驗方法是採用實驗一中計算的  $F$ 、 $G$  和  $H$ ，再對其加入隨機誤差以 RASTA 做熱動力反演。隨機誤差的公式為

$$A'(i, j, k) = A(i, j, k) + \varepsilon \times (2 \times rdn - 1) \times A(i, j, k), \quad (3.11)$$

其中  $A(i, j, k)$  為未加入誤差前的  $F$ 、 $G$  和  $H$ ，加入誤差後則為  $A'(i, j, k)$ ； $\varepsilon$  是誤差的最大幅度，實驗中將分別以  $\varepsilon=20\%$ 、 $35\%$ 、 $50\%$  和  $70\%$  測試； $rdn$  則為亂數產生器，其值介於 0 至 1 之間。

另外本實驗同時測試 RASTA 內建的 2-D least-square 濾波器能否消除隨機誤差對熱動力反演的影響，因此分別設計了 *non filter*、*a priori filter* 以及 *a posteriori filter* 三種實驗。其中 *non filter* 表示在反演過程中不做濾波，*a priori filter* 是先對  $F$ 、 $G$  和  $H$  濾波再進行反演，*a posteriori filter* 則是在反演後才對  $p'$  和  $\theta'$  濾波。

#### 3.6.1 反演結果對隨機誤差的敏感度

未加入隨機誤差前的  $F$  和  $H$  如圖 3.15 所示，由於本研究所使用的冷池是對稱的， $F$  和  $G$  的結構相同，在此僅繪出  $F$  場，加入 20% 隨機誤差後的  $F$  和  $H$  則如圖 3.16 所示，隨機誤差的擾動使得等值線變得較不平滑。反演結果的誤差值如表 3.6 的 No.2、3、4、5 所示，20%、30%、50% 和 70% 的隨機誤差使得  $p'$  的 RRMSE 從實驗一的 0.0537 分別升至 0.0824、0.096、0.1215 和 0.16； $\theta'$  的 RRMSE 則是從 0.0647 升至 0.1743、0.2201、0.3047 和 0.422，變動幅度比  $p'$  來得大。由此可知  $p'$  對於隨機誤差的敏感度較低， $\theta'$  較高。

### 3.6.2 使用濾波器的反演結果

若分別對不加入隨機誤差及加入隨機誤差後的  $F$ 、 $G$  和  $H$  場使用 *a priori* 濾波，則反演結果如表 3.6 的 No.6 - No.10 所示。在沒有加入隨機誤差的情況下使用 *a priori* 濾波器，將使得  $p'$  的 RRMSE 從實驗一的 0.0537 升高至 0.2176， $\theta'$  的 RRMSE 則是從 0.0647 增加至 0.1096，圖 3.17 為經過 *a priori* 濾波器平滑後的  $F$  和  $H$  場，由圖可知平滑後的訊號強度比原本的  $F$  和  $H$  弱，而致使反演結果失真並增加反演誤差。值得注意的是，加入隨機誤差後，*a priori* 濾波對於  $p'$  和  $\theta'$  的作用相當不同，在  $p'$  方面，濾波器不但不能降低反演誤差，反而會將其 RRMSE 提高至 0.22 左右；在  $\theta'$  方面，濾波器則可以降低因隨機誤差而升高的反演誤差，如表所示，加入 20%、30%、50% 和 70% 的隨機誤差後，使用濾波器分別可以將其 RRMSE 從 0.1734、0.2201、0.3047 和 0.422 降低至 0.1257、0.1424、0.1634 和 0.2064。*a priori* 濾波之所以對  $p'$  和  $\theta'$  有如此的差別待遇，吾人認為與隨機誤差和濾波器單獨提高反演誤差的程度有關，以  $p'$  為例，見表 3.6 的 No.2 和 No.6，使用 *a priori* 濾波的 RRMSE 為 0.2176，大於加入 20% 隨機誤差的 0.0824，此時濾波器不但不能降低因加入 20% 隨機誤差而升高的反

演誤差，反而會提高誤差值；對  $\theta'$  而言，使用 *a priori* 濾波的 RRMSE 為 0.1096，小於加入 20% 隨機誤差的 0.1734，此時濾波器可降低因隨機誤差而提高的反演誤差，見表 3.6 的 No.2 和 No.7。簡而言之，當濾波器的影響大於隨機誤差的影響時，濾波器非但不能補救隨機誤差所帶來的傷害，甚至會帶來二度傷害；而當濾波器的影響小於隨機誤差的影響時，濾波器可對反演結果做些微的補救。

使用 *a posteriori* 濾波的結果和 *a priori* 相似，對  $p'$  依然會過度修正隨機誤差而致使反演結果惡化，對  $\theta'$  依然可減低隨機誤差的影響，反演誤差值如表 3.6 的 No.11 - No.15 所示。

由於濾波器對  $p'$  和  $\theta'$  的反演結果作用不同，雖然可降低  $\theta'$  的反演誤差，卻會提高  $p'$  的誤差，在 RASTA 的熱動力反演中主宰  $\theta'$  反演結果的是  $H$ ， $p'$  則受  $F$ 、 $G$  和  $H$  的約束，因此試著在 35% 的隨機誤差下，只對  $H$  做 *a priori* 濾波，期望可同時兼顧  $p'$  的反演結果，並提高  $\theta'$  的準確度。反演結果如表 3.6 的 No.16 所示， $p'$  的反演雖影響不大， $\theta'$  的準確度反而降低了。另外，若只對  $F$  和  $G$  做 *a priori* 濾波， $p'$  的反演結果相較於對  $F$ 、 $G$  和  $H$  三者都做 *a priori* 濾波時差不多， $\theta'$  的準確度則是變差，見表的 No.17。若同時使用 *a priori* 和 *a posteriori* 兩種濾波方式，以 35% 隨機誤差做實驗，結果如表的 No.18 所示，反演的  $p'$  相對誤差將被惡化至 0.334， $\theta'$  則是會比不做濾波好，但比只做一次濾波來得差。

由以上之討論可得， $\theta'$  對隨機誤差的敏感度較高， $p'$  的敏感度較低；其次，RASTA 反演  $p'$  的能力是很強韌的，即使隨機誤差加至 70%，在沒有使用濾波器的情況下，其 RRMSE 仍只有 0.16 左右，若使用濾波器，其 RRMSE 仍可穩定的維持在 0.2 左右。 $\theta'$  在有隨機誤差時的反演結果雖然不如  $p'$  理想，但仍在可接受的範圍內，且可使用濾波器來改善。

### 3.6.3 與實驗二的 $F$ 、 $G$ 和 $H$ 比較

實驗二和本實驗未使用濾波器時的  $F$ 、 $G$  和  $H$  皆與“真實”的值有一段差距，也因此造成反演結果的誤差。不同的是，本實驗  $F$ 、 $G$  和  $H$  的瑕疵源自於引入隨機誤差，而實驗二則是導因於 RASTA 和模式公式互異。若以實驗一之  $F$ 、 $G$  和  $H$  為標準，並透過公式 (3.11) - (3.13) 計算本實驗及實驗二中  $\Delta t$  為 12 秒時之  $F$ 、 $G$  和  $H$  誤差值，如表 3.7 所示(同樣的在此僅列出  $F$  和  $H$ )， $\Delta t$  為 12 秒時， $F$  的 RRMSE 相當於加入 50% 的隨機誤差， $H$  則是和加入 20% 隨機誤差後的 RRMSE 值相去不遠。圖 18 和圖 19 分別為  $\Delta t$  為 12 秒及加入 50% 隨機誤差後的  $F$ 、 $H$  和實驗一  $F$ 、 $H$  的差值，可知由公式互異所造成的  $F$ 、 $H$  誤差是較有系統的，呈帶狀分佈；而隨機誤差的影響則是較凌散的。

除此之外，在本實驗與實驗二中，除了  $F$ 、 $G$  和  $H$  的估計方式不同之外，本實驗的  $T_E$  是以方程式 (2.5) 等號左邊各項估計，實驗二則是以方程式 (2.9) 計算，為了避免  $T_E$  所造成的誤差，將實驗二中  $\Delta t$  為 12 秒時的  $T_E$  改以方程式 (2.5) 計算，並提高其權重為 1，即和本實驗相同。反演結果如表 3.8 所示，雖然  $\Delta t$  為 12 秒時  $F$  和  $H$  的 RRMSE 分別和加入 50% 及 20% 隨機誤差相去不遠，但  $p'$  和  $\theta$  的反演誤差值皆比加入 50% 及 20% 隨機誤差後來得大。

### 3.7 實驗四：縮小反演範圍的敏感度測試

此實驗的目的則在測試當雷達未能窺得天氣系統全貌時，反演結果是否仍然可信，實驗設計了四種反演範圍：

- (1) D1：上邊界由上往下遞減，左右邊界固定，下邊界為地表。
- (2) D2：東邊界往西遞減，西邊界及上下邊界固定，下邊界為地表。

(3) D3 : 和(1)同，但下邊界為原始資料的第二高度層，亦即沒有地面資料。

(4) D4 : 和(2)同，但下邊界為原始資料的第二高度層，亦即沒有地面資料。

實驗中 D1 垂直方向的網格層數從 21 層逐漸遞減，用以測試垂直網格層數反演的影響，實驗結果顯示，垂直網格在（含）5 層上的效果都不錯，誤差的變動幅度也不大，垂直網格為 7 層的反演結果可見表 3.9 的 D1-1，其  $p'$  和  $\theta'$  的 RRMSE 分別僅有 0.0876 和 0.1990，SCC 也都在 0.99 以上；至點數降至三層， $p'$  的 RRMSE 升至 0.2577， $\theta'$  亦升至 0.4237；至點數降到剩兩層， $p'$  的 RRMSE 更是升到了 0.452， $\theta'$  的 RRMSE 也升到 0.7013，但其 SCC 值變動的幅度不大。圖 3.20 是垂直網格為 3 層的反演結果，可見高低壓、冷暖區的分佈和模式結果仍很相近。

在 D2 的反演過程中，東邊界的設定有三種方法，D2-1 是使反演範圍包含山峰，D2-2 是使東邊界剛好至山峰，D2-3 是反演範圍沒有包含山峰。結果如表 3.9 所示，涵蓋範圍愈大時，反演結果愈好，由 D2-1 和 D2-2 的實驗結果可知，當  $x$  方向網格點只剩 11 點時， $p'$  的 RRMSE 仍可維持在 0.1 以內， $\theta'$  的 RRMSE 也可維持在 0.2 以內；當  $x$  方向網格點只剩下 6 點時， $p'$  的 RRMSE 升至 0.3192 左右， $\theta'$  升到了 0.6753，反演的垂直剖面如圖 3.21 所示，溫度場右上角有大約 2x1 公里的暖區出現，和模式的結果相異，壓力的相位則幾乎和模式的相同。

D3 和 D1-2 的垂直層數相同，但涵蓋範圍是下面少了一層，而上面多了一層，從表格可知 D3 的相對誤差比 D1-2 高，但差異不大，除了可能是少了地面資料的原因造成之外，也有可能是涵蓋範圍的訊號大小所影響，D1-2 涵蓋冷池的主要訊號區，D3 則是偏冷池上方。至於 D4，可和 D2-3 比較，由表 3.9 知，雖然 D4 的垂直層數比 D2-3 少，但  $p'$  的表現卻毫不遜色，其 RRMSE 為 0.2052 比 D2-3 的 0.3192 少，

而  $\theta'$  的反演則比 D2-3 差一點。圖 3.22a、b 分別為 D3 和 D4 的  $\theta'$  垂直剖面，大致都和模式結果很相似。

由此可知，涵蓋範圍愈大，反演結果愈好；另外，涵蓋範圍所包含的系統訊號愈強，反演效果愈好；SCC 的變動幅度不大，皆維持在 0.99 以上，顯示反演結果和模式資料有相當的一致性。

### 3.8 實驗五：反演結果的時間連續性

此實驗之目的在測試 RASTA 熱動力反演方法隨時間序列的連續性，實驗方法係取模式時間從 900 秒至 1500 秒的資料進行反演。反演結果的 RRMSE 和 SCC 見圖 3.23， $p'$  的 RRMSE 隨著時間雖有跳動的情形，但仍維持在 0.11 以內，SCC 亦都在 0.994 以上；而  $\theta'$  的 RRMSE 隨著時間似有增加的情形，但仍維持在 0.14 以內，SCC 也都在 0.992 以上，其詳細的誤差值則如表 3.10 所示。由此可知，雖然反演是針對單一時間，但反演結果隨著時間有連續性。

### 3.9 實驗六：冷池初始位置的敏感度測試

由於前述實驗的冷池和地形都是對稱的，為測試當冷池掉落至地形上為非對稱結構時反演的誤差是否會增大，因而設計此實驗。實驗方法是將模式模擬之冷池往東方移動 4 公里，餘和實驗一相同。

反演結果的誤差如表 3.11 所示， $p'$  和  $\theta'$  的 RRMSE 分別為 0.0684 和 0.0847，雖比實驗一稍大，但仍算是非常精確。模式輸出的結果如圖 3.24 所示，反演結果則為圖 3.25，由圖可知不論在水平或垂直結構上，反演結果都和模式有相當的一致性，在地形上非對稱的冷池結構對反演結果影響不大。

### 3.10 實驗七：提高冷池初始擾動量的敏感度測試

前述實驗冷池的初始擾動皆為-4K，隨著時間的積分其訊號將衰減而愈來愈弱，本實驗則增加初始擾動的幅度，測試當訊號較強時反演的結果如何。實驗方法是將其初始擾動降低至-10K，模式積分三十分鐘後分別取 840 秒、960 秒和 1200 秒的資料做反演實驗。

反演結果如表 3.11 示， $p'$  的 RRMSE 皆在 0.1 以內， $\theta'$  亦都在 0.14 以內，顯示訊號強弱對反演的影響不大。圖 3.26 為 840 秒時模式模擬的結果，圖 3.27 則為反演的結果，和模式的結果有相當的一致性。

## 第四章 真實個案 - 納莉颱風之反演

經由前一章以理想個案測試 RASTA 在地形之下熱動力反演的可行性，知其反演結果有一定的可信度。因此本章將以 RASTA 反演一真實個案 - 納莉颱風，初步測試 RASTA 在實際個案方面的表現。

### 4.1 個案天氣現象描述

納莉颱風於 9 月 6 日在台灣東北方海面上生成，並於琉球那霸附近海域打轉徘徊多日，後終於在 9 月 16 日 21 時 40 分左右登陸台灣東北角，以豐沛的雨量但緩慢的速度由北至南重創台灣本島，經 49 小時後由台南安平附近出海，向西進入廣東省並減弱為熱帶性低壓，其路徑如圖 4.1 所示。

### 4.2 資料處理

本實驗使用氣象局五分山雷達站 (RCWF) 及民航局中正機場雷達站 (CAA) 資料。RCWF 雷達位於北緯  $25.0727^{\circ}$ ，東經  $121.7725^{\circ}$ ，時間解析度為六分鐘；CAA 雷達則位於北緯  $25.0694^{\circ}$ ，東經  $121.2080^{\circ}$ ，時間解析度為五分鐘，其位置如圖 4.2。

實驗以 RASTA 進行資料處理，其中包含在雷達座標之下去除地形回波 (ground clutter)、資料填補 (patch) 和訂正風場折疊 (unfold)，將資料內插至追隨地勢座標之下後進行雙都卜勒風場合成，由於在基線區 (base line) 兩座雷達的風場同值異號無法合成，因此選取基線南側及北側的兩個區域進行風場合成，分別稱其為 A 及 B 區，若以 RCWF 雷達為原點，則 A 區的範圍為  $x$  從 -60 到 40 公里， $y$  從 -105 到 -5 公里，B 區為  $x$  從 -80 到 20 公里， $y$  從 5 到 105 公里，CAA

雷達則位於 ( -56.92, -0.37 ) 公里處，如圖 4.2，圖 4.3 為其地形分佈，欲合成的時間為 2001 年 9 月 16 日 1500UTC、1600UTC 和 1700UTC，此時 A 區將包含颱風眼及眼牆等主要結構，亦為本實驗欲進行熱動力反演的範圍，B 區則是包含颱風眼牆較外側的環流，合成的垂直網格解析度皆為 0.75 公里。

經由合成得到三維風場和回波場後，即可藉由方程式 ( 2.6 ) - ( 2.8 ) 以及 ( 2.10 ) 估計  $F$ 、 $G$  和  $H$  場。由於納莉颱風的移速緩慢，可假設其為恆定狀態 ( steady state )，因此忽略方程式中的趨勢項 (  $\partial/\partial t$  )。背景場的設定則假設為：

$$\theta_{v0} = \theta_{v00} e^{(0.0287z)} \quad (4.1)$$

$$\rho_0 = \rho_{00} e^{(-0.1z)} \quad (4.2)$$

$$p_0 = p_{00} + 10\rho_{00}g(e^{-0.1z} - 1) \quad (4.3)$$

$$T_0 = p_0 / \rho_0 R \quad (4.4)$$

其中  $\theta_{v00}$ 、 $\rho_{00}$  和  $p_{00}$  分別為 300K、 $1.23\text{kgm}^{-3}$  和 101325 帕，代表虛雲位溫、密度和壓力在地表的值， $z$  為每個網格點的實際高度，單位為公里。 $T_E$  場則忽略方程式 ( 2.9 ) 中的  $q_v$ 、 $q_v's$  和  $q_c$ ，僅估計等號右邊第二項。

### 4.3 回波和三維風場運動結構

在所選取的時間範圍內 ( 1500UTC - 1700UTC )，納莉颱風的回波場依然維持在一定的強度，風場則正在明顯減弱。圖 4.4 為 1500UTC 時，回波場在  $z=3\text{km}$  高度的水平剖面，可見隨著颱風眼旋轉的較大回波區 (  $>30\text{dBz}$  )，在眼心東北方還有大於 40dBz 的強回波區，1600UTC 和 1700UTC 亦有類似的結構，但眼心東北方的強回波區則較零散，見圖 4.5 和圖 4.6。而回波的垂直結構則是隨著高度漸弱，如圖 4.7，為 1500UTC 回波在  $x=-35$  公里處的  $y-z$  垂直剖面。

另一方面，從風場可以明顯看出颱風環流減弱的情形，圖 4.8 - 圖 4.10 分別為 1500UTC、1600UTC 和 1700UTC 在  $z=3\text{km}$  處的水平風向量，除了有明顯的颱風環流結構外，風向量長度隨著時間有變短的趨勢。由於  $y=-5$  至 5 公里剛好在基線區無法合成，但從圖可看出在  $y=-5$  至 15 公里處似有風場輻合。圖 4.11 則為 1500UTC 風向量在  $x=-35$  公里處的  $y-z$  垂直剖面，可明顯看到風沿著地形的抬升作用。

#### 4.4 反演之壓力與位溫擾動場

進行熱動力反演的區域為基線南側包含颱風主要結構的 A 區，反演的時間則為 1500UTC、1600UTC 和 1700UTC，反演結果如圖 4.12 - 圖 4.14 所示。1500UTC 時，從  $z=3$  公里高的水平剖面可看出颱風明顯的低壓和暖心結構。如圖 4.12a，中心最低氣壓擾動值為 -455 帕，大約位於  $x=-10$  到 10 公里， $y=-45$  至 -35 公里的區域，擾動氣壓的等值線密集；至於位溫擾動場，由圖 4.12b 可知颱風眼及其周圍都是暖區，在眼心南側及西側有兩個極大值。反演的垂直結構則如圖 4.12c、d 所示，氣壓擾動值隨高度遞減，暖心的範圍則是在 5 公里以下。

1600UTC 的反演結果在  $z=3$  公里的水平剖面如圖 4.13a、b，仍可明顯看出颱風的主要結構，且暖心和中心最低氣壓擾動的位置較一致，氣壓擾動等值線仍密，中心最低值為 -401 帕，暖心則比 1500UTC 時稍弱；垂直結構方面，氣壓擾動的分佈情形和 1500UTC 相似，暖心的範圍亦在 5 公里以下，但其位置和低壓中心較一致，見圖 4.13c、d。

至 1700UTC，低壓結構明顯消弱，擾動氣壓的等值線比 1500UTC 及 1600UTC 稀疏，位溫擾動場亦變得散亂而看不出明顯的暖心結構，如圖 4.14a、b；在垂直結構方面，如圖 4.14c、d，氣壓擾動場的等值線雖可約略看出颱風的低壓結構，但已很稀疏，位溫擾動場則是散

亂而看不出颱風的主體結構。

由上面的討論可知，雖然引用了很多假設，RASTA 仍可反演出颱風的主要的低壓和暖心結構，及其隨著時間消弱的情形。

## 第五章 結論與未來展望

### 5.1 結論

本研究嘗試在地形上以都卜勒風場反演熱動力場，方法是將動量及熱力方程式轉至追隨地勢座標後，透過三維變分分析求出一最合適解，實驗係先使用模式模擬一簡單的理想個案做驗證，之後並將此反演方法應用到一實際個案 - 納莉颱風，做初步的測試。

在理想個案方面，由上面各章節的討論，可以得到以下的結論：

1). RASTA 在地形下所使用的三維變分公式確實可信，且其熱動力反演法不但可改進 GC78 垂直結構不足的問題，還可應用於地形上，只要能準確估計  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場，RASTA 便能反演出準確的  $p'$  和  $\theta'$ 。

2). RASTA 的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  估計公式尚有改善空間，在風場變動幅度較大的地方容易造成誤差，但藉由加入簡單的亂流黏滯項和使用濾波器可降低誤差。

3). 由於關於氣壓擾動的約束條件多於位溫擾動，因此氣壓擾動場的反演結果比位溫擾動場準確。

4). 氣壓擾動場對時間解析度的敏感度較低，在時間間隔為五分鐘以內，反演結果都和模式有不錯的一致性；而位溫擾動場對時間解析度的敏感度則較高，雖然反演結果仍和模式結果相似，但隨著時間間隔加長，在風場變動幅度較大的地方容易出現反相的情形。

5). 當雷達資料時間間隔過長時，透過 cubic-spline 擬合曲線求取連續三個時間的風場隨時間變化項，計算  $F$ 、 $G$  和  $H$  後取其平均，以反演天氣系統的  $p'$  和  $\theta'$  在此三個時間內的平均狀態，可降低反演誤差。

6).  $p'$  對於觀測誤差的敏感度較低， $\theta'$  則較敏感，但可透過濾波器來補救觀測誤差所帶來的影響。

7). 即使縮小反演範圍，RASTA 的反演結果仍和模式資料有很高的一致性。

8). 反演結果隨時間具有連續性。

在實際個案方面，雖然基於儀器及資料質量的限制，引用若干不得已的假設，其中包含假設納莉颱風為恆定狀態、 $q_v$ 、 $q_v'$ 和  $q_c$  的貢獻可略及環境背景場由方程式 (4.1) - (4.4) 所構成等，RASTA 仍可反演出颱風主要的低壓和暖心結構，及其隨時間消散的情形。

## 5.2 未來展望

由於以風場計算的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場和直接以壓力和位溫擾動計算的  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  有一段差距，而致使反演的  $\theta'$  的誤差在高時間解析度的情況下就有不小的誤差，因此未來希望能夠找到更準確估計  $F$ 、 $G$ 、 $H$  和  $T_E$  場的方法。隨著資料時間間隔的增加，在風場變動幅度較大的地方反演誤差會愈來愈大，因此若要得到可信的熱動力場，必須提高雷達資料的時間解析度，此可做為日後觀測時調整雷達掃描策略的依據。另外，本研究並沒有考慮水氣的作用，且係以一簡單的冷池和理想地形做初步驗證，未來可望將水氣作用也納入其中，並使用實際天氣個案的模擬資料，在複雜的真實地形下做較完整的驗證。

## 參考文獻

- 鄧仁星, 2001: 利用三維變分的新熱動力反求法 - 應用於真實的雷達風場及其與傳統方法之比較。第十五 十六屆天氣分析與預報研討會, 2001年11月16日, 台灣台北, 247-254
- Bonesteel, R. G., and Y. J. Lin, 1978: A study of updraft-downdraft interaction based on perturbation pressure and single-Doppler radar data. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 62-68.
- Gal-Chen, T., 1978: A method for the initialization of the anelastic equations: Implications for matching models with observations. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 587-606.
- Gal-Chen, T., and R. A. Kropfli, 1984: Buoyancy and pressure perturbations derived from Dual-Doppler radar observations of the planetary boundary layer: Applications for matching models with observations. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 3007-3020.
- Hane, C. E., and B. C. Scott, 1978: Temperature and pressure perturbations within convective clouds derived from detailed air motion information: Preliminary testing. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 654-661.
- Hane, R. B. Wilhelmson and T. Gal-Chen, 1981: Retrieval of thermodynamic variables within deep convective clouds: Experiments in three dimensions. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 564-576.
- Hane, and P. S. Ray, 1985: Pressure and buoyancy fields derived from Doppler radar data in a tornadic thunderstorm. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 18-35.
- Hauser, D., F. Roux and P. Amayenc, 1988: Comparison of two methods for the retrieval of thermodynamic and microphysical variables from Doppler radar measurements: Application to the case of a tropical squall line. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 1285-1303.
- Kropfli, 1984: Buoyancy and pressure perturbations derived from Dual-Doppler radar observations of the planetary boundary layer: Applications for matching models with observations. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 3007-3020.
- Leise, J. A., 1978: Temperature retrieval from dual-Doppler radar wind

- field data. *Preprint th 18 Conf. On Radar Meteorology*, Atlanta, Amer. Meteor. Soc., 94-99.
- Liou, Y. C., 2001: The Derivation of Absolute Potential Temperature Perturbations and Pressure Gradients from Wind Measurements in Three-Dimensional Space. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **18**, 577–590.
- Liou, Y.-C., T.-C. Chen Wang, and K.-S., Chung, 2003: A three-dimensional variational approach for deriving the thermodynamic structure using Doppler wind observations—An application to a subtropical squall line. *J. Appl. Meteo.*, **42**, 1443-1454.
- Lin, Y.-J., T.-C. Chen Wang, R. Pasken, H. Shen, and Z.-S. Deng, 1990: Characteristics of a subtropical squall line determined from TAMEX dual –Doppler data. Part II: Dynamic and thermodynamic structures and momentum budgets. *J. Atmos. Sci.*, **47**,2382-2399.
- Liu, D. C., and J. Nocedal, 1988: On the limited memory BFGS method for large scale optimization. Tech. Rep. NAM 03, Department of Electric Engineering and Computer Science, Northwestern University, 26 pp. [Available from Department of Electric Engineering and Computer Science, Northwestern University, Evanston, IL 60208.]
- Roux, F., J. Testud, M. Payen and B. Pinty, 1984: West Africa squall-line thermodynamic structure retrieved from Dual-Doppler radar observations. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 3104-3121.
- Roux, 1985: Retrieval of thermodynamic fields from Multiple-Doppler radar data using the equations of motion and the thermodynamic equation. *Mon. Wea. Rev.*, **113**, 2142-2157.
- Roux, 1988: The West African squall line observed on 23 June 1981 during COPT 81: Kinematics and thermodynamics of the convective region. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 406-426.
- Roux, and J. Sun, 1990: Single-Doppler observations of a West African squall line on 27-28 May 1981 during COPT 81: Kinematics, thermodynamics and water budget. *Mon. Wea. Rev.*, **118**, 1826-1854.
- Sun, J., and F. Roux, 1988: Thermodynamic structure of the trailing stratiform regions of two West African squall lines. *Ann. Geophys.*, **6**, 659-670.
- Sun, and R. A. Houze Jr., 1992: Validation of thermodynamic retrieval

technique by application to a simulated squall line with trailing stratiform precipitation. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1003-1018.

Teng, J.-H., C.-S. Chen, T.-C. Chen Wang, and Y.-L. Chen, 2000: Orographic effects on a squall-line system over Taiwan. *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 1123-1138.

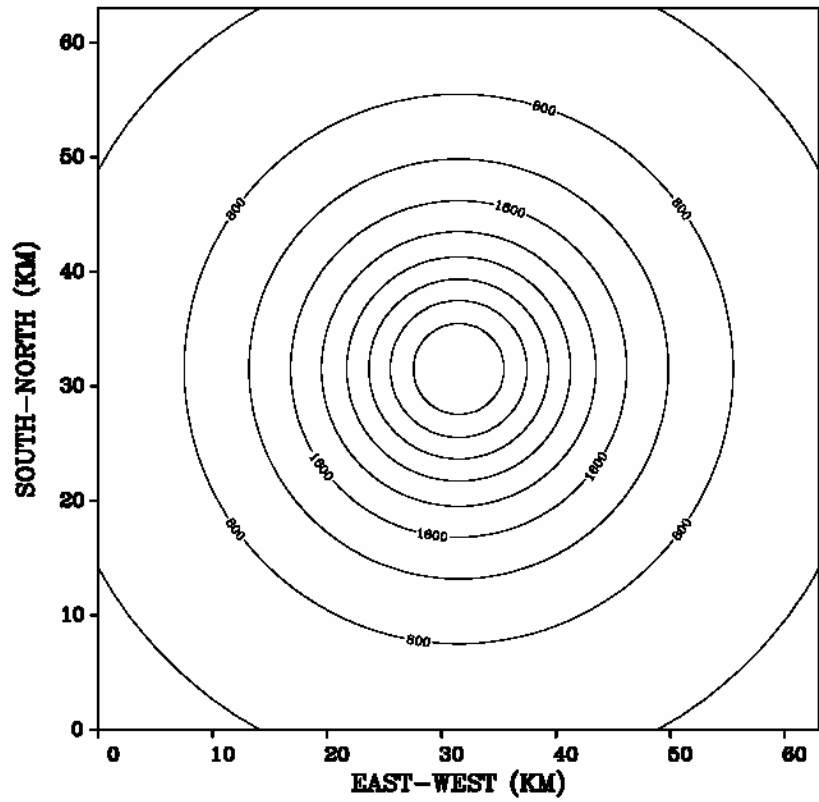


圖 3.1 理想地形的等高線，等值線的間距為 400 公尺，中心最高為 4000 公尺。

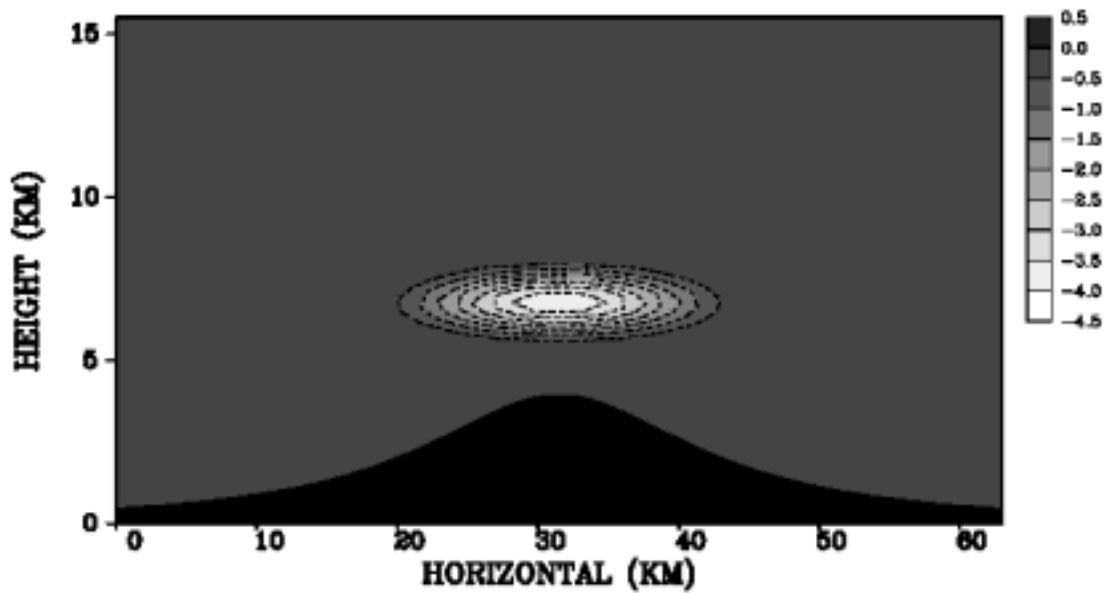


圖 3.2 理想地形通過中心的垂直剖面及冷池的初始擾動，冷池中心的極值為 -4K，等值線和陰影之間距為 0.5K。

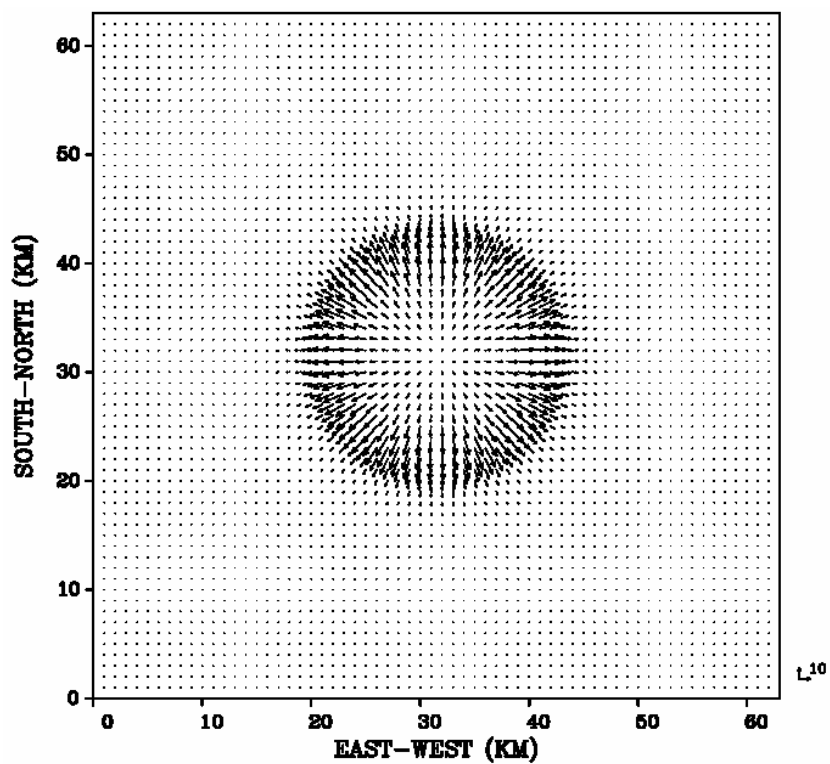


圖 3.3a 模式 1200 秒時風向量在底層的水平剖面。

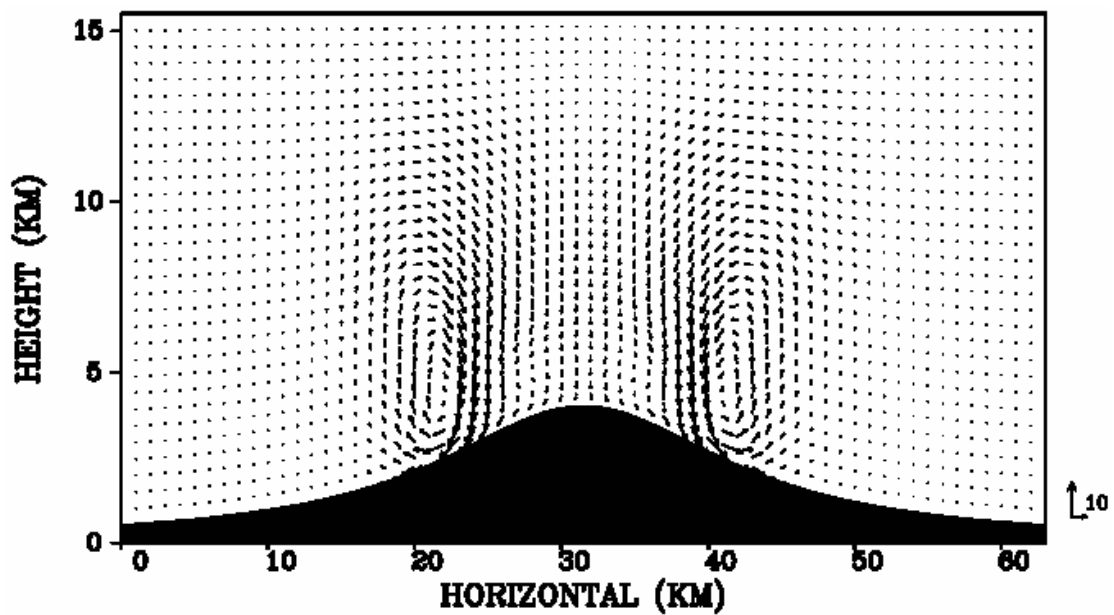


圖 3.3b 模式 1200 秒時風向量在通過地形中心的垂直剖面。

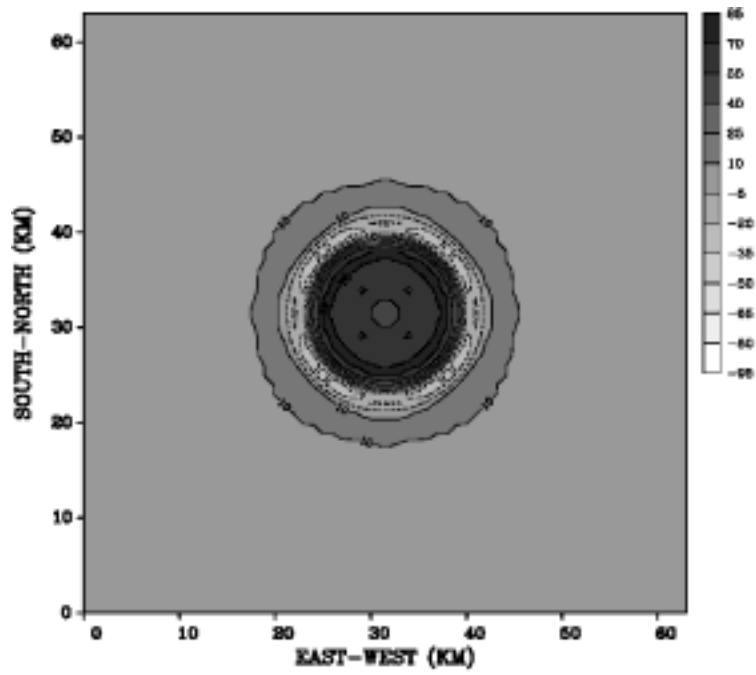


圖 3.4a 模式在 1200 秒時  $p'$  的底層水平剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

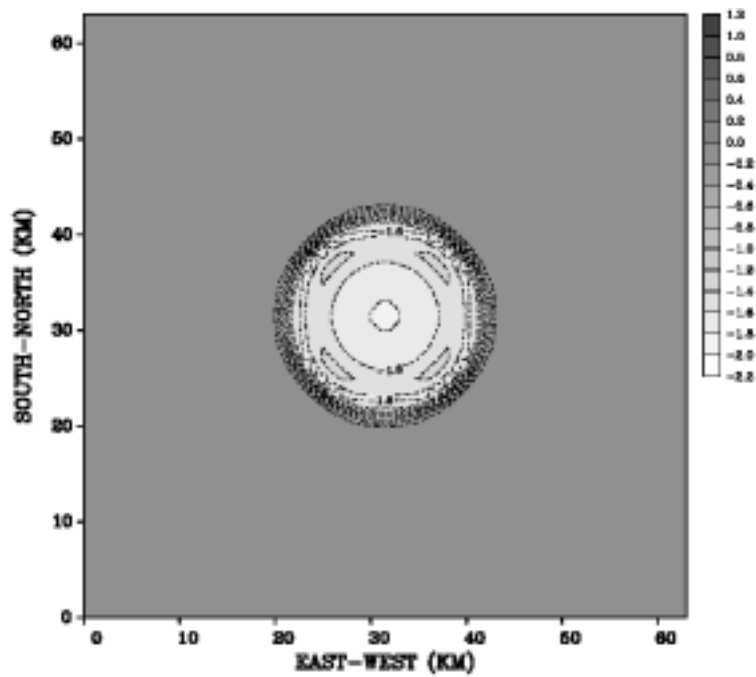


圖 3.4b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

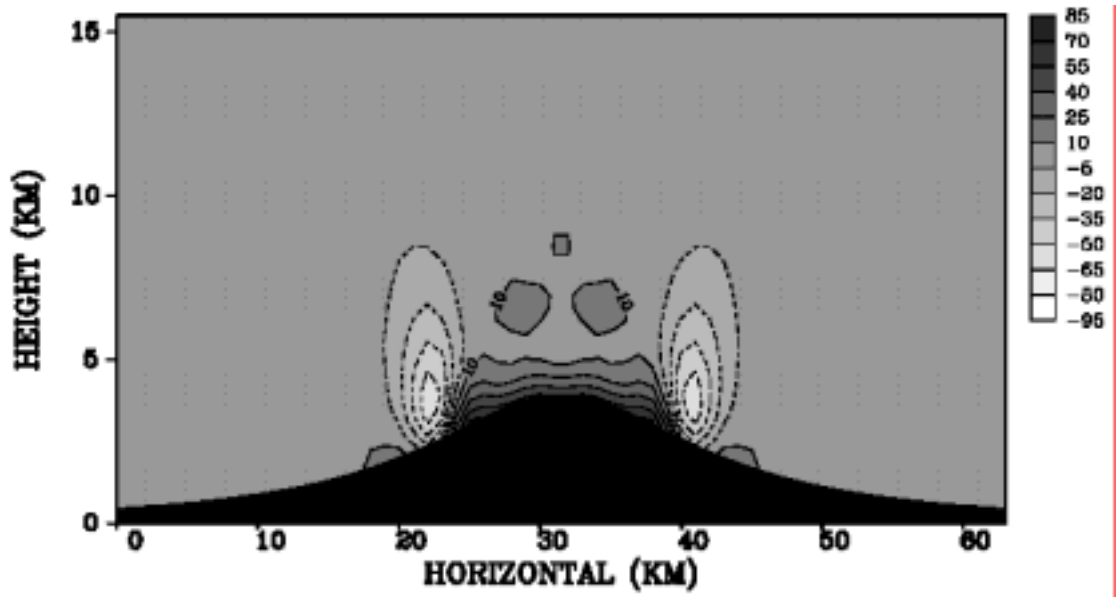


圖 3.4c 模式在 1200 秒時  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

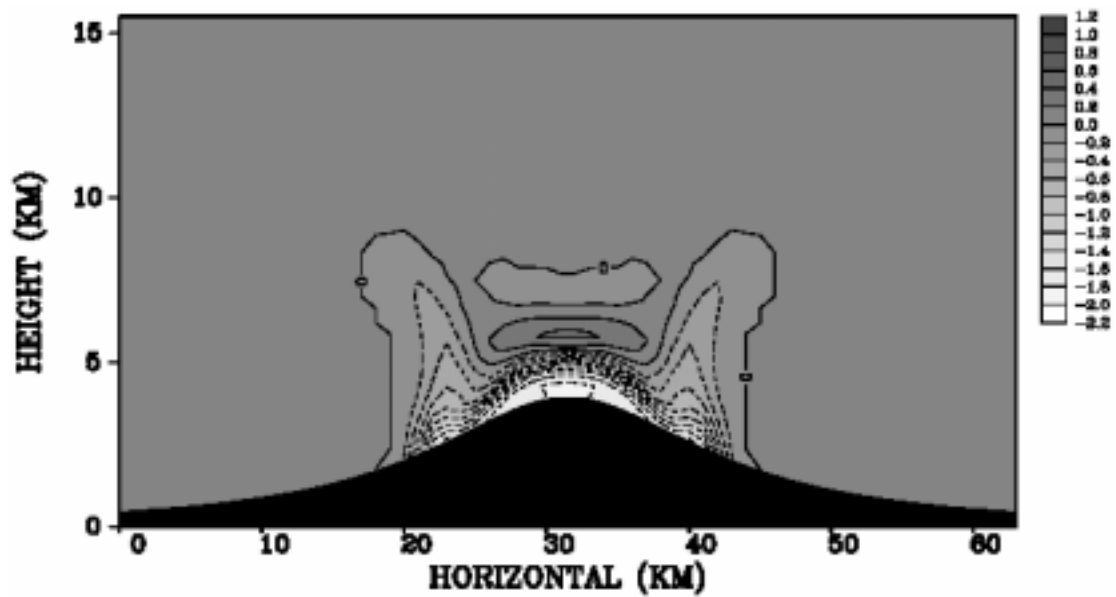


圖 3.4d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

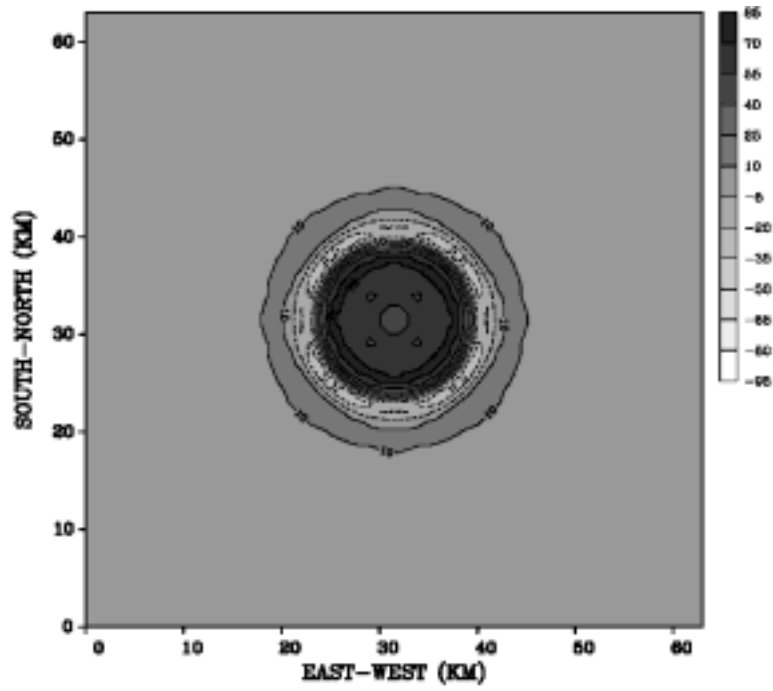


圖 3.5a 實驗一，RASTA 反演  $p'$  的底層水平剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

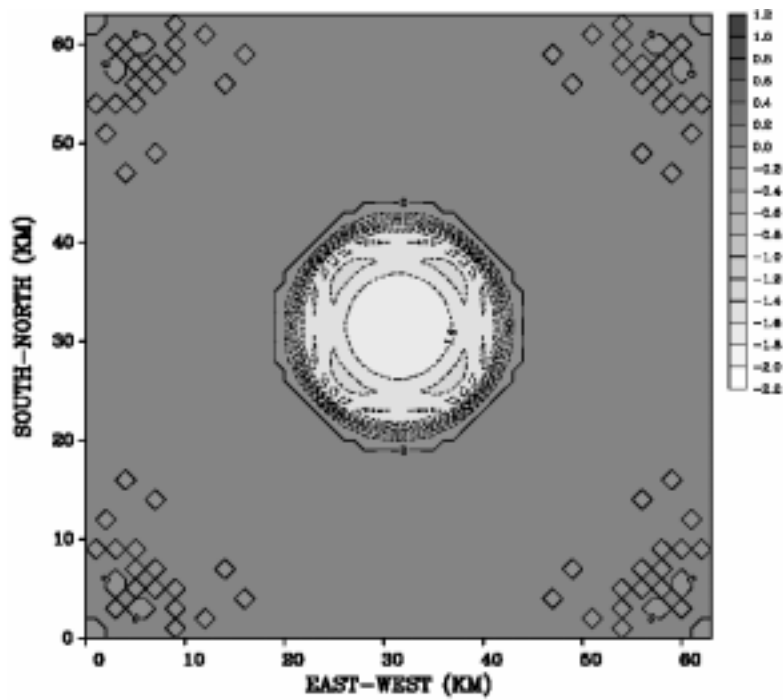


圖 3.5b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

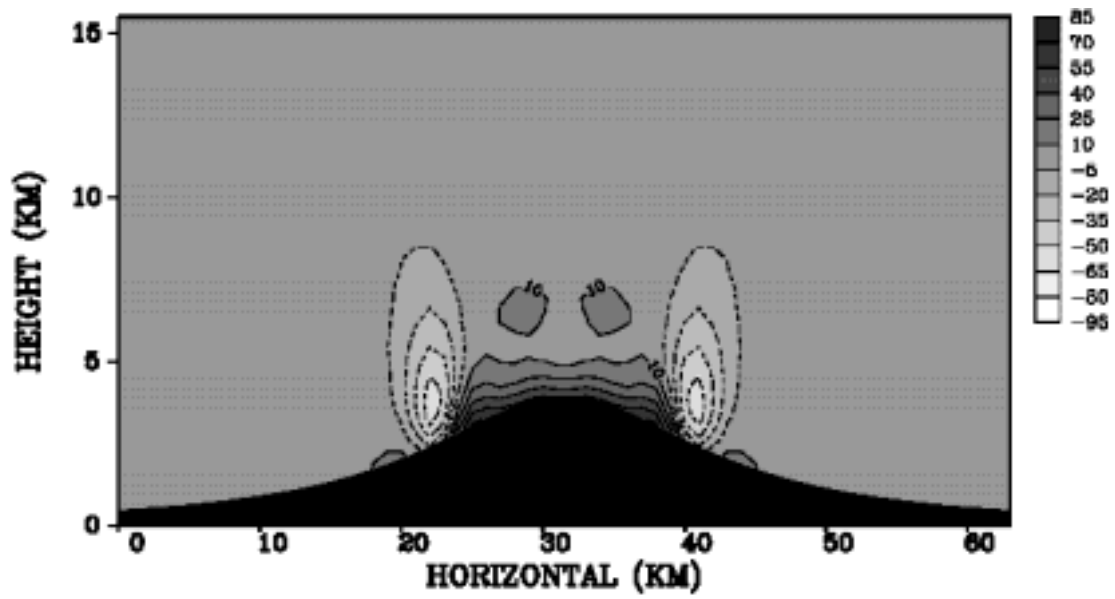


圖 3.5c 實驗一，反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

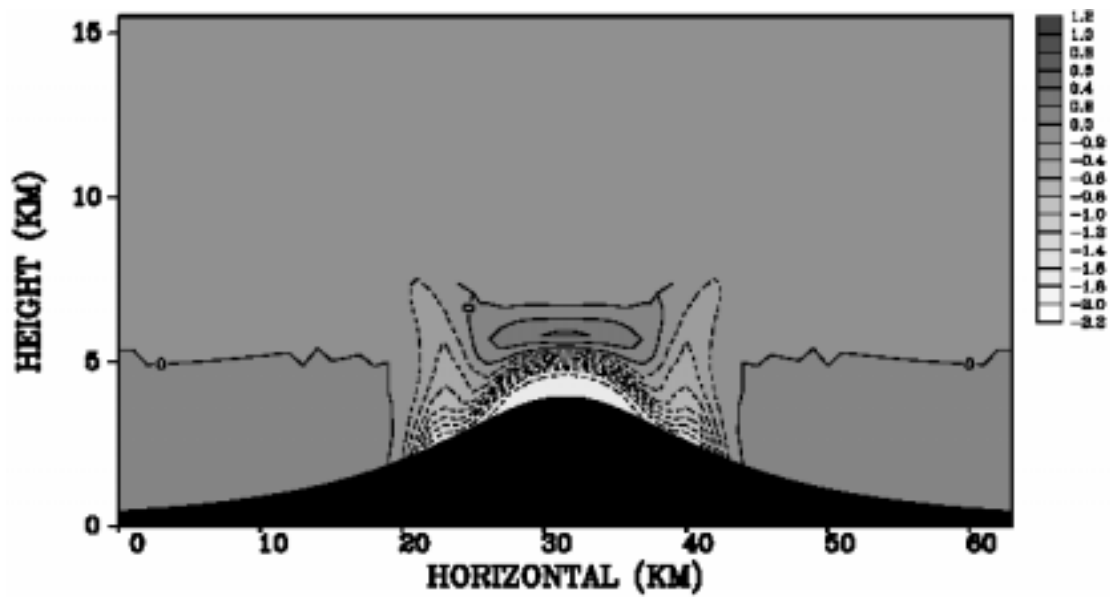


圖 3.5d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

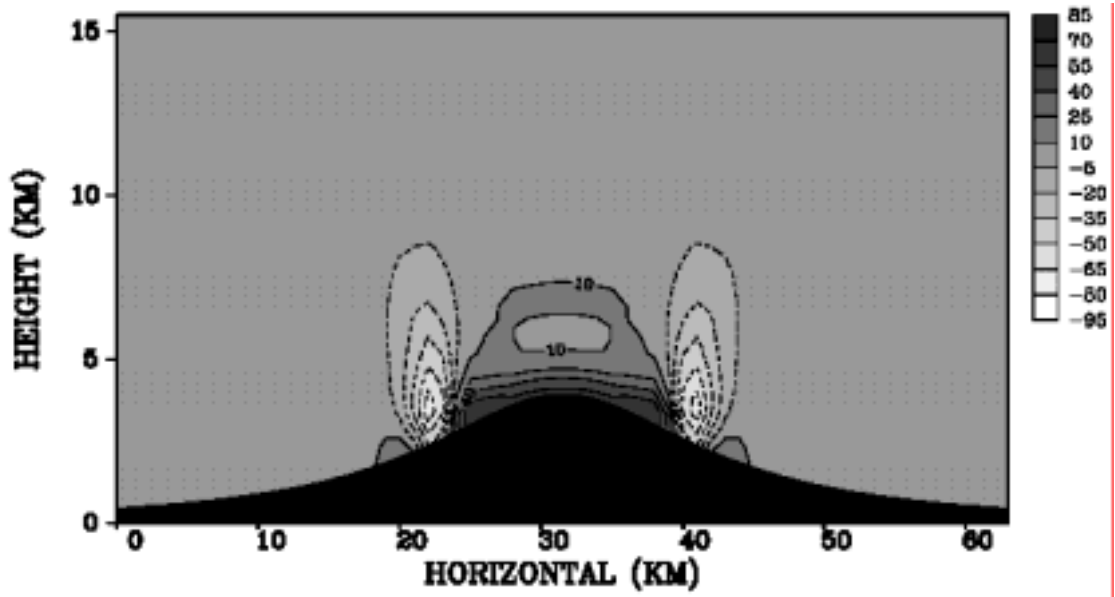


圖 3.6a 實驗二，以  $\Delta t=12$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

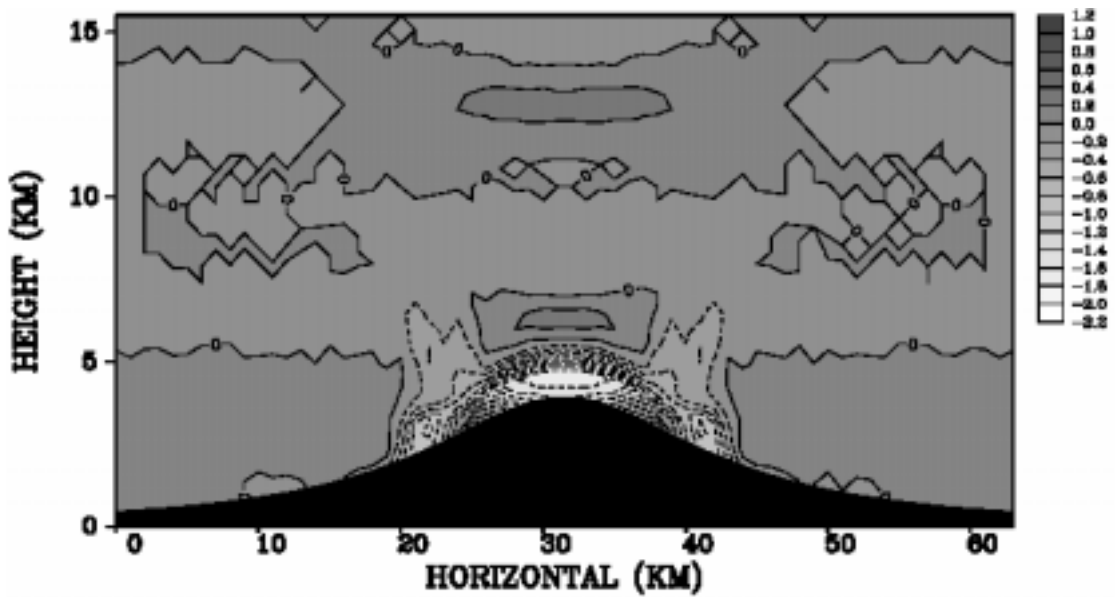


圖 3.6b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

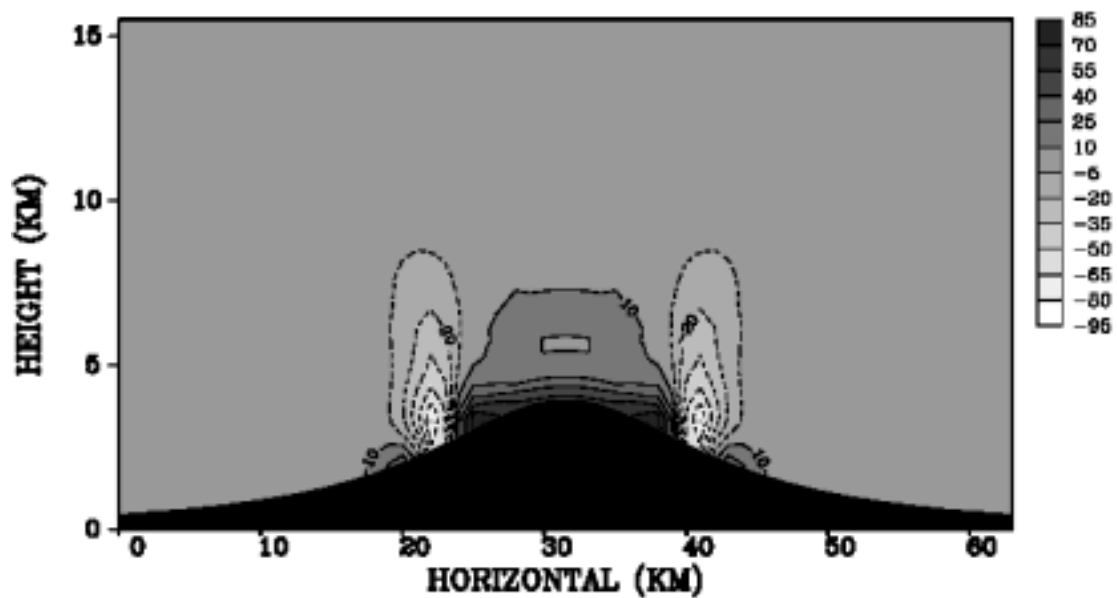


圖 3.7a 實驗二，以  $\Delta t=180$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

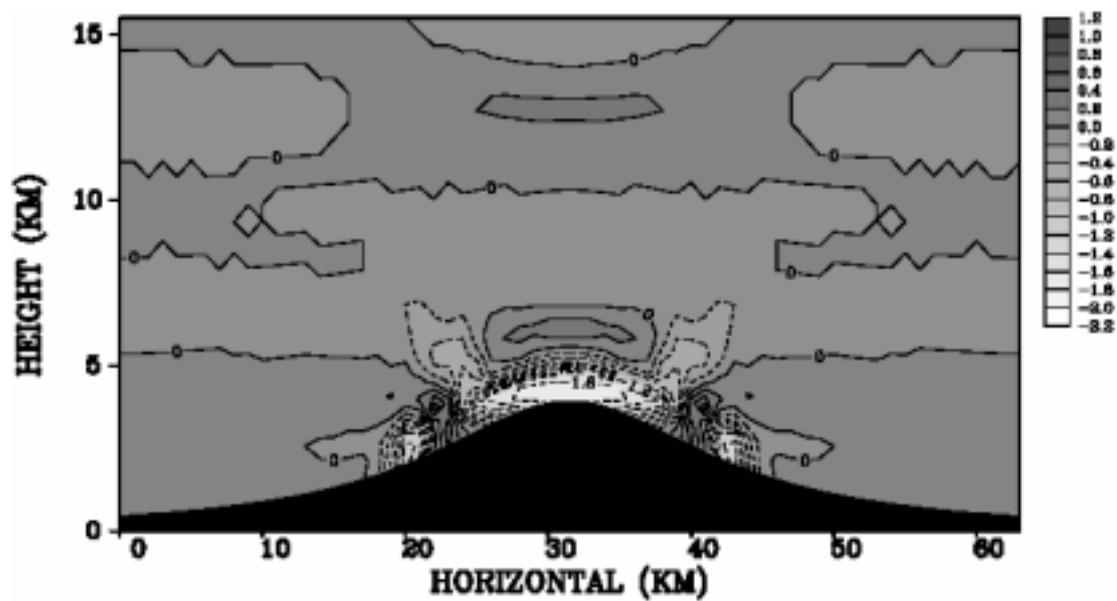


圖 3.7b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。



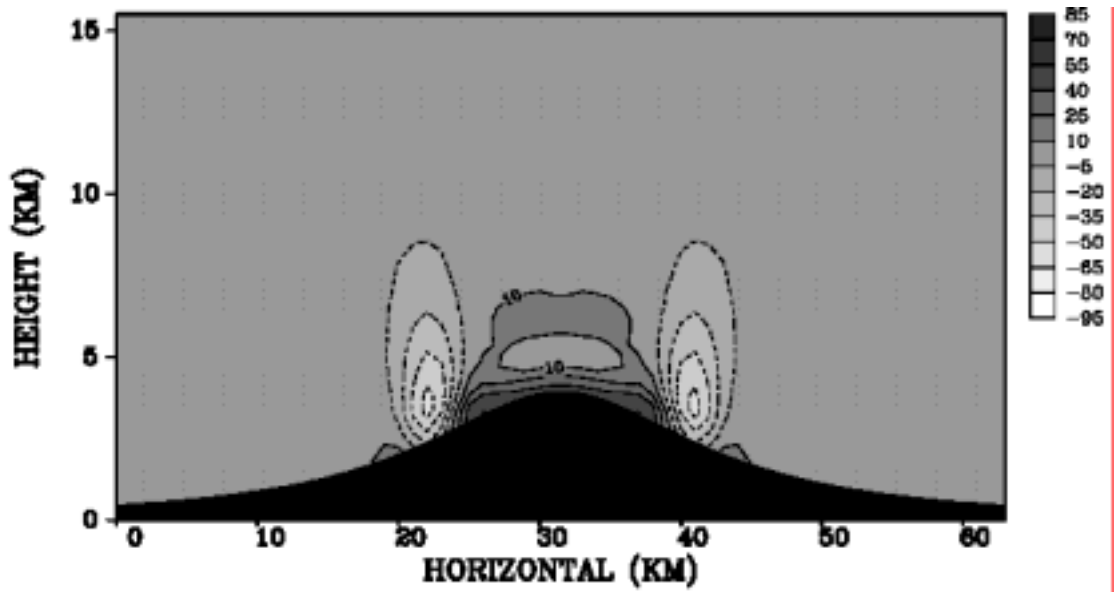


圖 3.9a 實驗二，加入亂流黏滯項和使用濾波器，以  $\Delta t=12$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

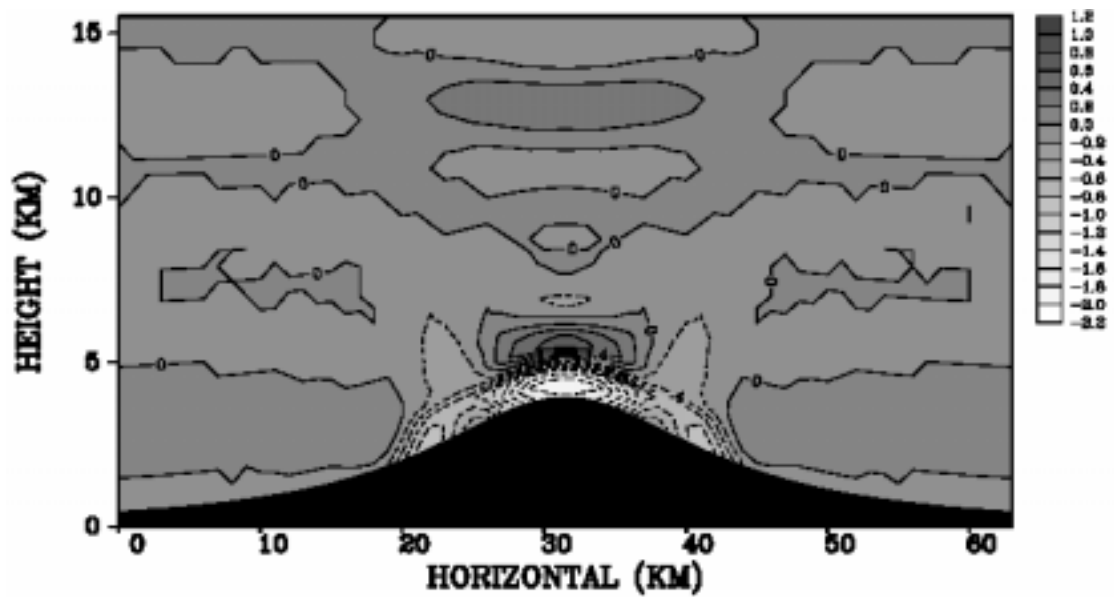


圖 3.9b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

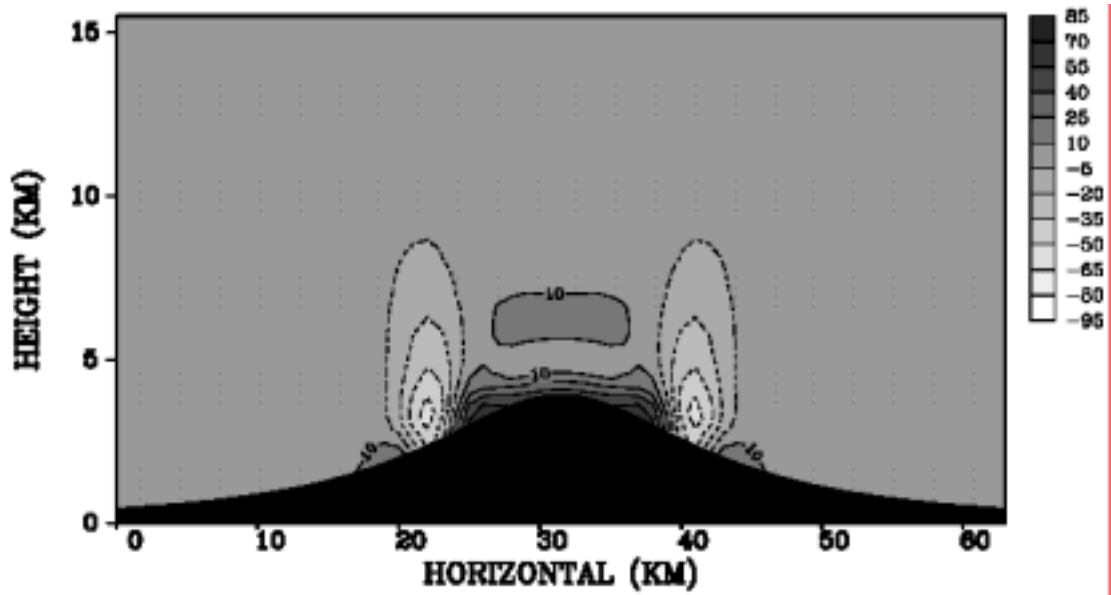


圖 3.10a 實驗二，加入亂流黏滯項和使用濾波器，以  $\Delta t=180$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

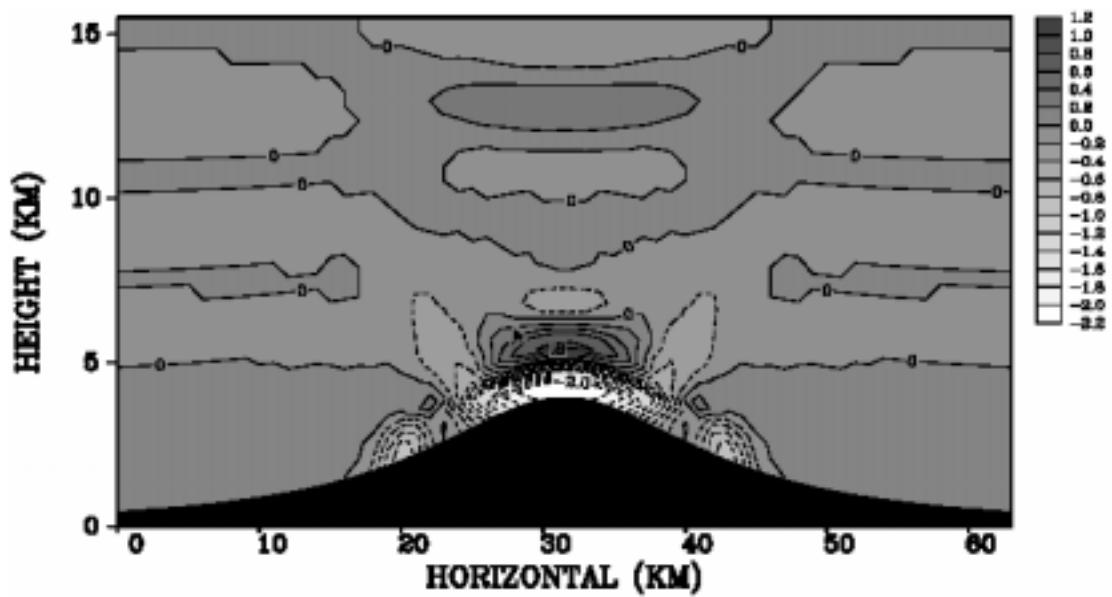


圖 3.10b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

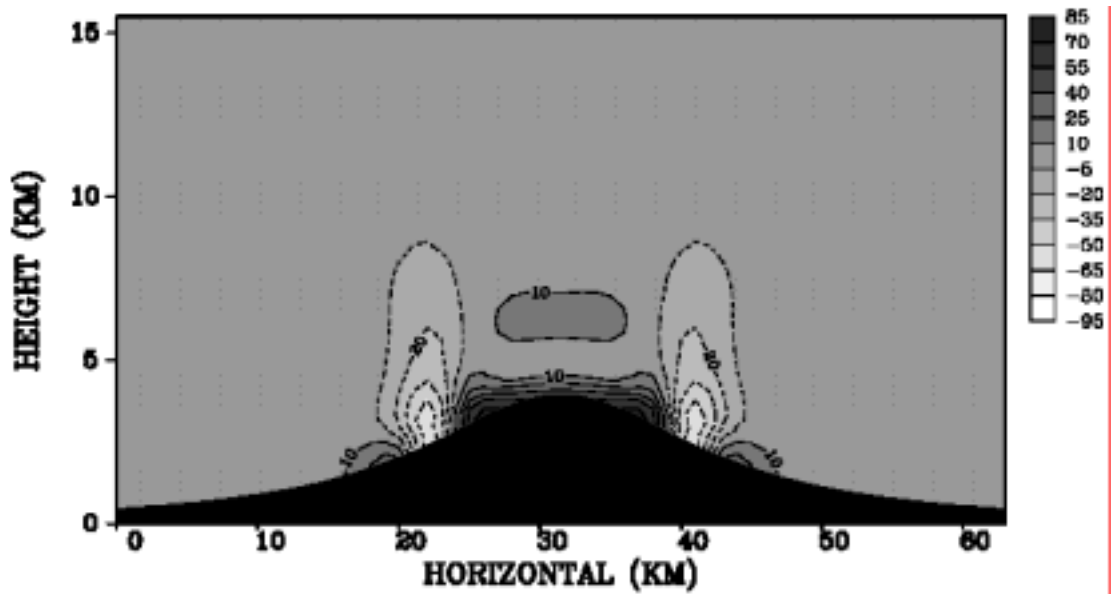


圖 3.11a 實驗二，加入亂流黏滯項和使用濾波器，以  $\Delta t=300$  秒反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

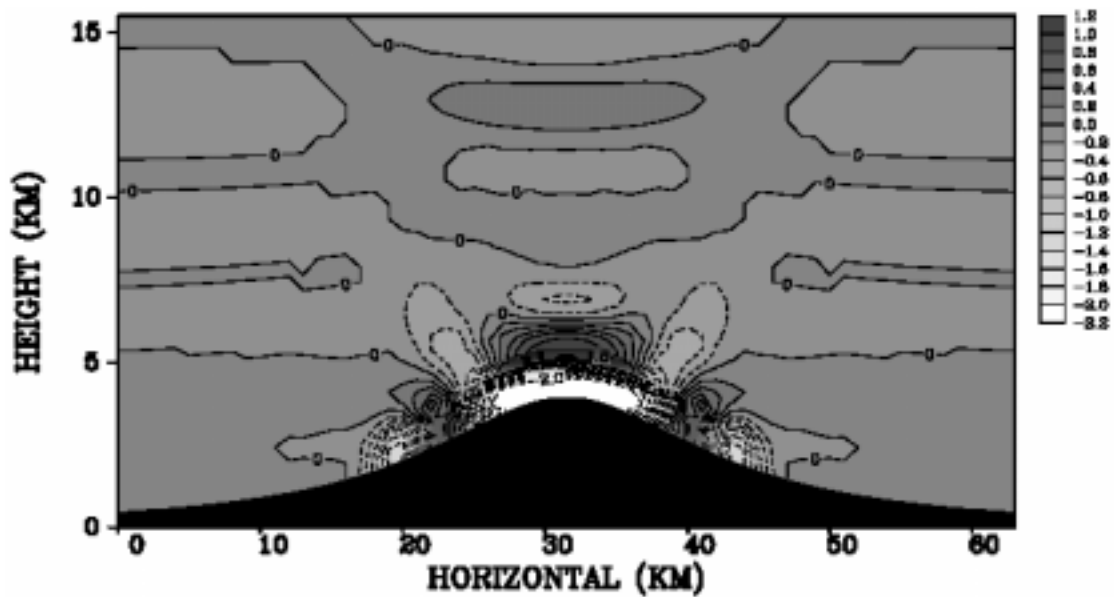


圖 3.11b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

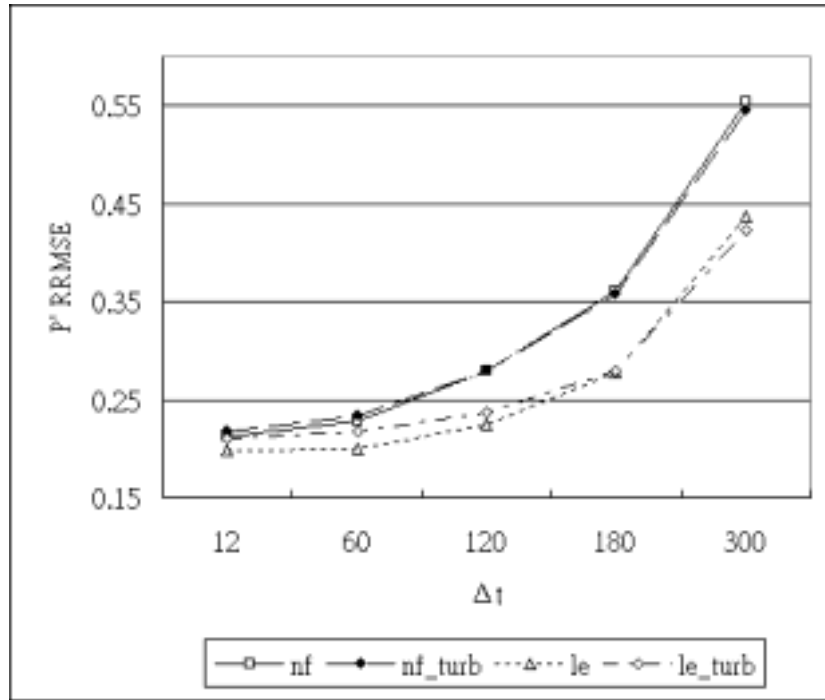


圖 3.12a 實驗二中  $p'$  之 RRMSE 隨  $\Delta t$  之變化曲線，其中 nf 為不使用濾波器及加入亂流項，nf\_turb 為僅加入亂流項，le 為僅使用濾波器，le\_turb 加入亂流項及使用濾波器。

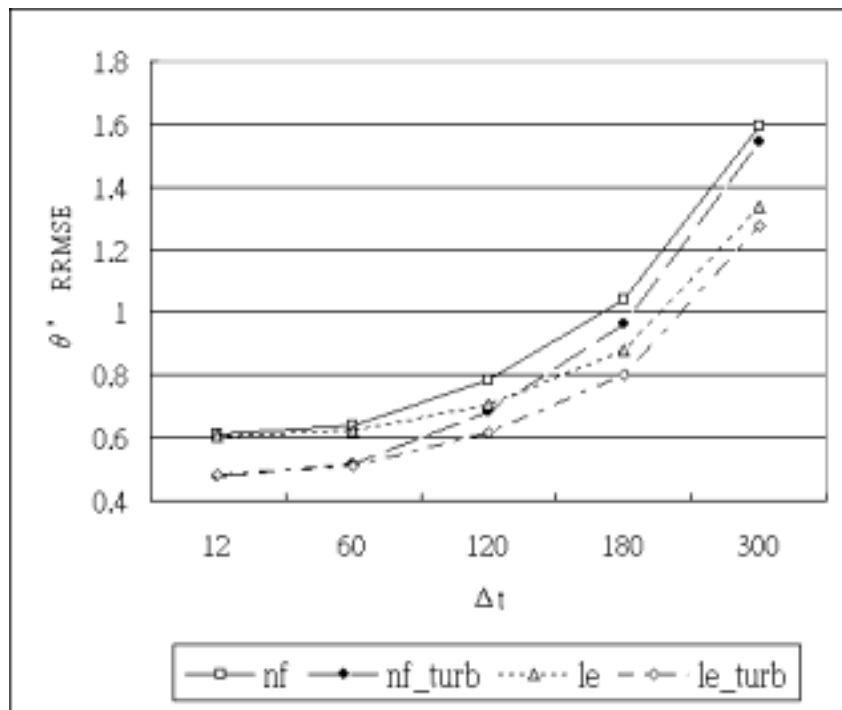


圖 3.12b 同上，但為  $\theta'$  之結果。

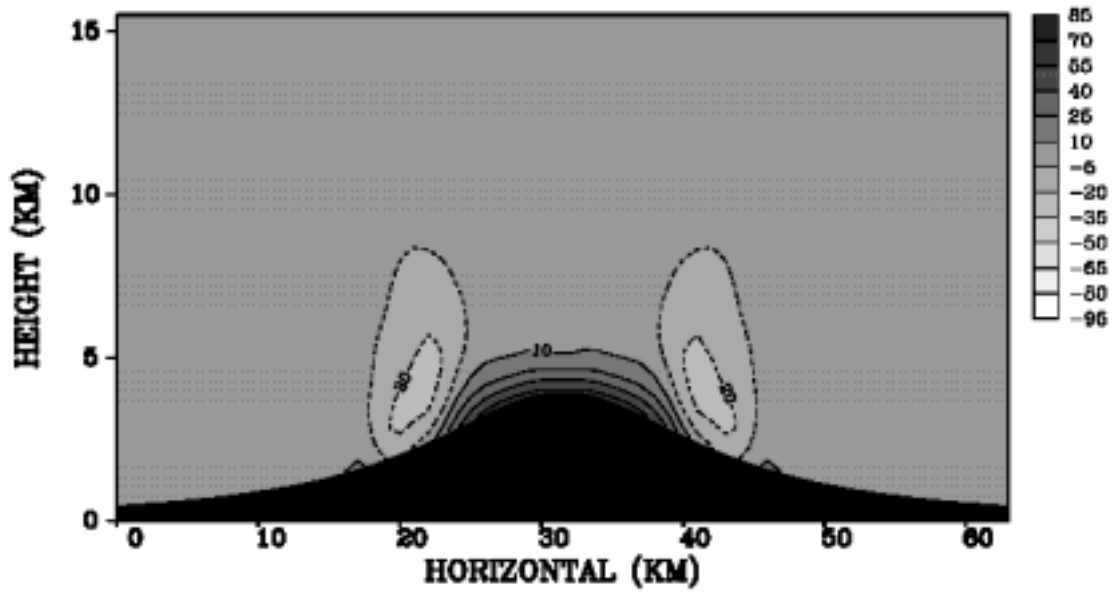


圖 3.13a 實驗二，使用 cubic-spline 的實驗中，模式輸出的  $p'$  平均值通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

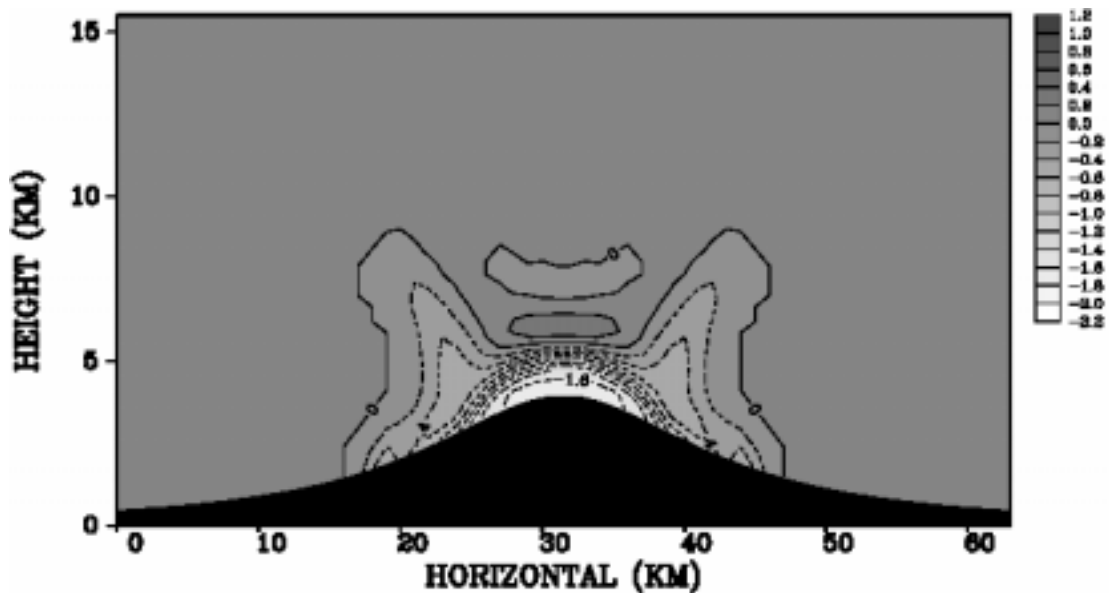


圖 3.13b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

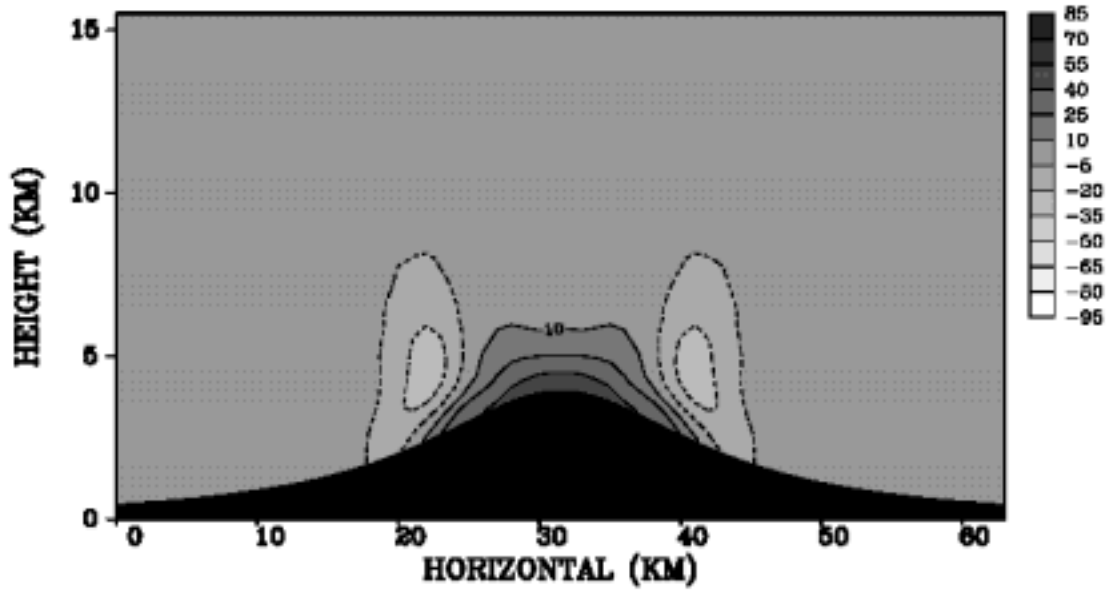


圖 3.14a 實驗二，使用 cubic-spline 的實驗中，對  $F$ 、 $G$  和  $H$  取平均後反演的  $p'$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

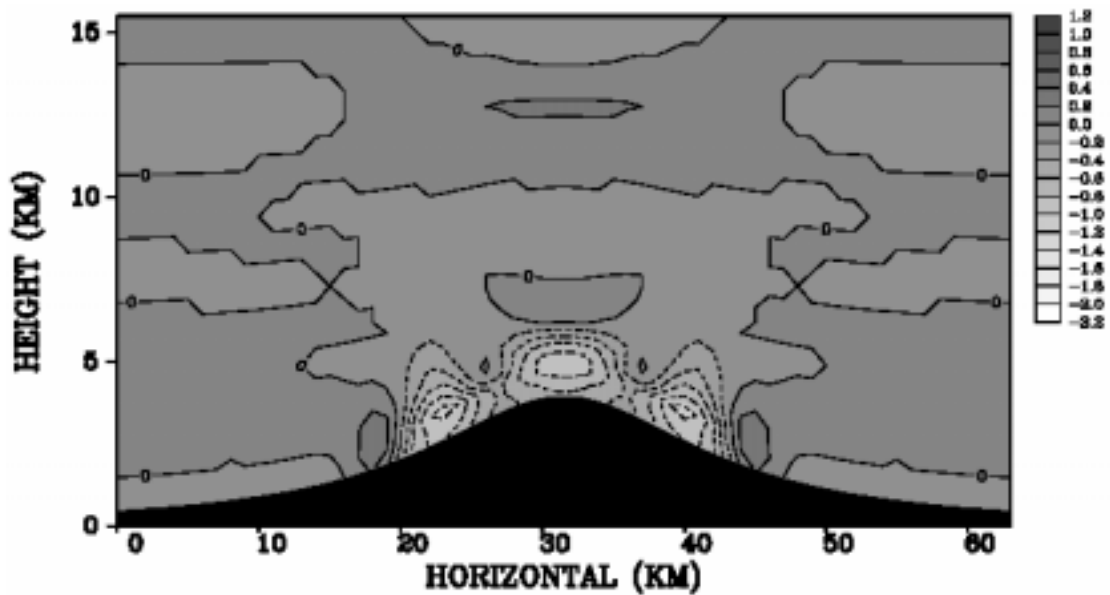


圖 3.14b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

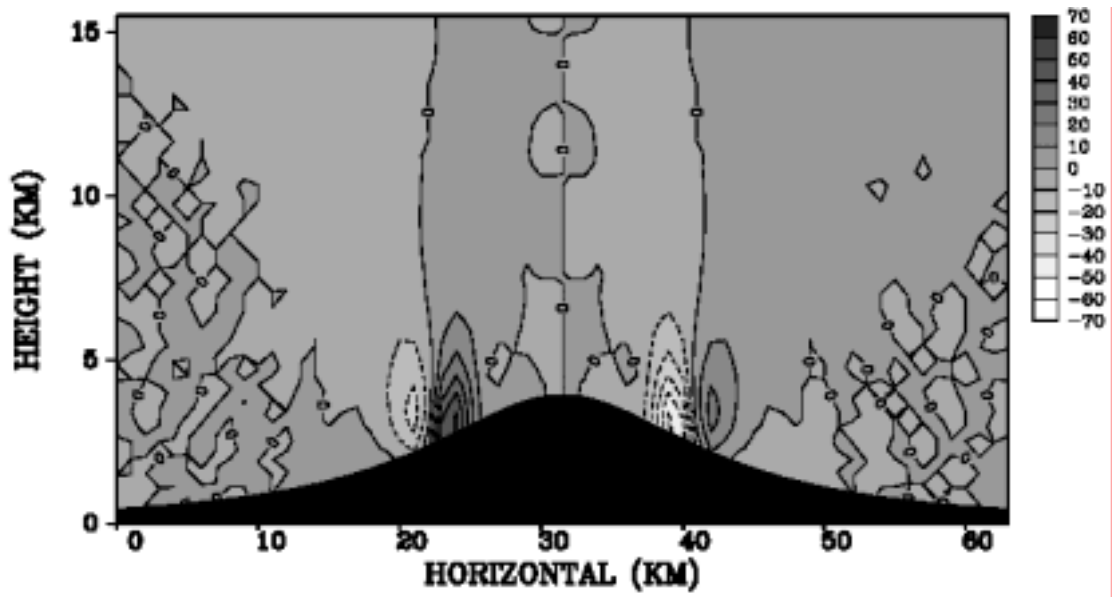


圖 3.15a 未加入隨機誤差的  $F$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

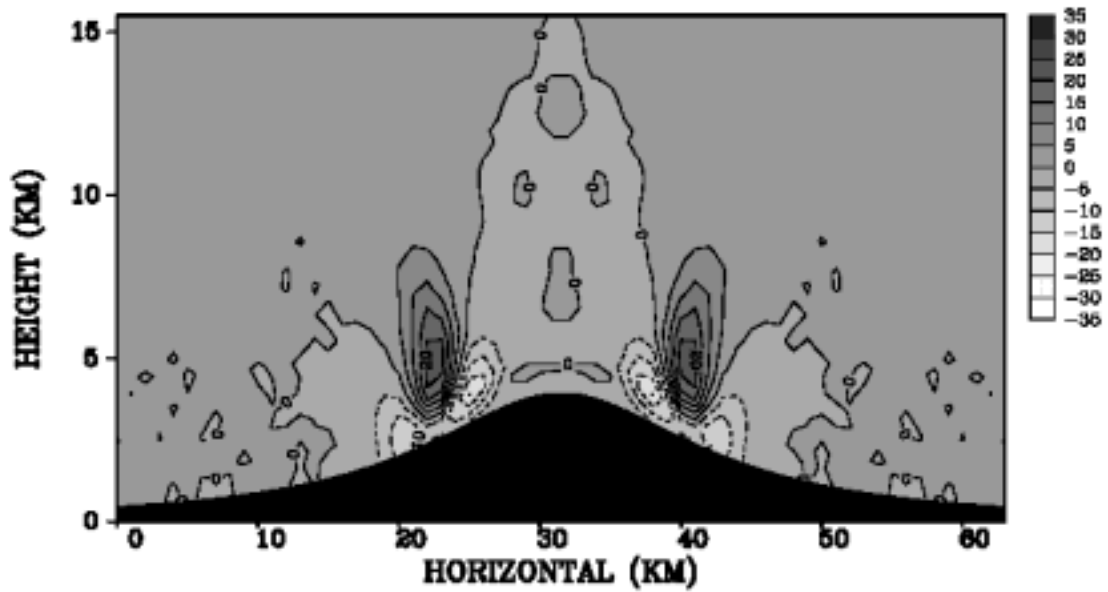


圖 3.15b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

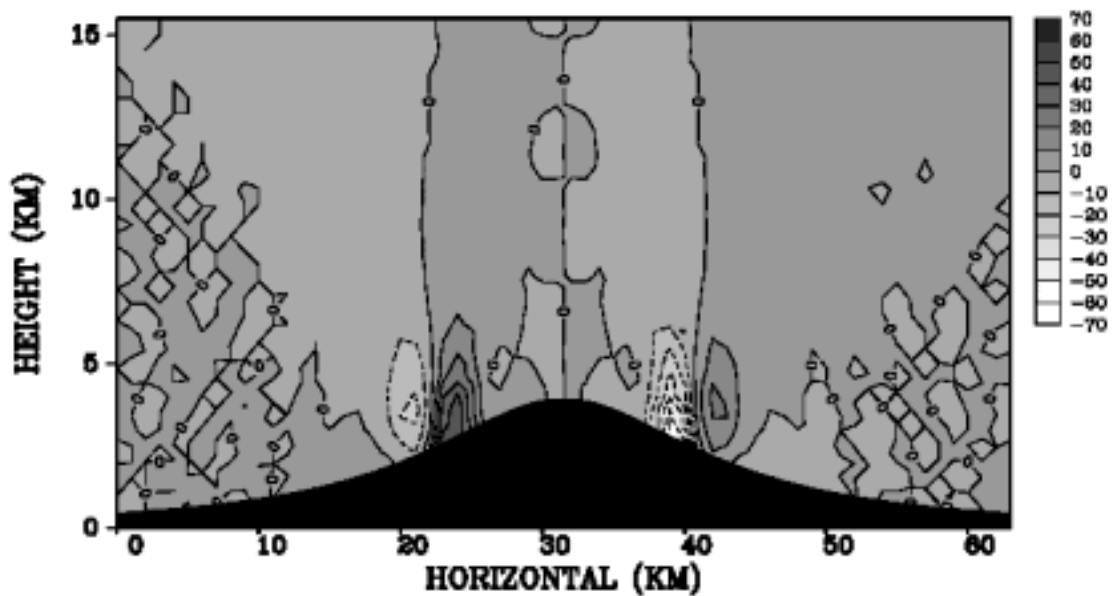


圖 3.16a 實驗三，加入 20%隨機誤差的  $F$  場通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

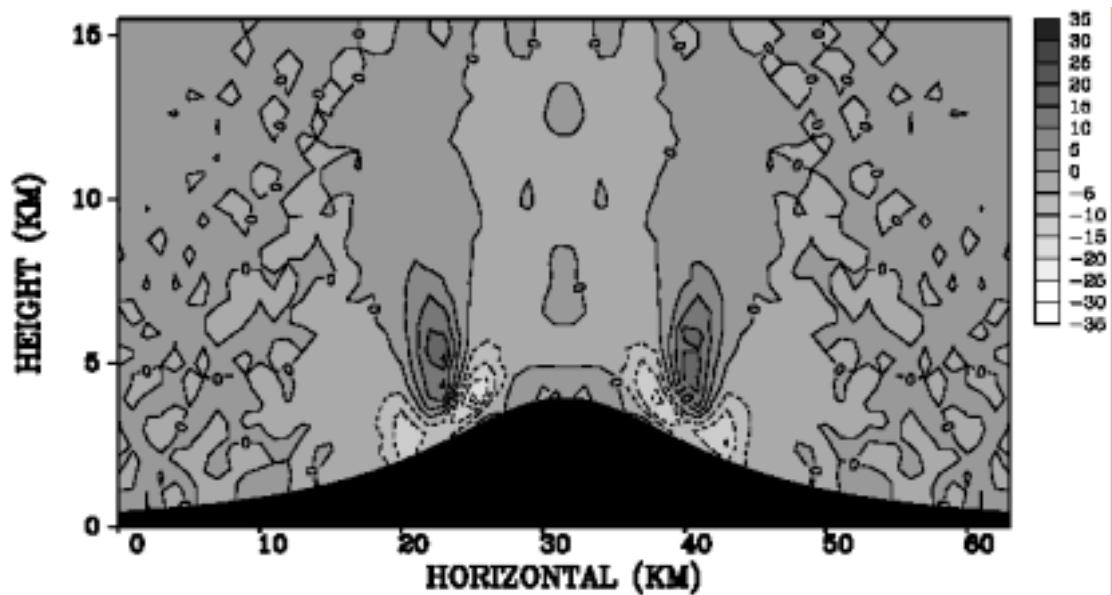


圖 3.16b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

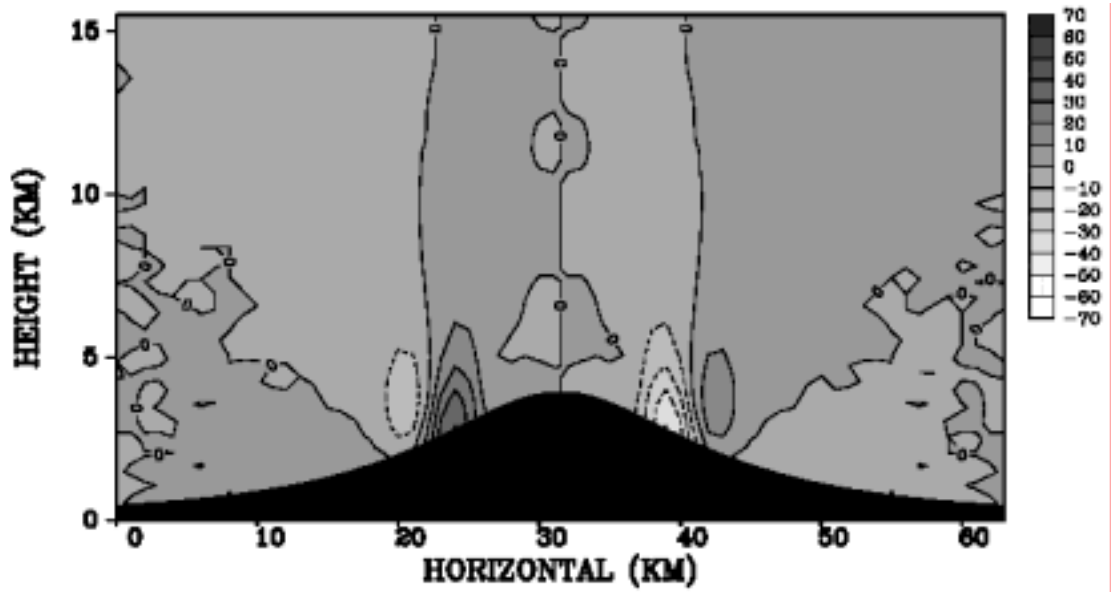


圖 3.17a 實驗三, *a priori* 濾波後的  $F$  場通過地形中心的垂直剖面, 等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

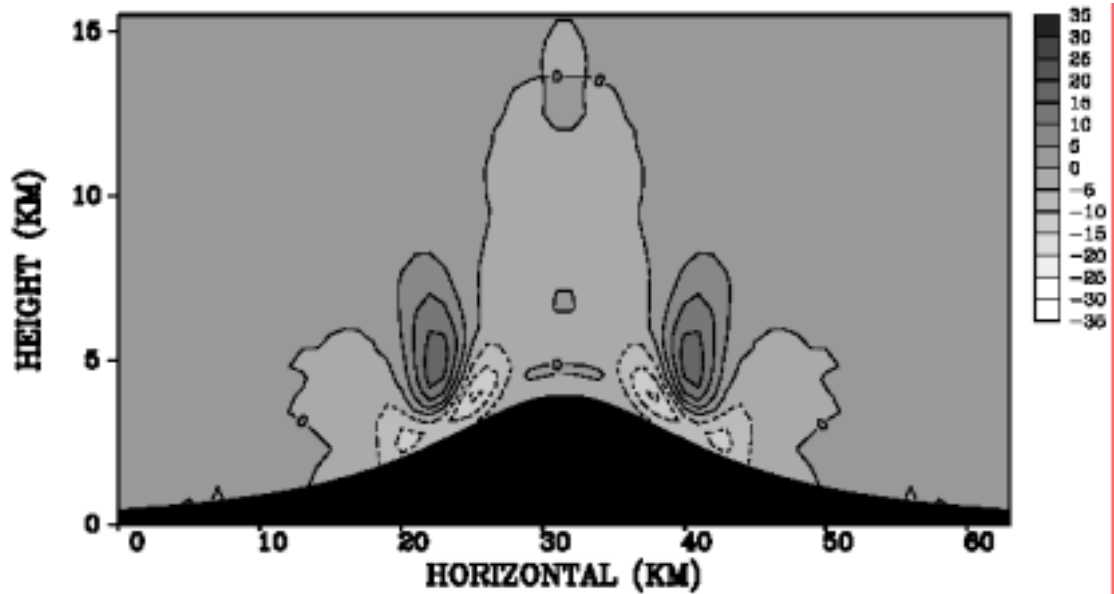


圖 3.17b 同上, 但為  $H$  場, 等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$

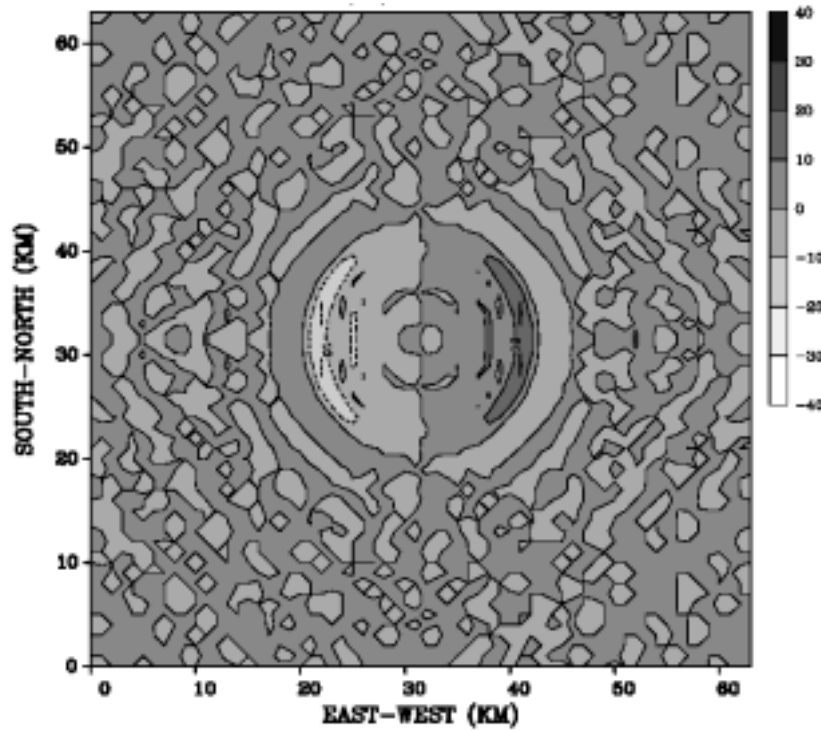


圖 3.18a  $\Delta t=12$  秒時之  $F$  和理想  $F$  的差值在底層的水平剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

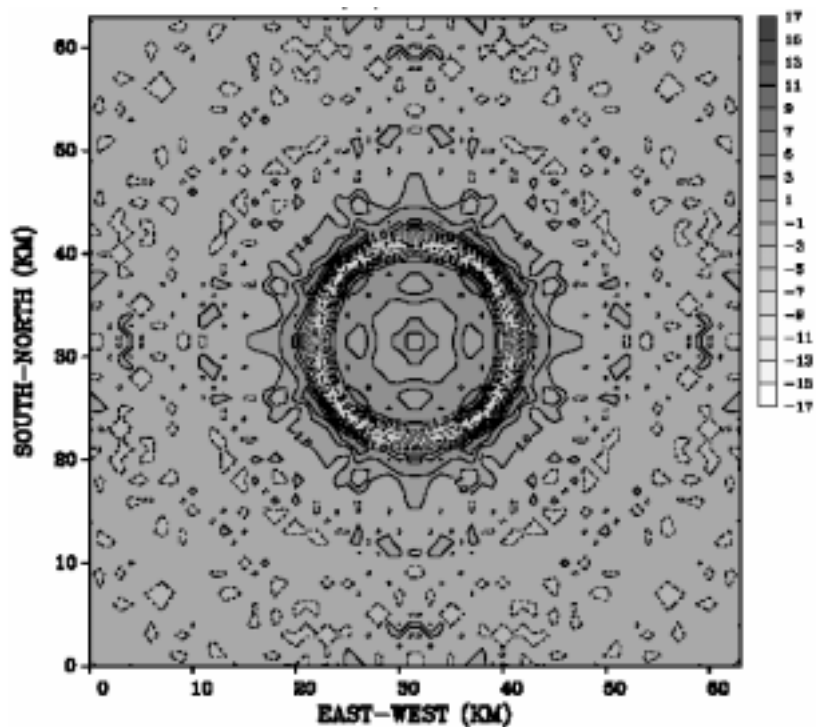


圖 3.18b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

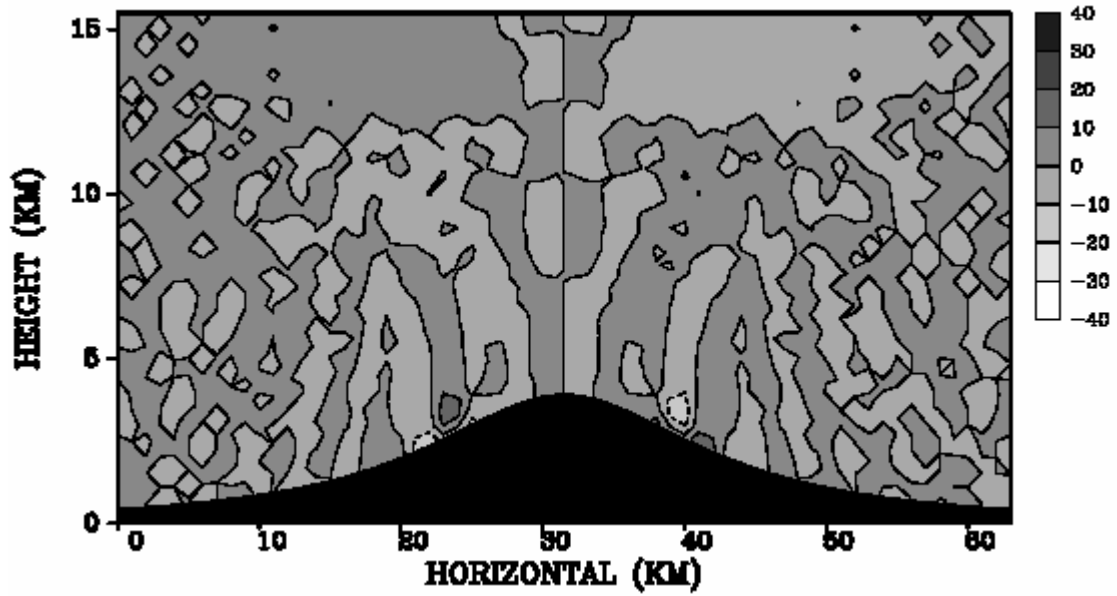


圖 3.18c  $\Delta t=12$  秒時之  $F$  和理想  $F$  的差值通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

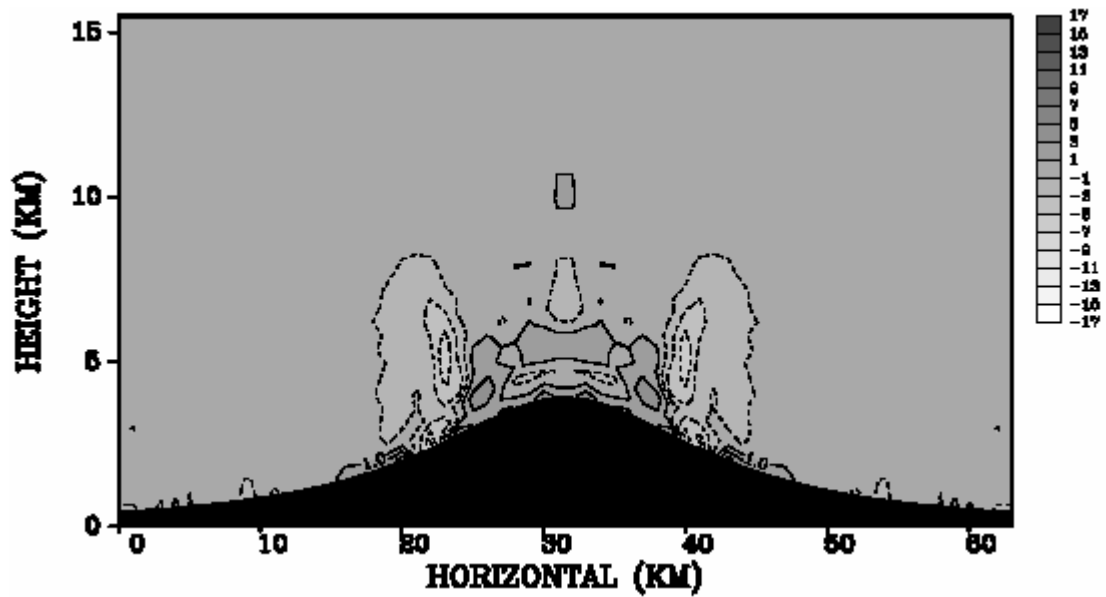


圖 3.18d 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

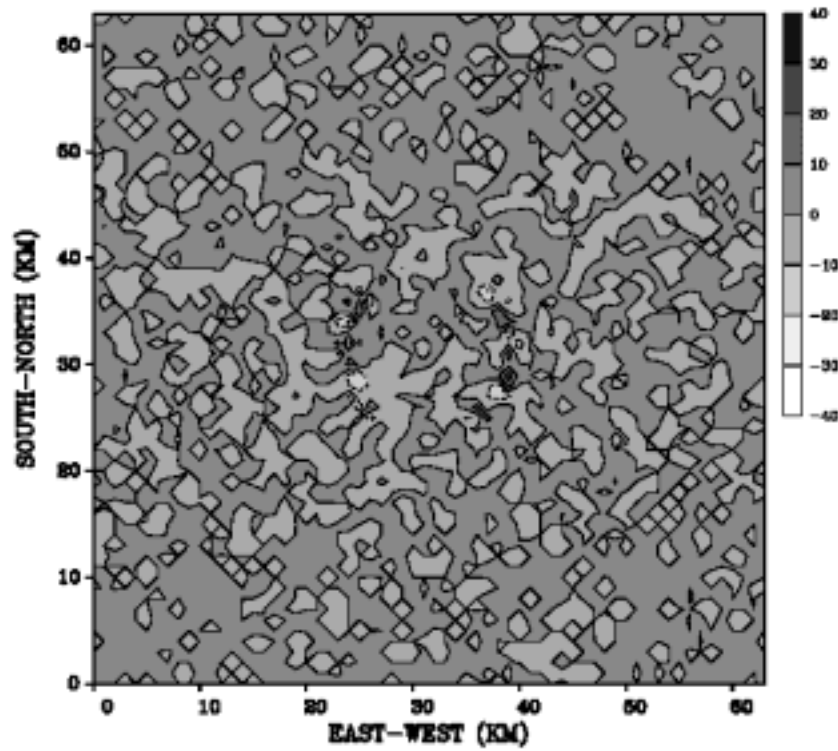


圖 3.19a 加入 50%隨機誤差後之  $F$  和理想  $F$  的差值在底層的水平剖面，等值線和陰影之間距同為  $10\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

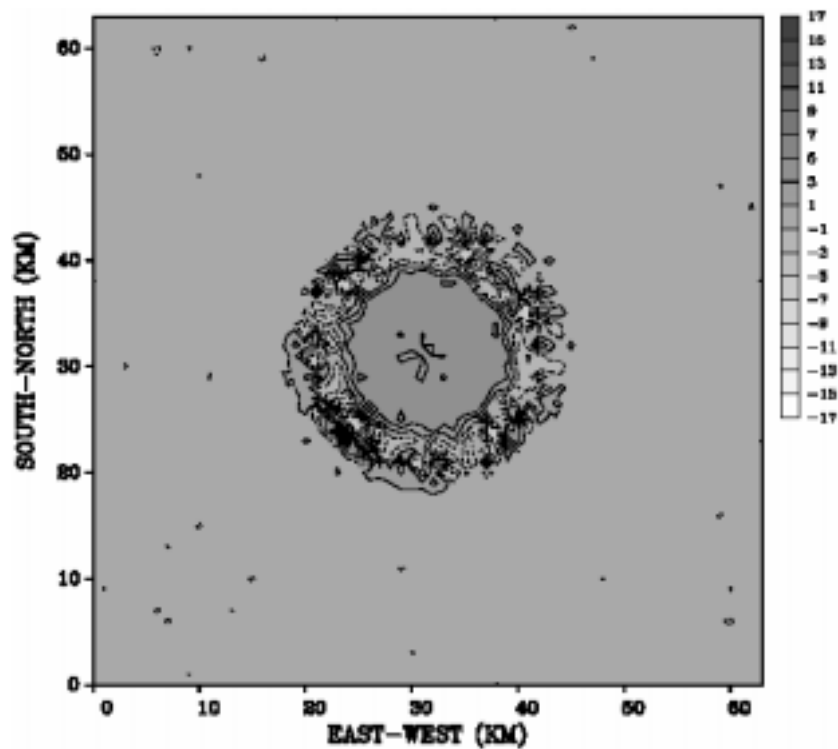


圖 3.19b 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

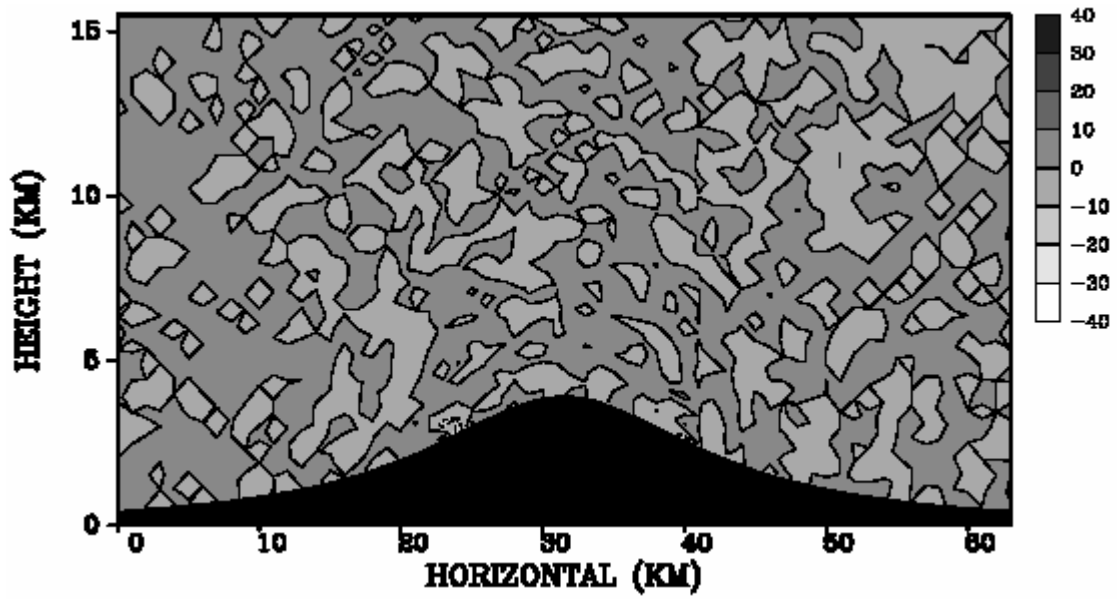


圖 3.19c 加入 50%隨機誤差後之  $F$  和理想  $F$  的差值通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為  $10\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

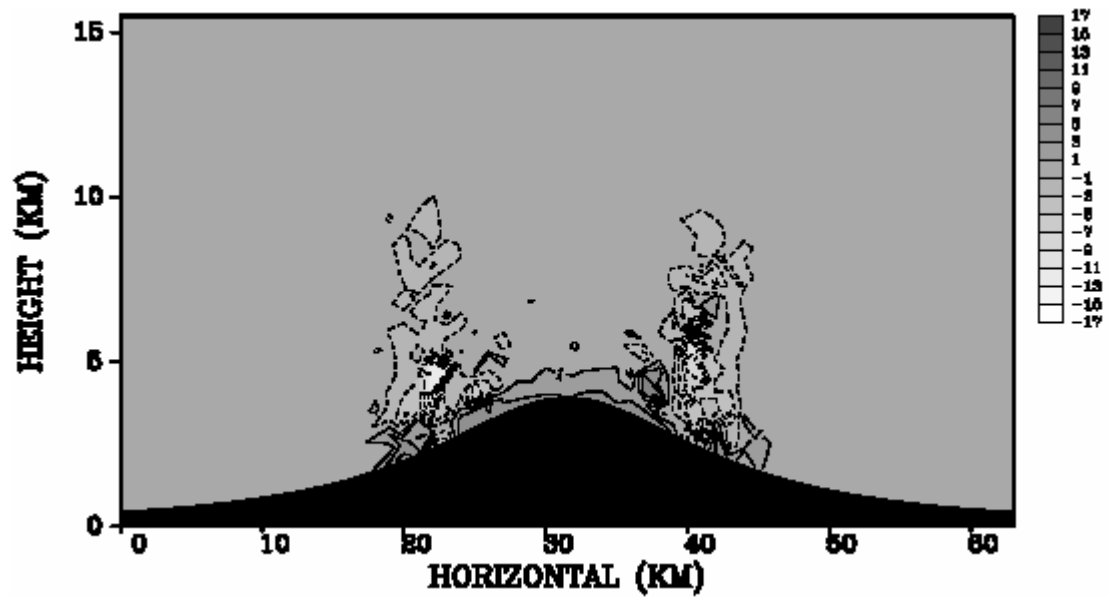


圖 3.19d 同上，但為  $H$  場，等值線和陰影之間距同為  $5\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}\times 10^{-3}$ 。

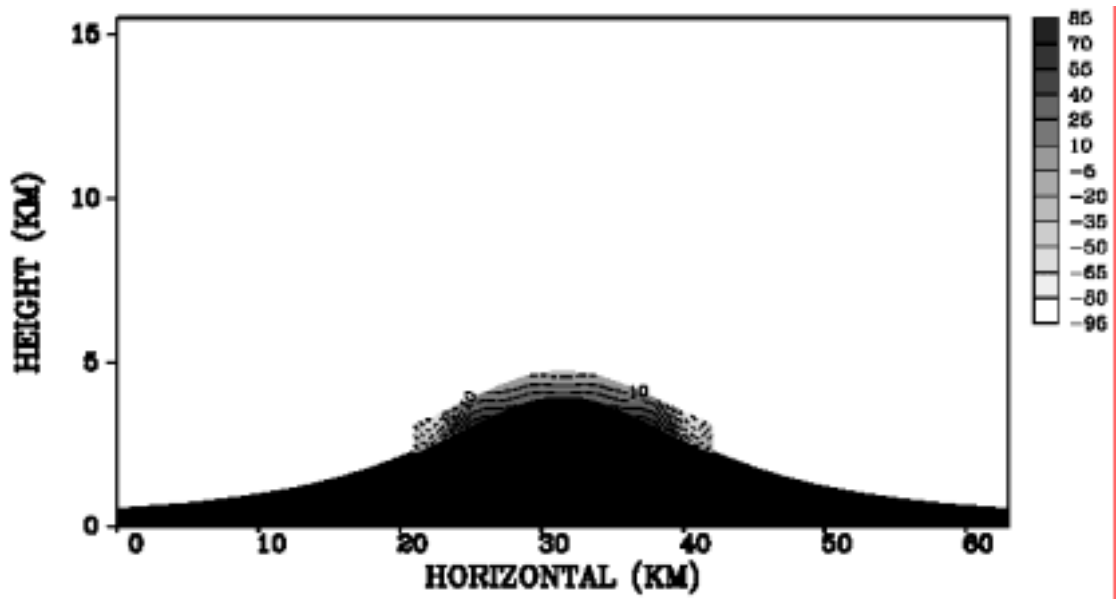


圖 3.20a 實驗四, D1-3 反演之  $p'$  通過地形中心的垂直剖面等值線和陰影之間距同為 15 帕。

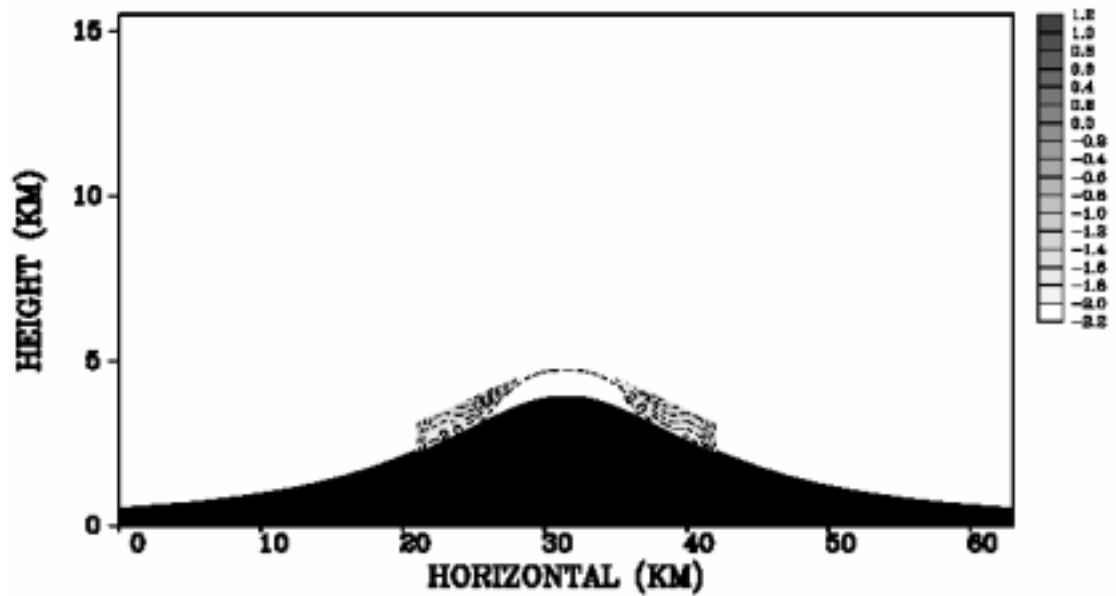


圖 3.20b 同上, 但為  $\theta'$ , 等值線和陰影之間距同為 0.2K。

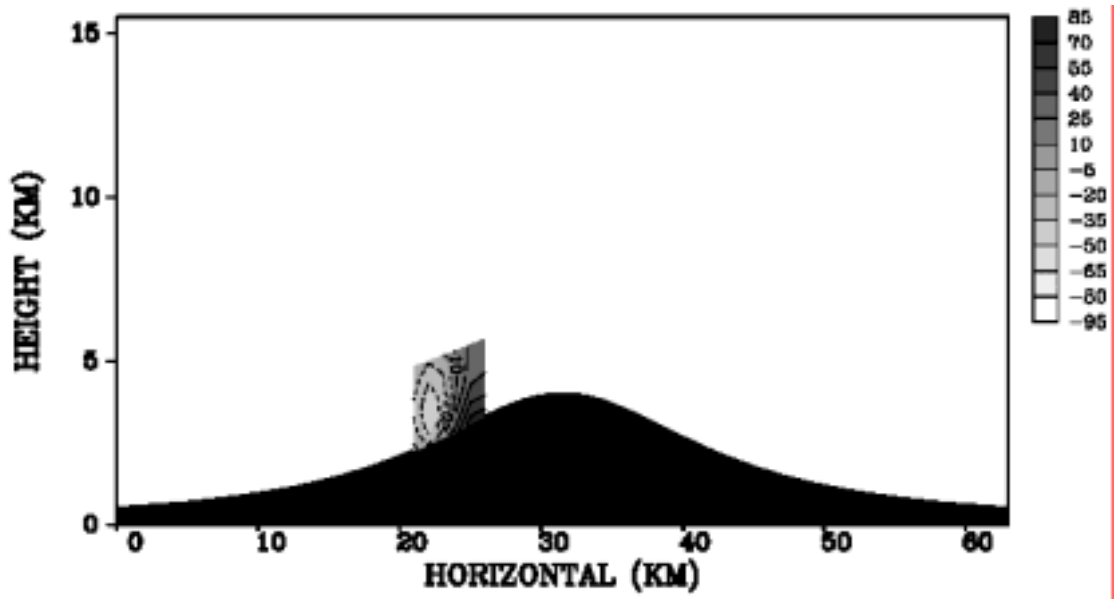


圖 3.21a 實驗四, D2-3 反演之  $p'$  通過地形中心的垂直剖面等值線和陰影之間距同為 15 帕。

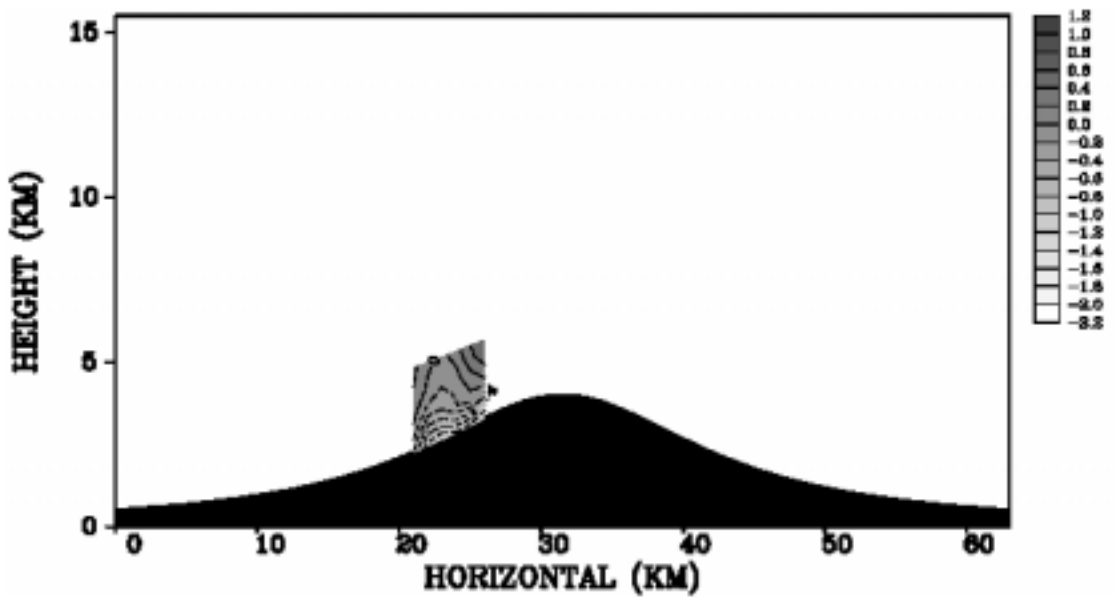


圖 3.21b 同上, 但為  $\theta'$ , 等值線和陰影之間距同為 0.2K。

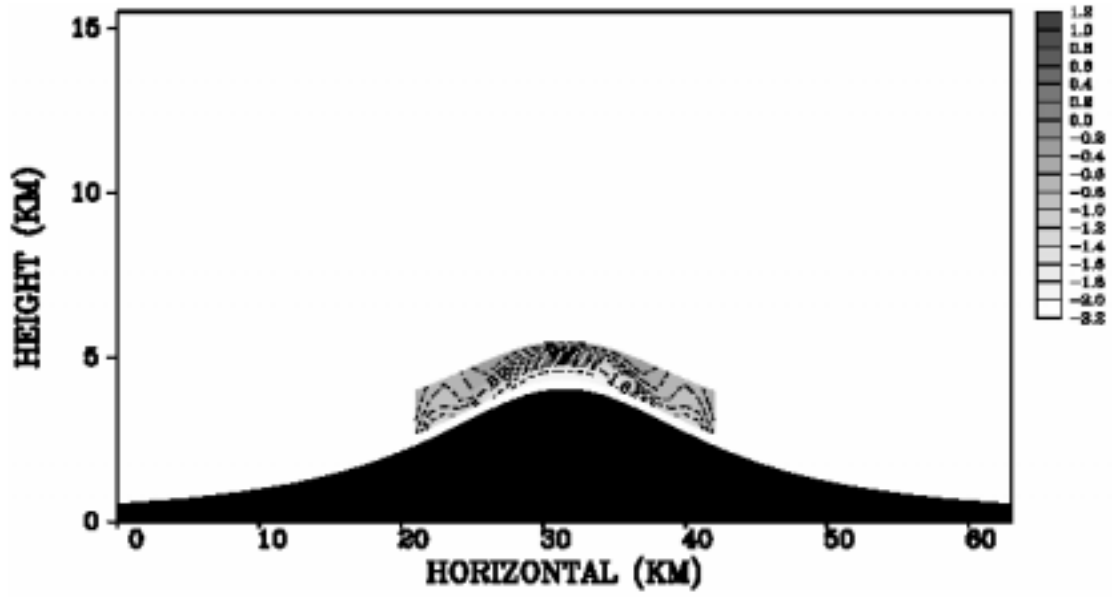


圖 3.22a 實驗四，D3 反演之  $\theta'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

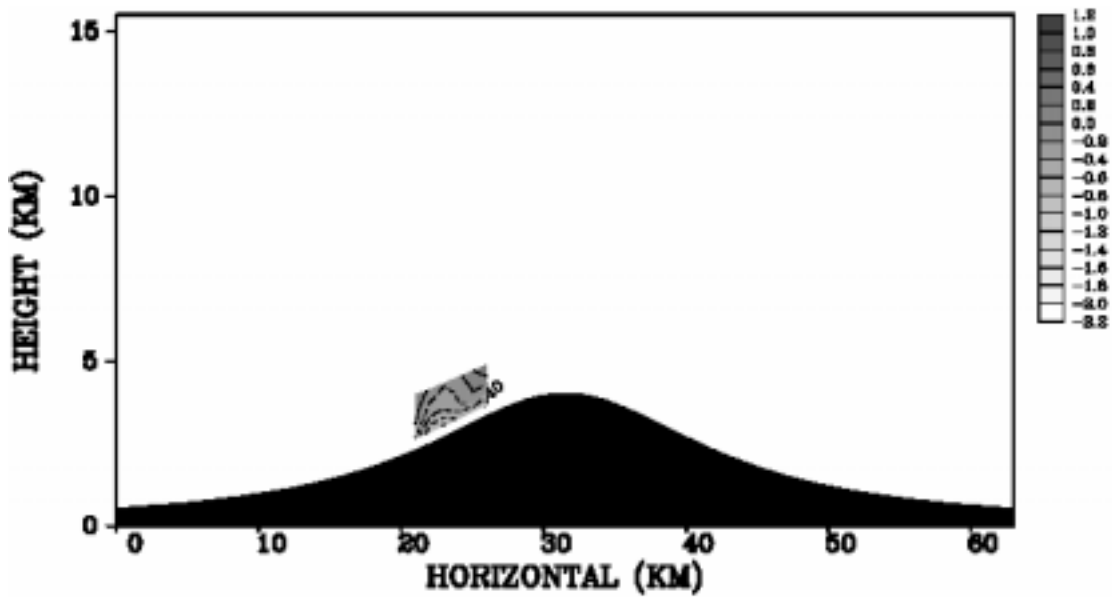


圖 3.22b 同上，但為 D4 的反演結果。

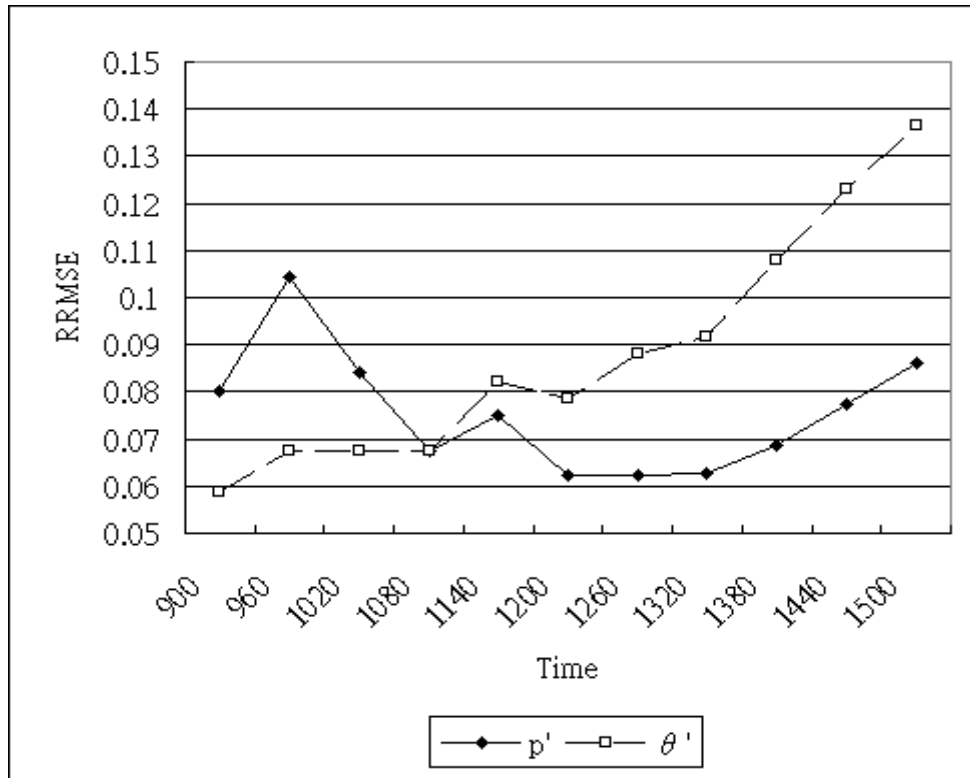


圖 3.23a 實驗五，反演結果的 RRMSE 隨時間的變化。

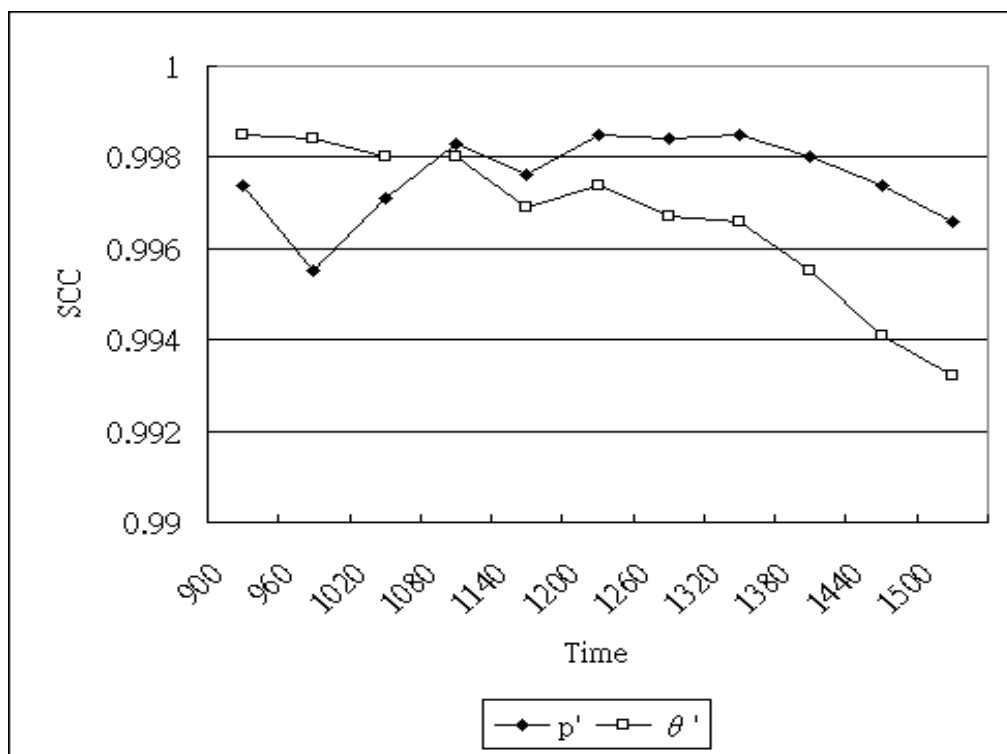


圖 3.23b 實驗五，反演結果的 SCC 隨時間的變化。

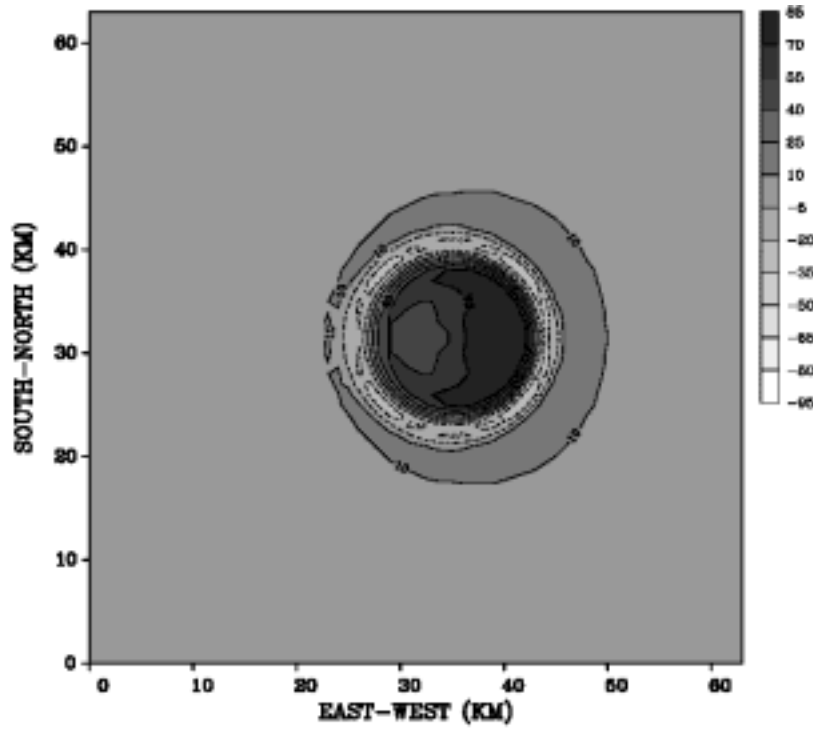


圖 3.24a 實驗六，模式在 1200 秒時  $p'$  在底層的水平剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

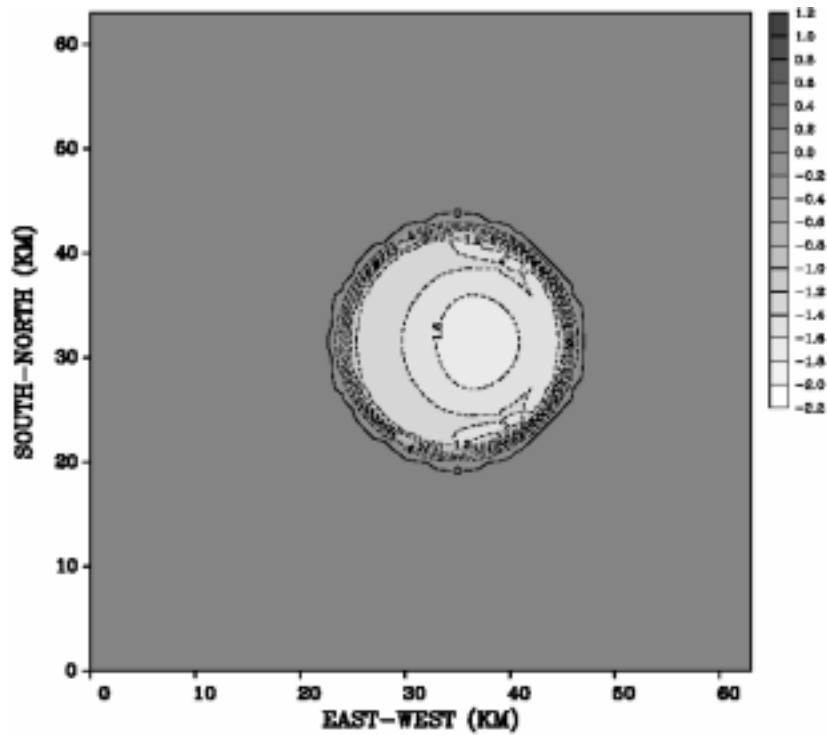


圖 3.24b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

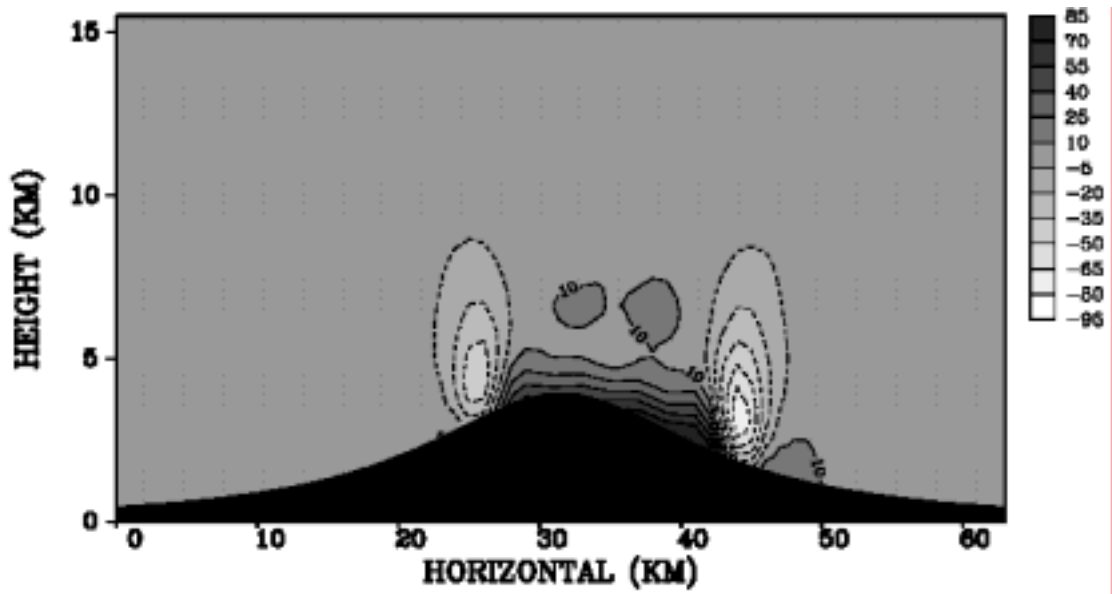


圖 3.24c 實驗六，模式在 1200 秒時  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

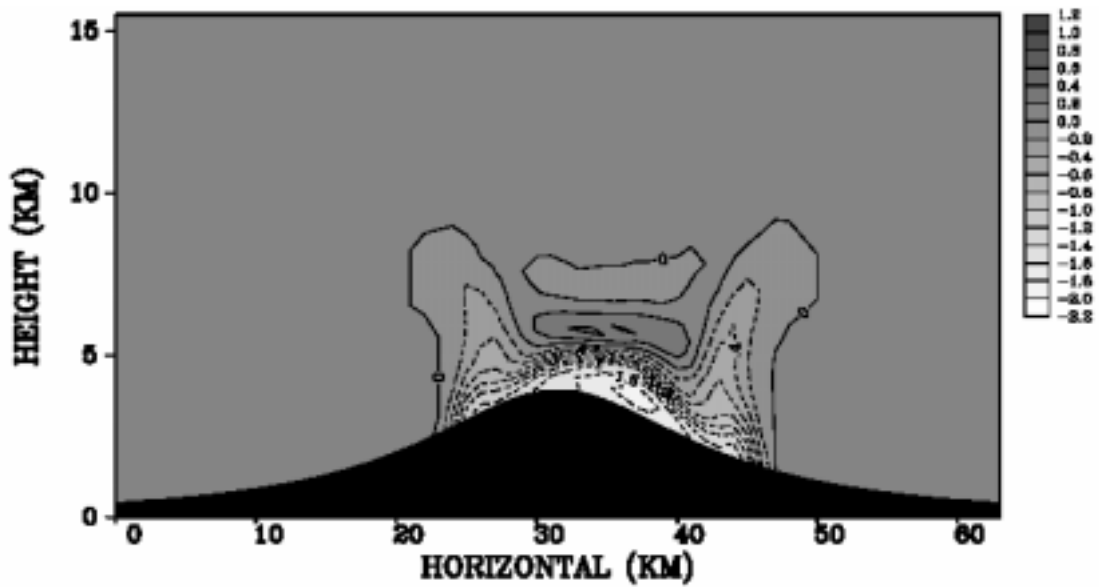


圖 3.24d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

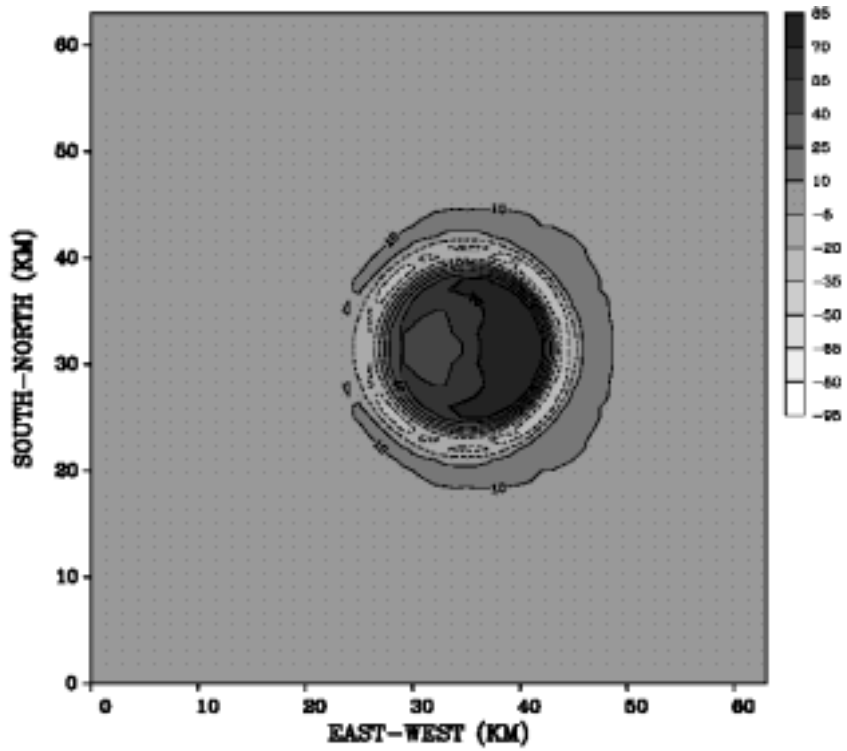


圖 3.25a 實驗六，反演結果的  $p'$  在底層的水平剖面等值線和陰影之間距同為 15 帕。

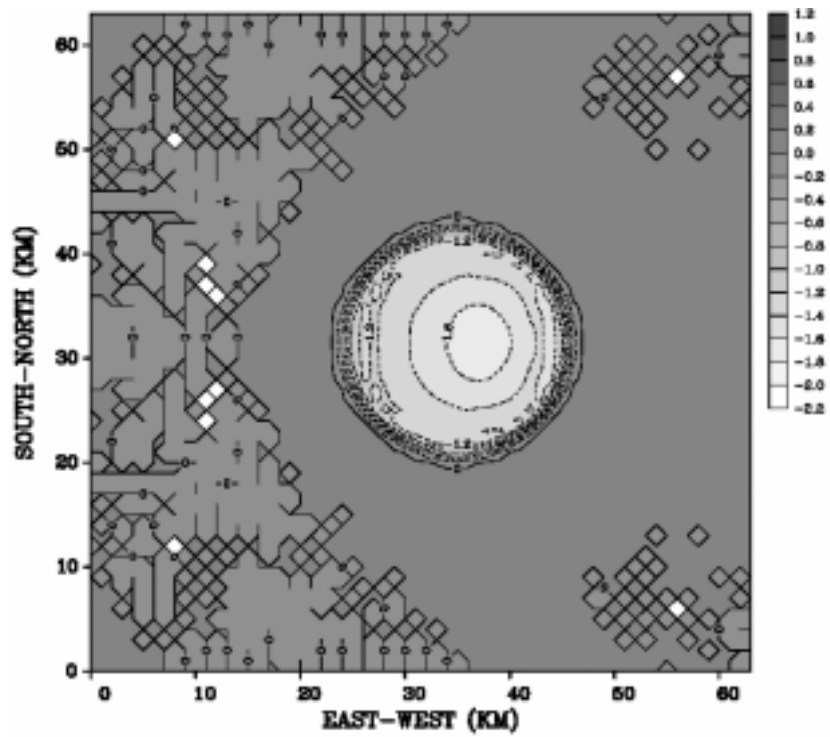


圖 3.25b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

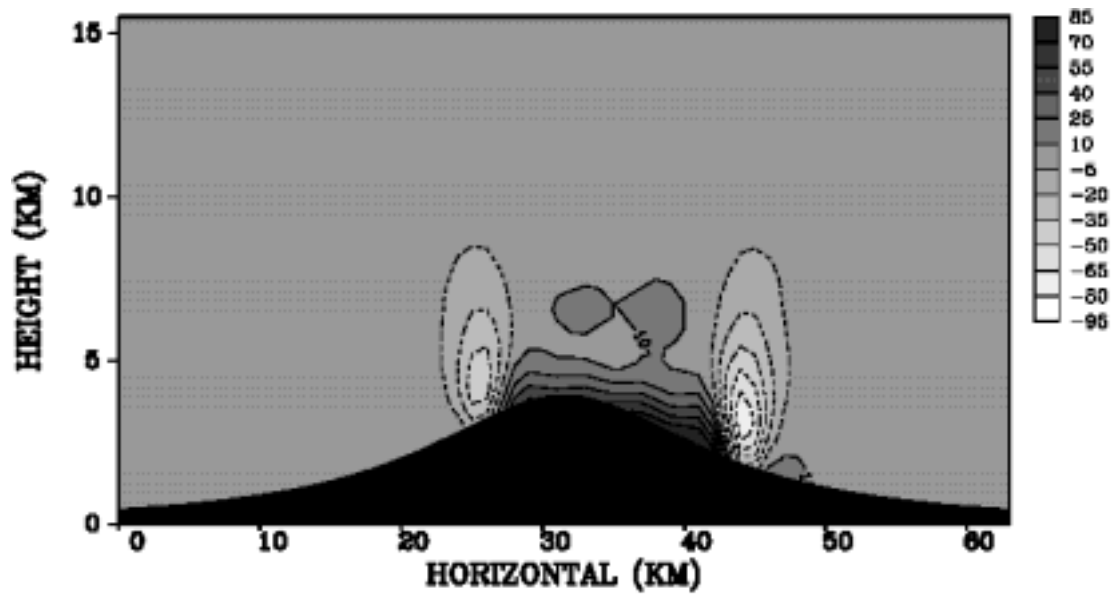


圖 3.25c 實驗六，反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 15 帕。

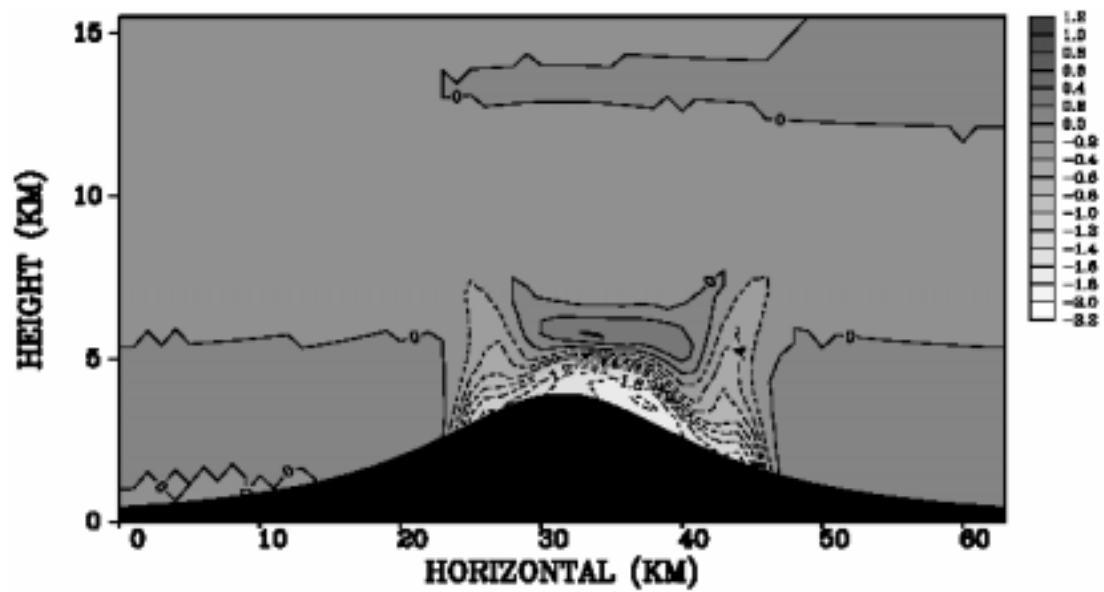


圖 3.25d 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.2K。

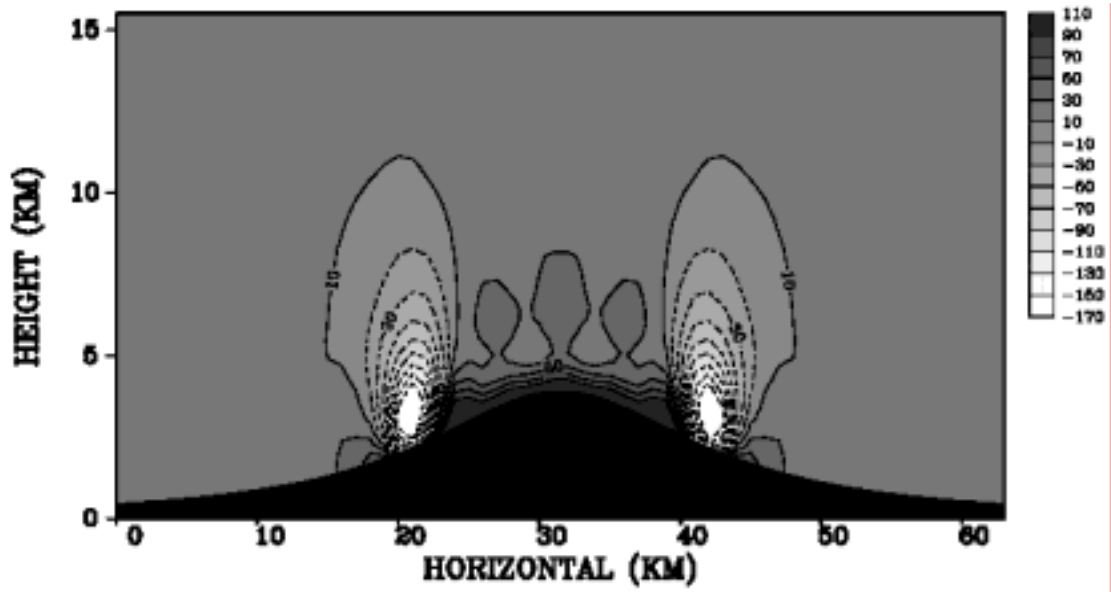


圖 3.26a 實驗七，模式在 840 秒時  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 20 帕。

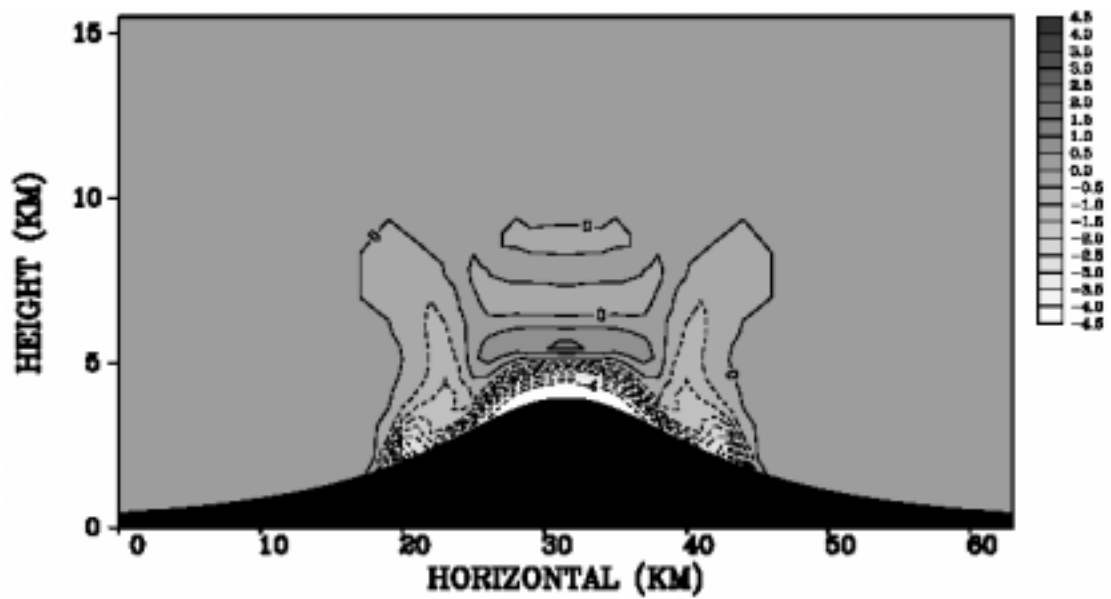


圖 3.26b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間隔為 0.5K。

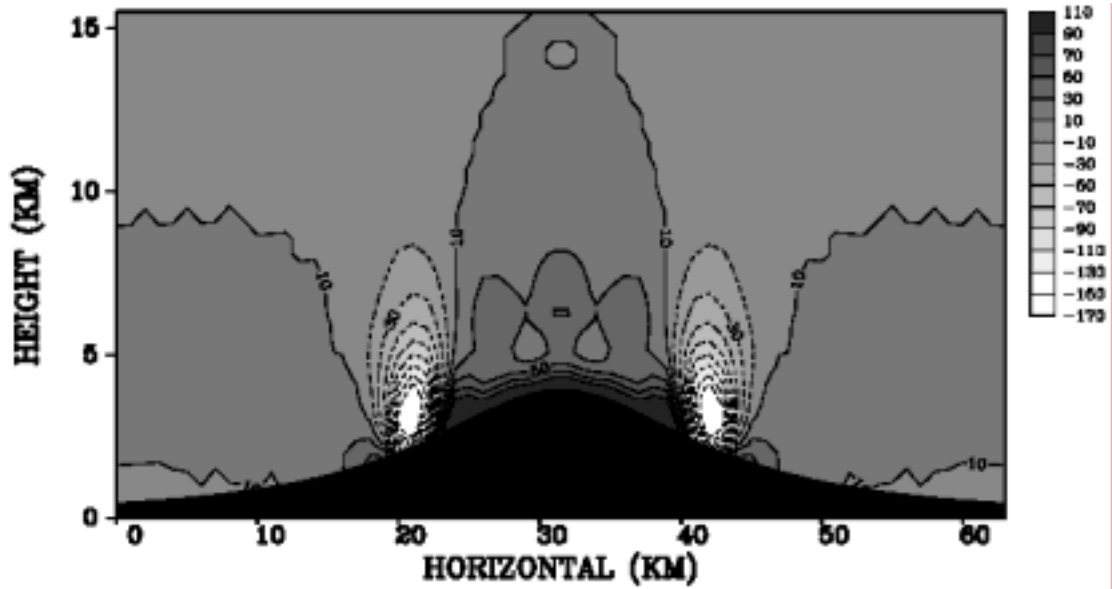


圖 3.27a 實驗七，840 秒時反演的  $p'$  通過地形中心的垂直剖面，等值線和陰影之間距同為 20 帕。

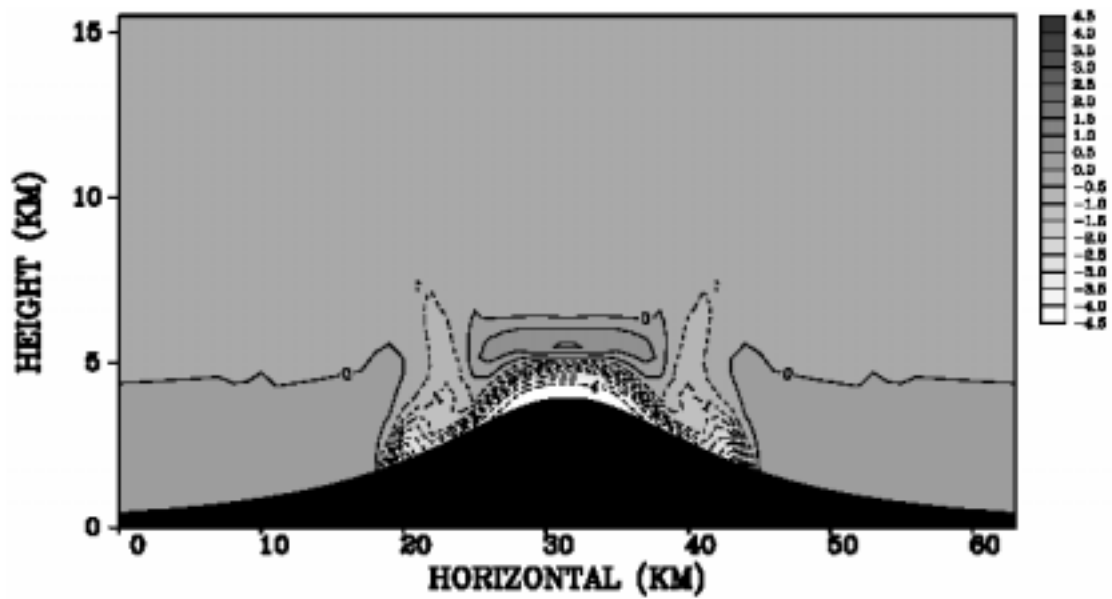


圖 3.27b 同上，但為  $\theta'$ ，等值線和陰影之間距同為 0.5K。

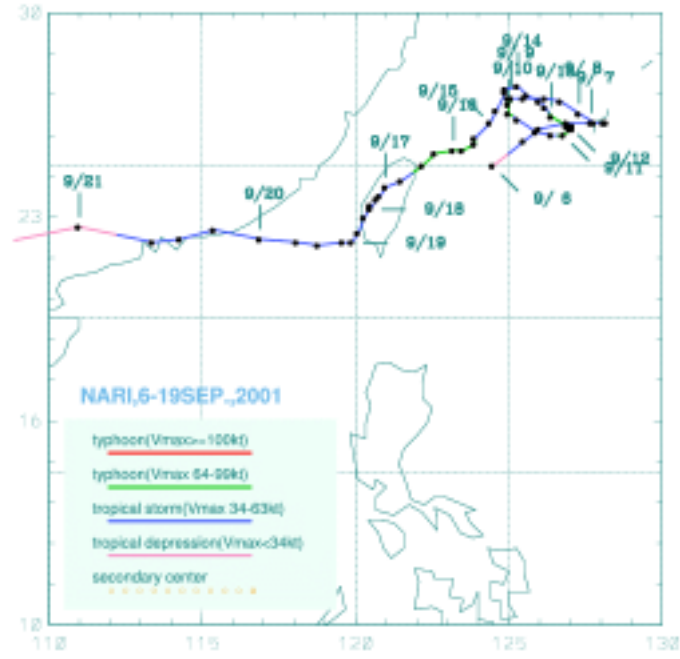


圖 4.1 納莉颱風路徑圖 (摘錄自中央氣象局)

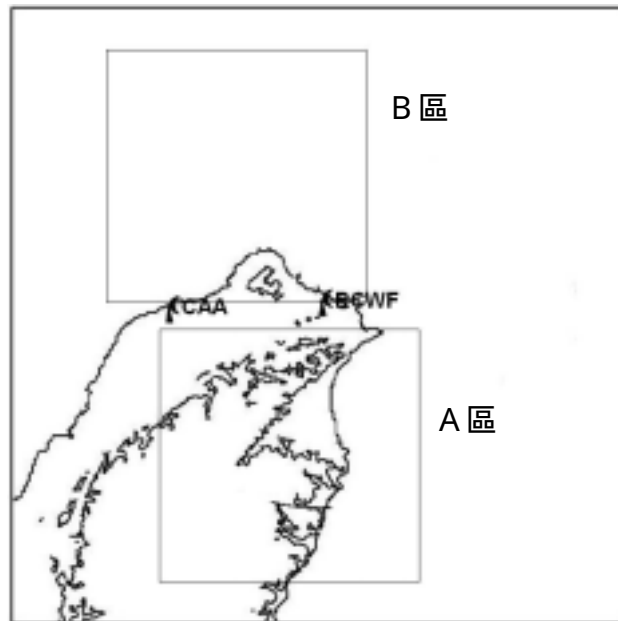


圖 4.2 中正機場和五分山雷達站位置及風場合成範圍。

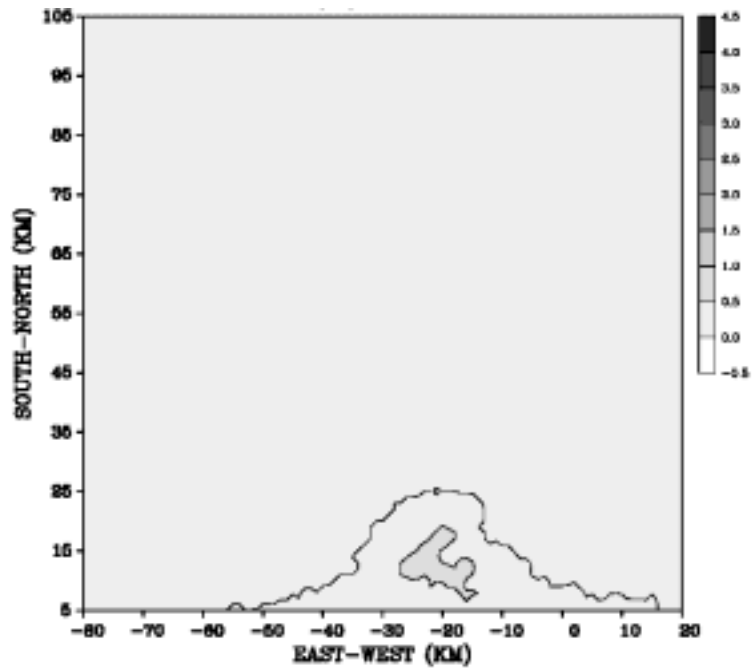


圖 4.3a B 區風場合成範圍及地形高度，等值線和陰影間隔皆為 0.5 公里。

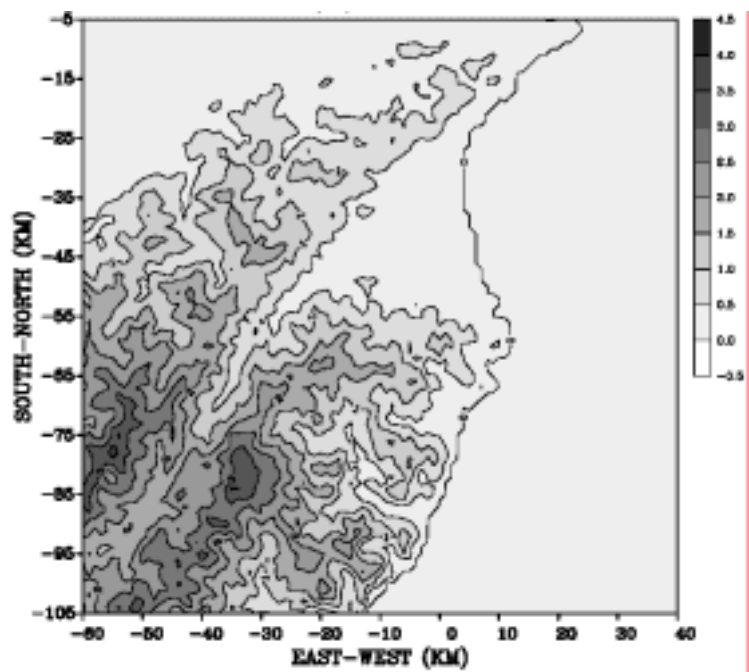


圖 4.3b A 區風場合成範圍及地形高度，等值線和陰影間隔皆為 0.5 公里。

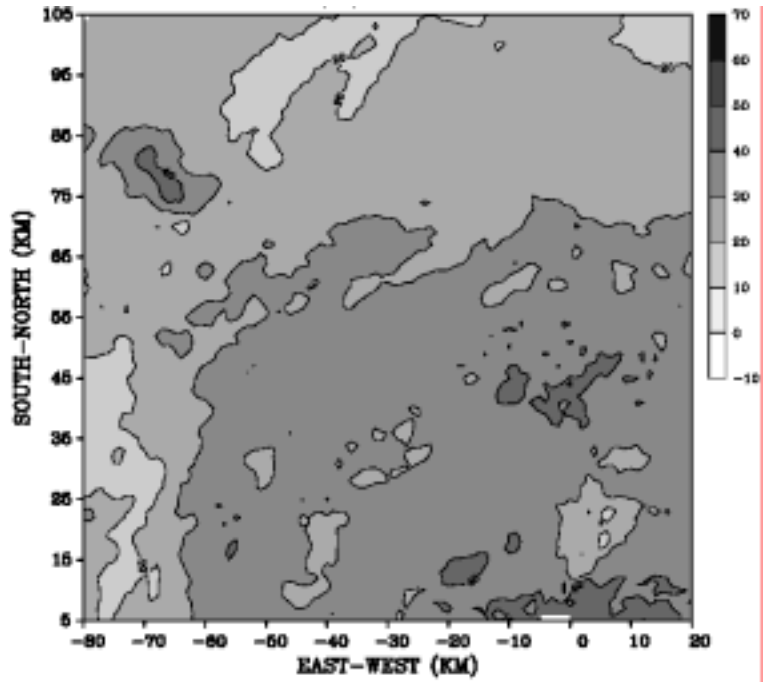


圖 4.4a 1500UTC ,  $r=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。

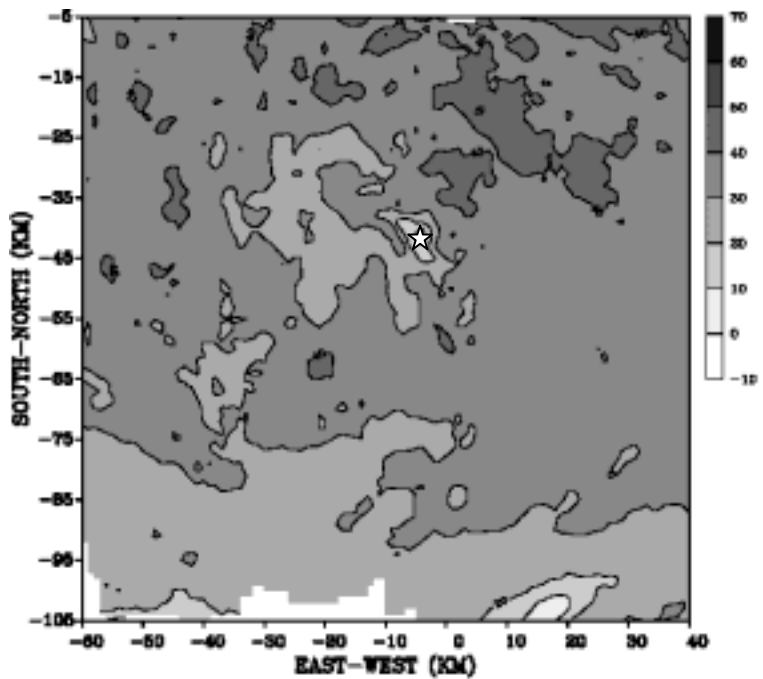


圖 4.4b 1500UTC ,  $r=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz , 星號為颱風眼心處。

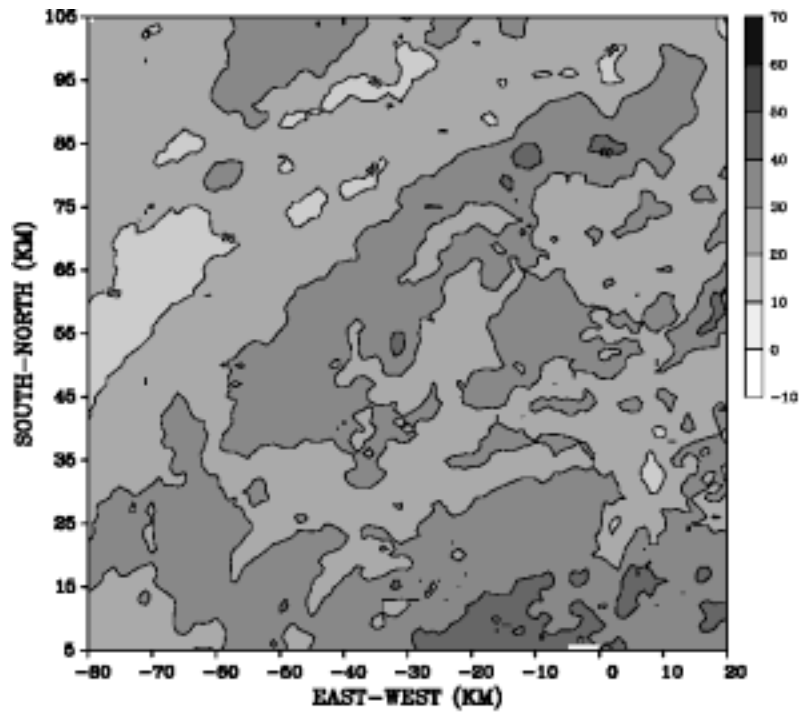


圖 4.5a 1600UTC ,  $r=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。

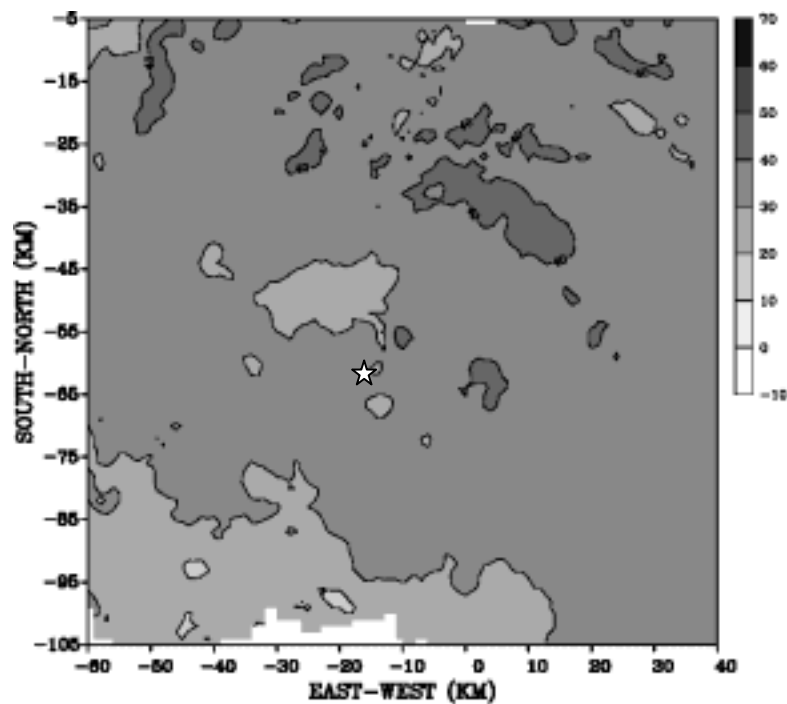


圖 4.5b 1600UTC ,  $r=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz , 星號為颱風眼心處。

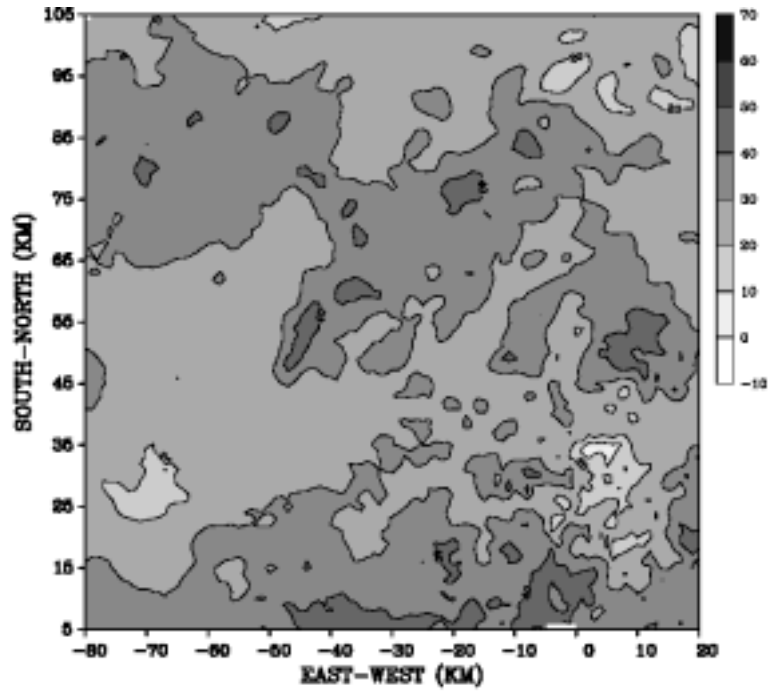


圖 4.6a 1700UTC ,  $r=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz。

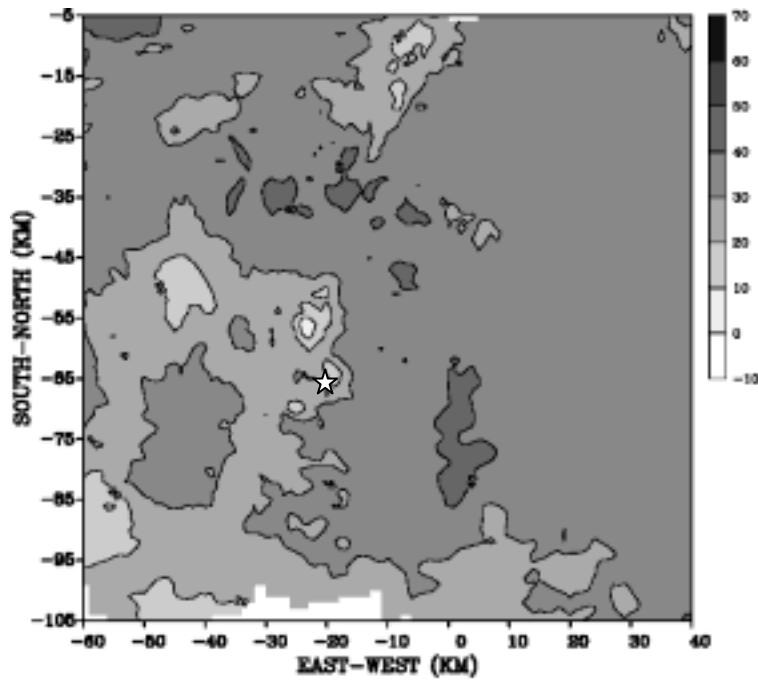


圖 4.6b 1700UTC ,  $r=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的回波場水平剖面 , 等值線和陰影間隔皆為 10dBz , 星號為颱風眼心處。

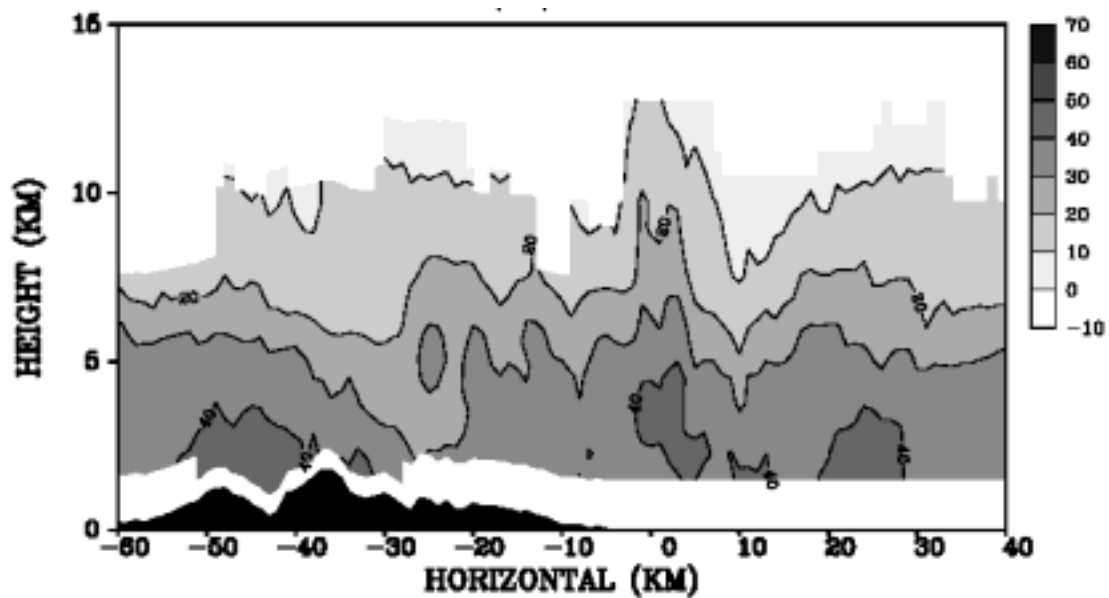


圖 4.7 1500UTC，基線南側合成範圍的回波場在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面，等值線和陰影間隔皆為 10dBz。

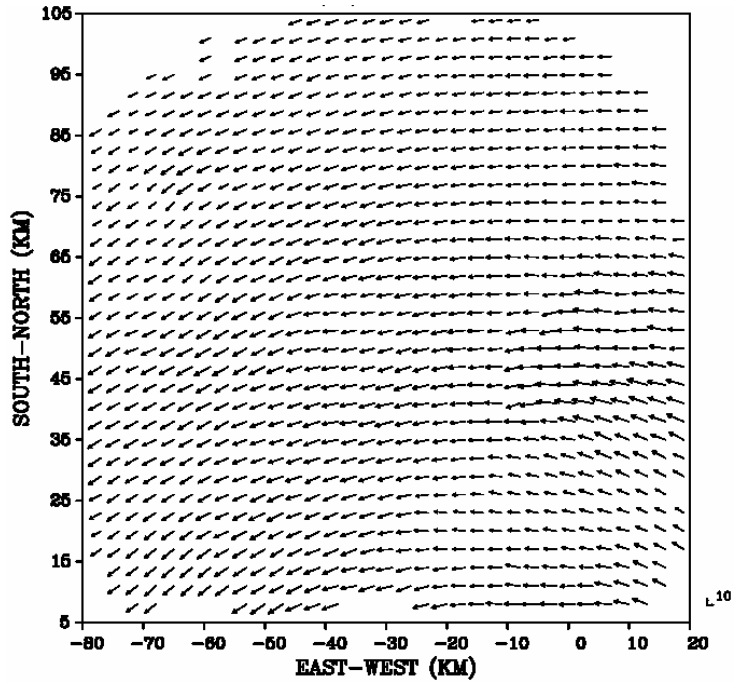


圖 4.8a 1500UTC ,  $\sigma = 3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的水平風向量。

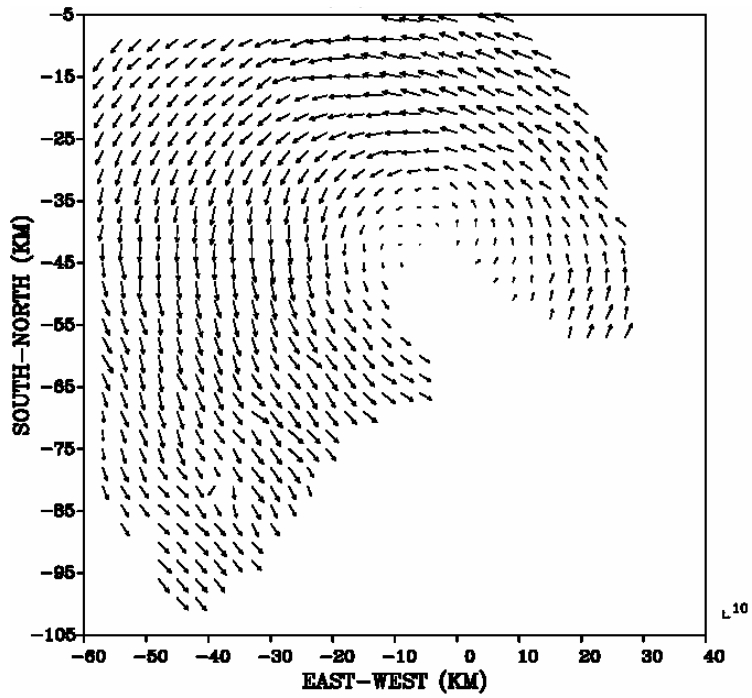


圖 4.8b 1500UTC ,  $\sigma = 3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的水平風向量。

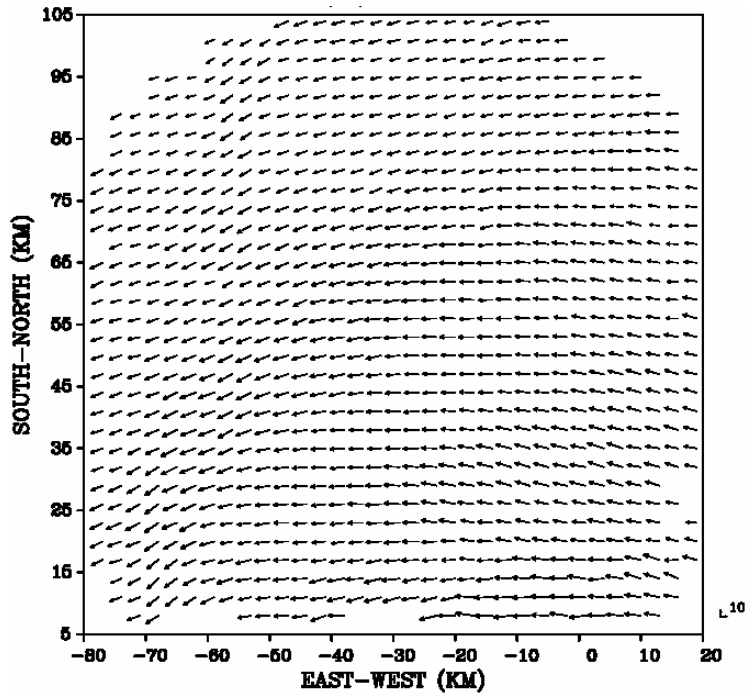


圖 4.9a 1600UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的水平風向量。

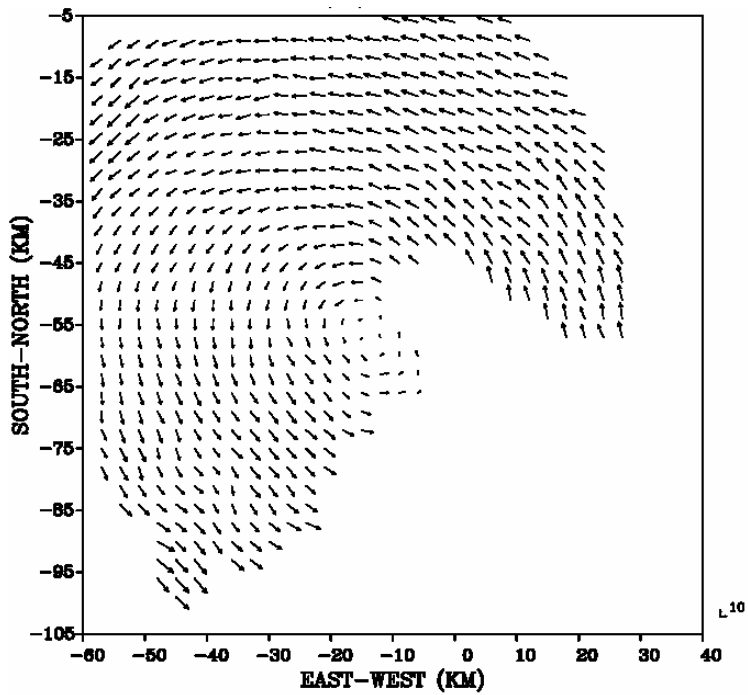


圖 4.9b 1600UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的水平風向量。

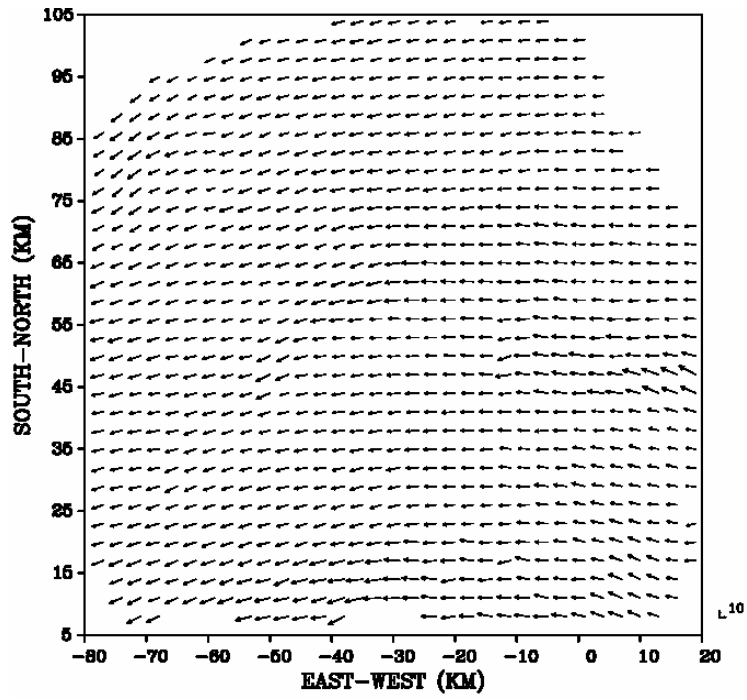


圖 4.10a 1700UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線北側合成範圍的水平風向量。

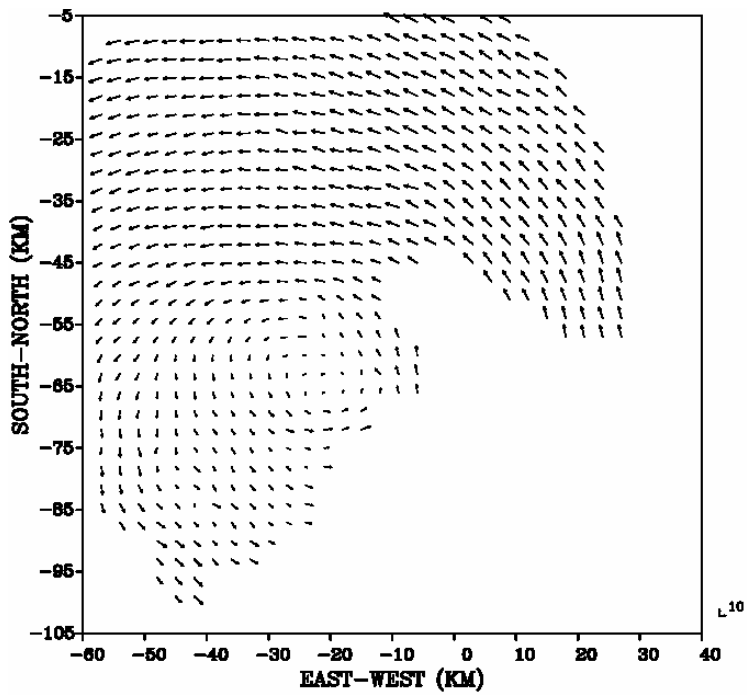


圖 4.10b 1700UTC ,  $\Delta z=3\text{km}$  , 基線南側合成範圍的水平風向量。

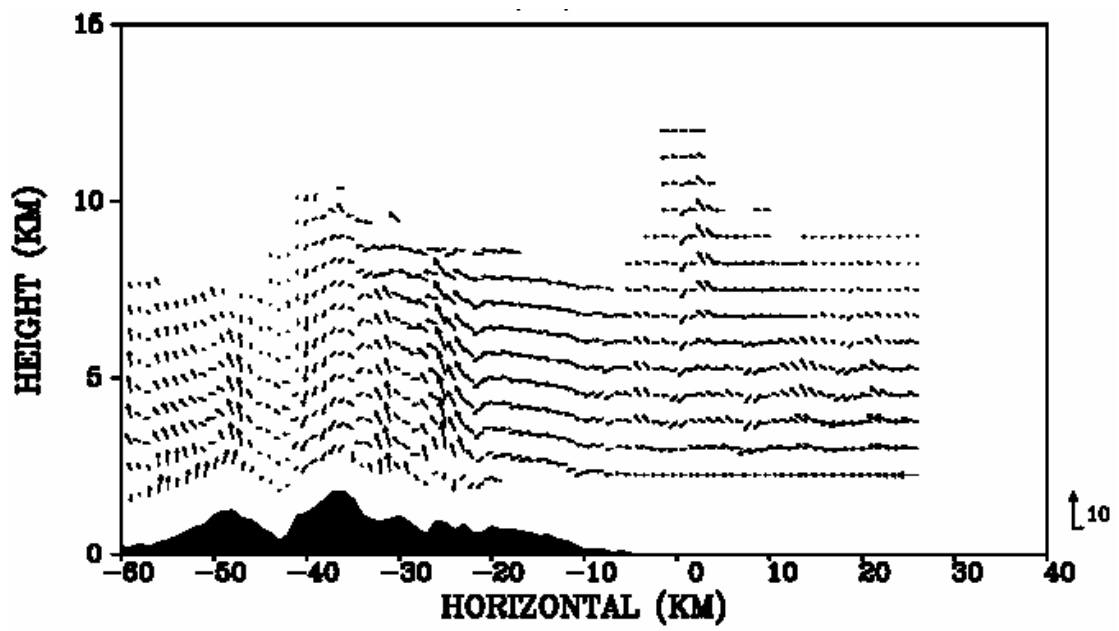


圖 4.11 1500UTC，基線南側合成範圍在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面風向量，等值線和陰影間隔皆為  $10\text{dBz}$ 。

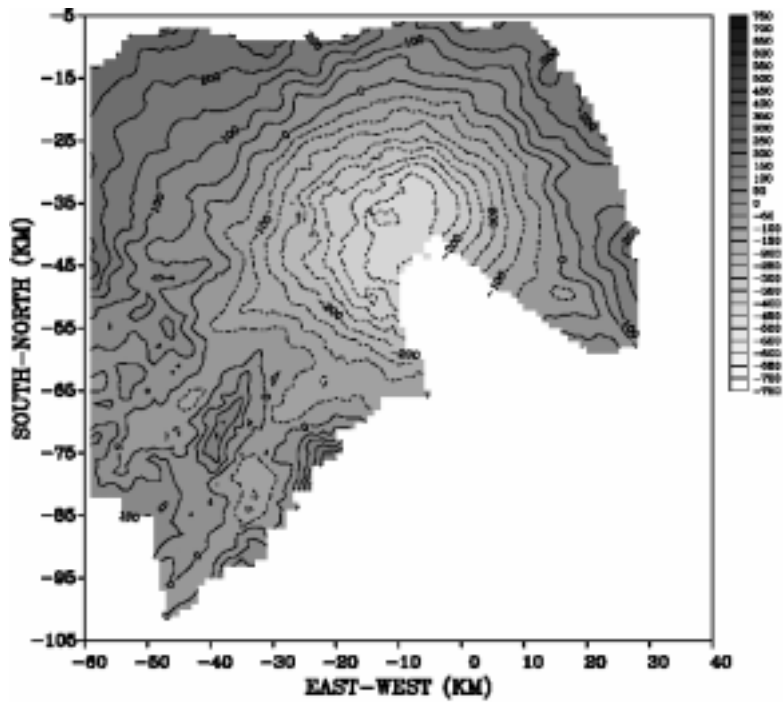


圖 4.12a 1500UTC,  $\sigma = 3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 100 帕。

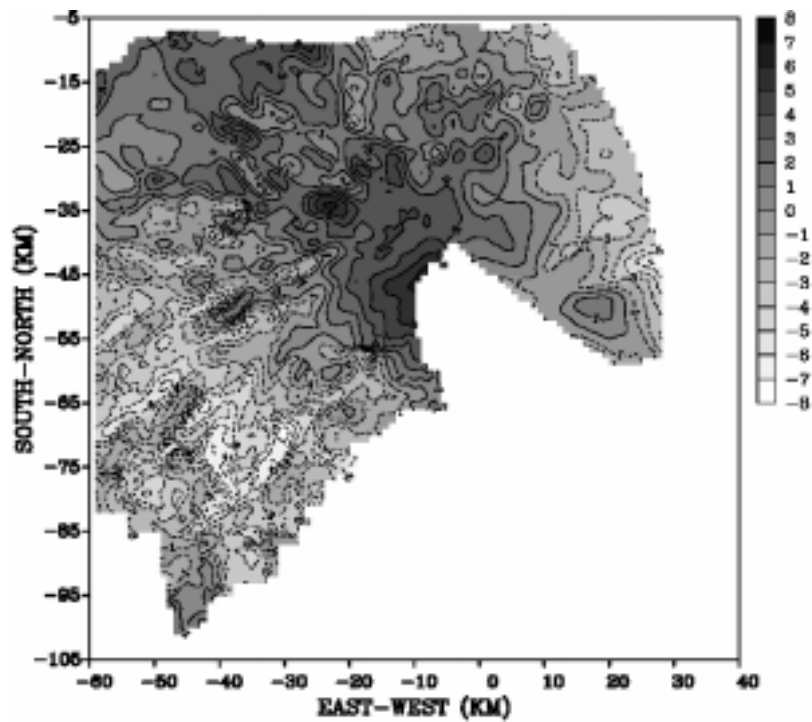


圖 4.12b 1500UTC,  $\sigma = 3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 1K。

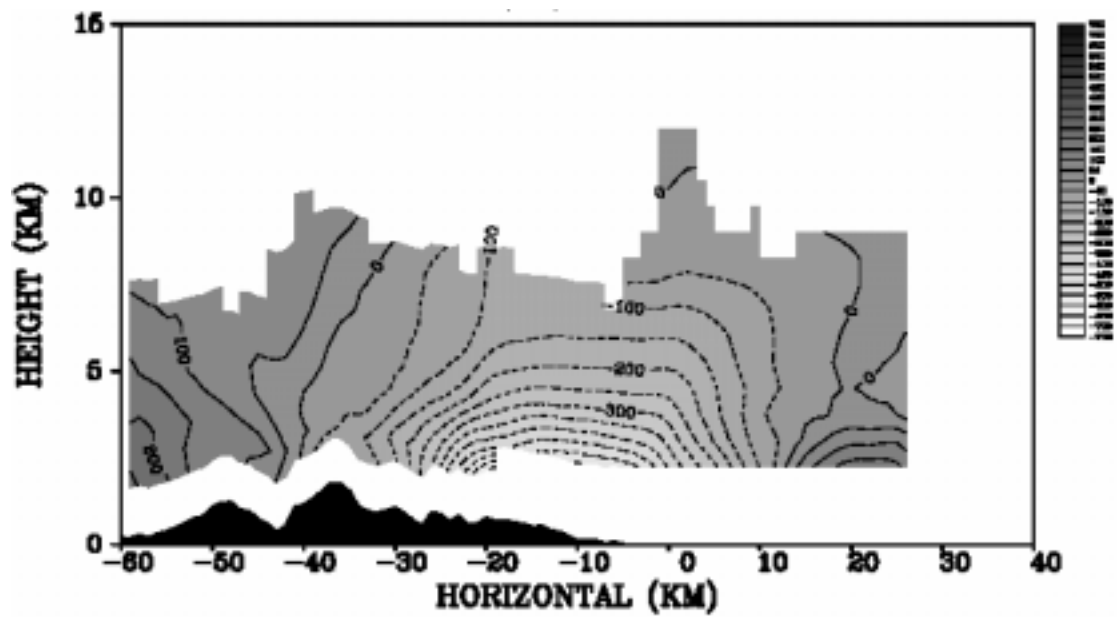


圖 4.12c 1500UTC，基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面，等值線和陰影間隔皆為 100 帕。

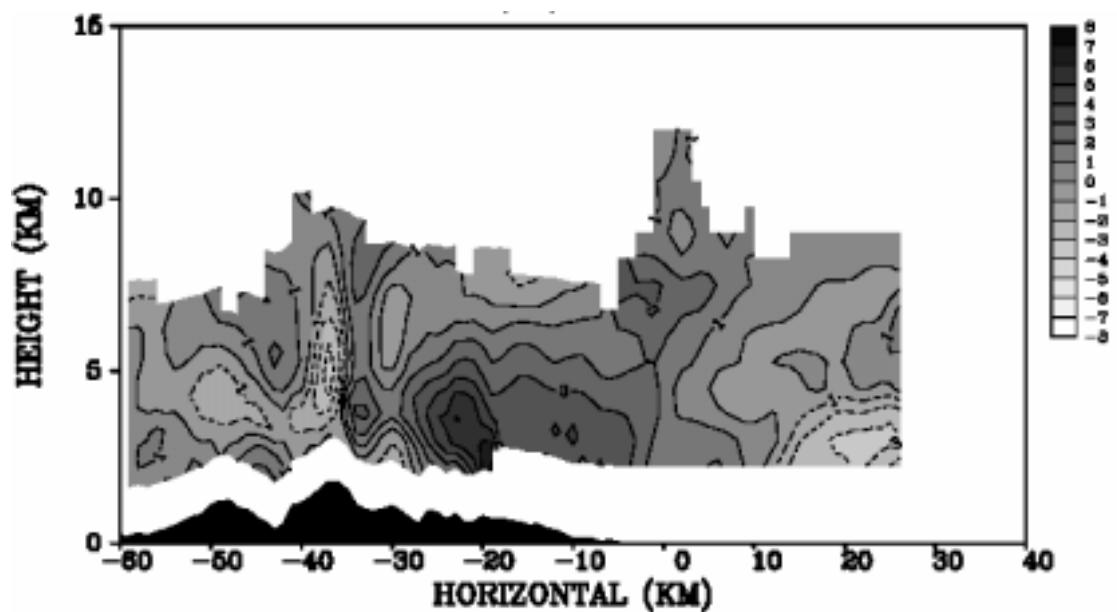


圖 4.12d 1500UTC，基線南側合成範圍的反演位溫擾動場在  $y=-35$  公里的  $x-z$  垂直剖面，等值線和陰影間隔皆為 1K。

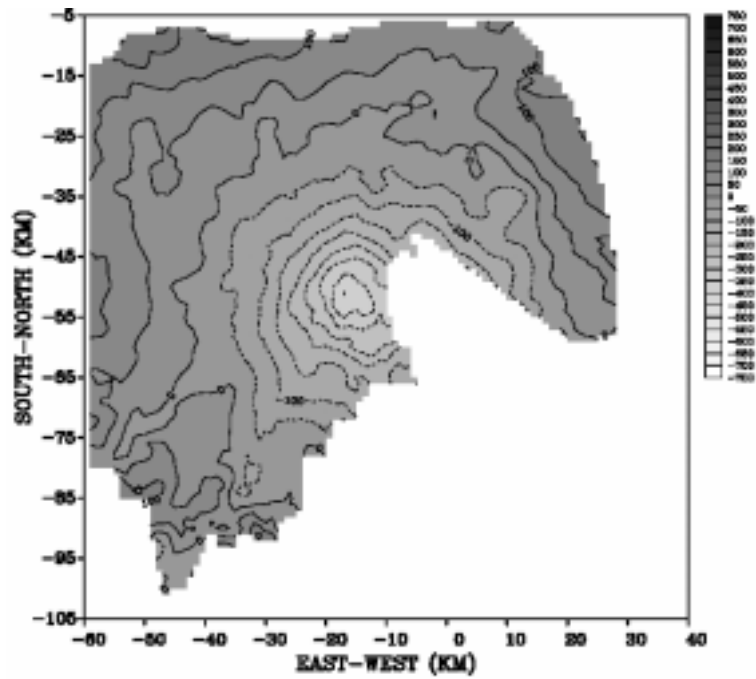


圖 4.13a 1600UTC,  $\sigma = 3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 100 帕。

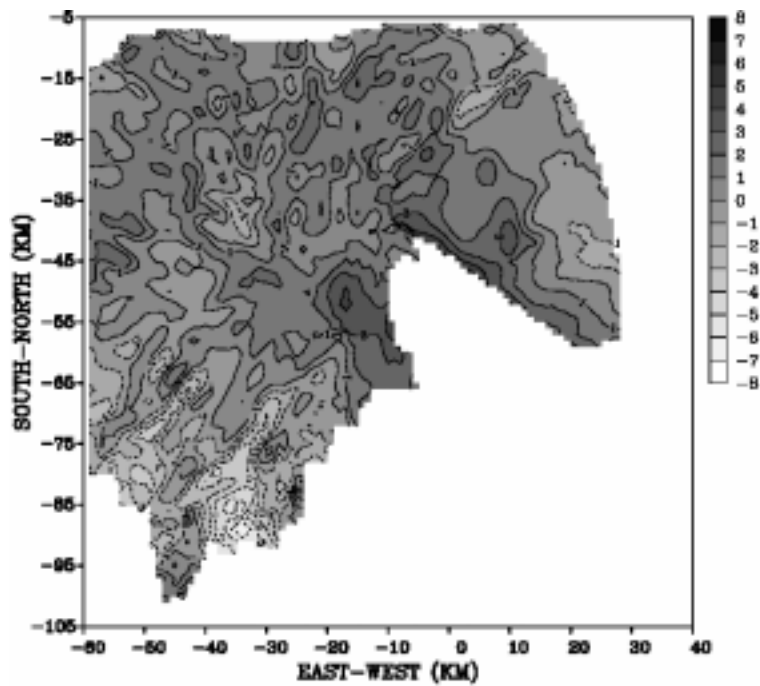


圖 4.13b 1600UTC,  $\sigma = 3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 1K。

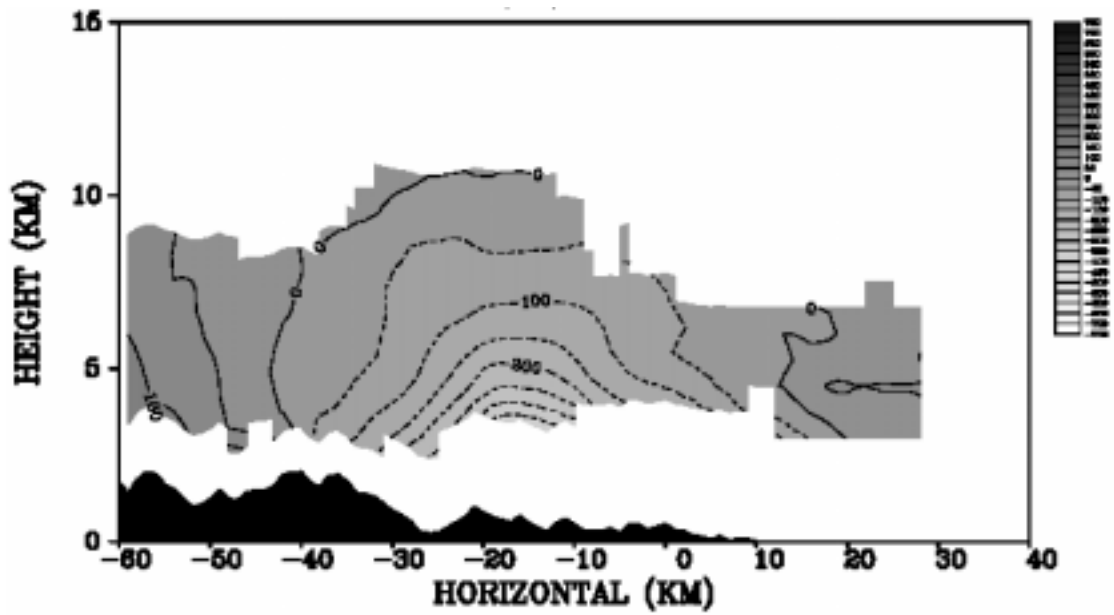


圖 4.13c 1600UTC，基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場在  $y=-53$  公里的  $x-z$  垂直剖面，等值線和陰影間隔皆為 100 帕。

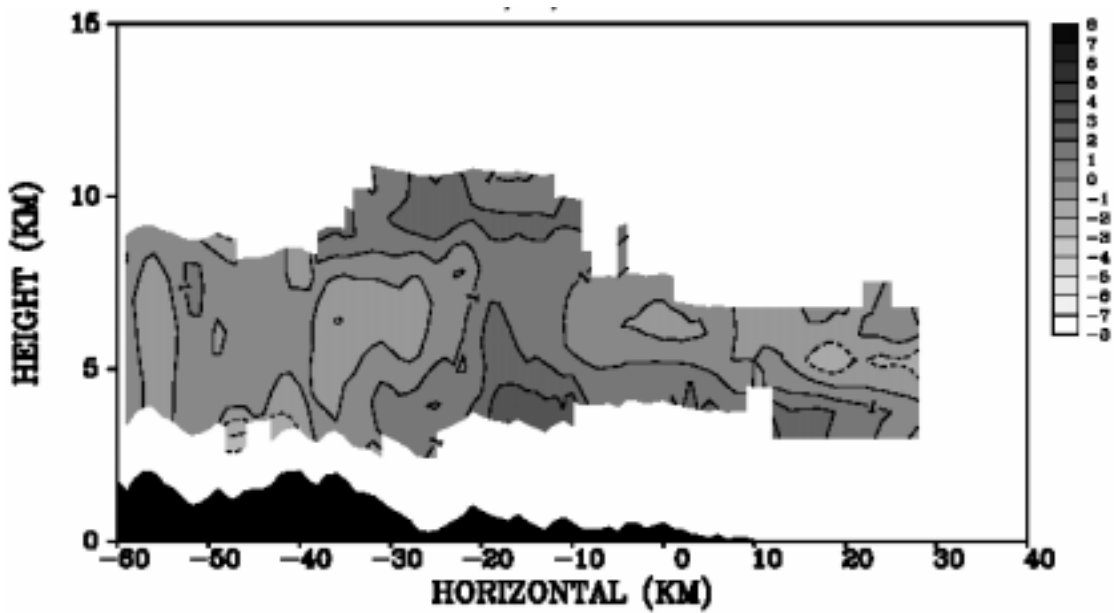


圖 4.13d 1600UTC，基線南側合成範圍的反演位溫擾動場在  $y=-53$  公里的  $x-z$  垂直剖面，等值線和陰影間隔皆為 1K。

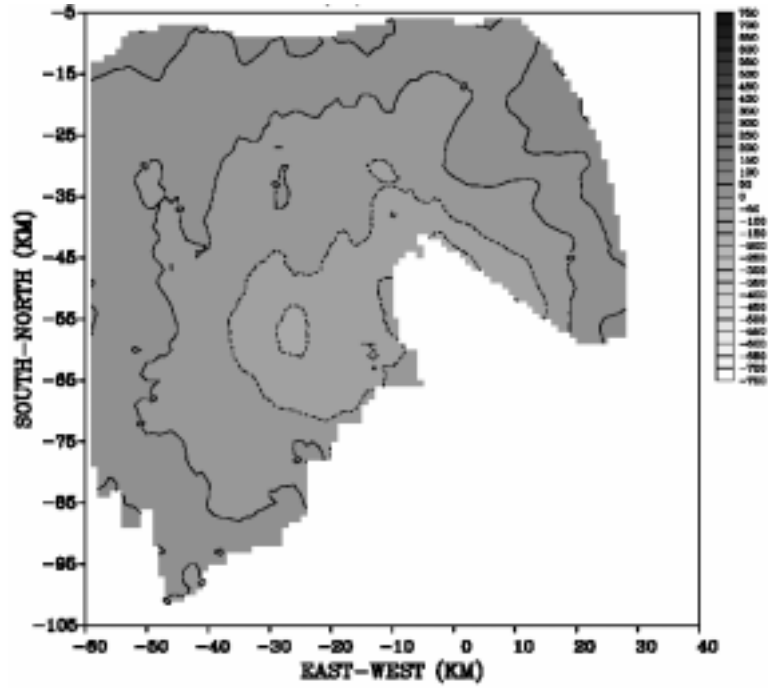


圖 4.14a 1700UTC,  $\sigma = 3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 100 帕。

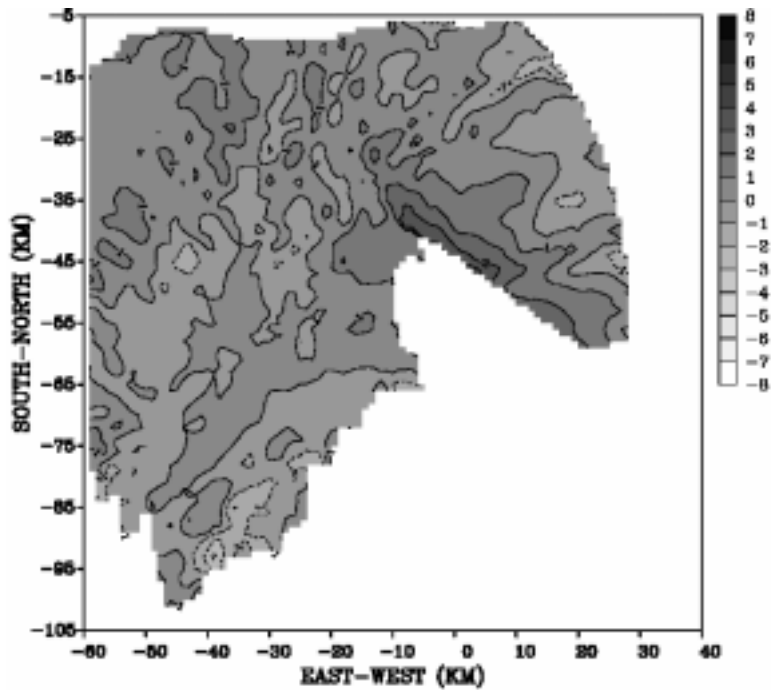


圖 4.14b 1700UTC,  $\sigma = 3\text{km}$ , 基線南側合成範圍的反演位溫擾動場, 等值線和陰影間隔皆為 1K。

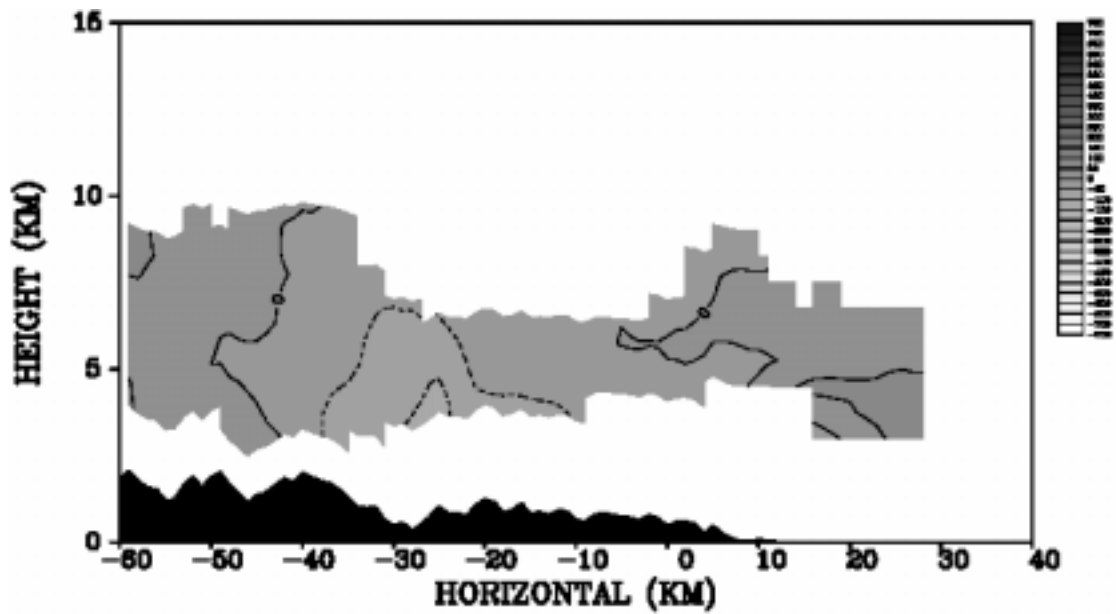


圖 4.14c 1700UTC，基線南側合成範圍的反演氣壓擾動場在  $y=-56$  公里的  $x-z$  垂直剖面，等值線和陰影間隔皆為 100 帕。

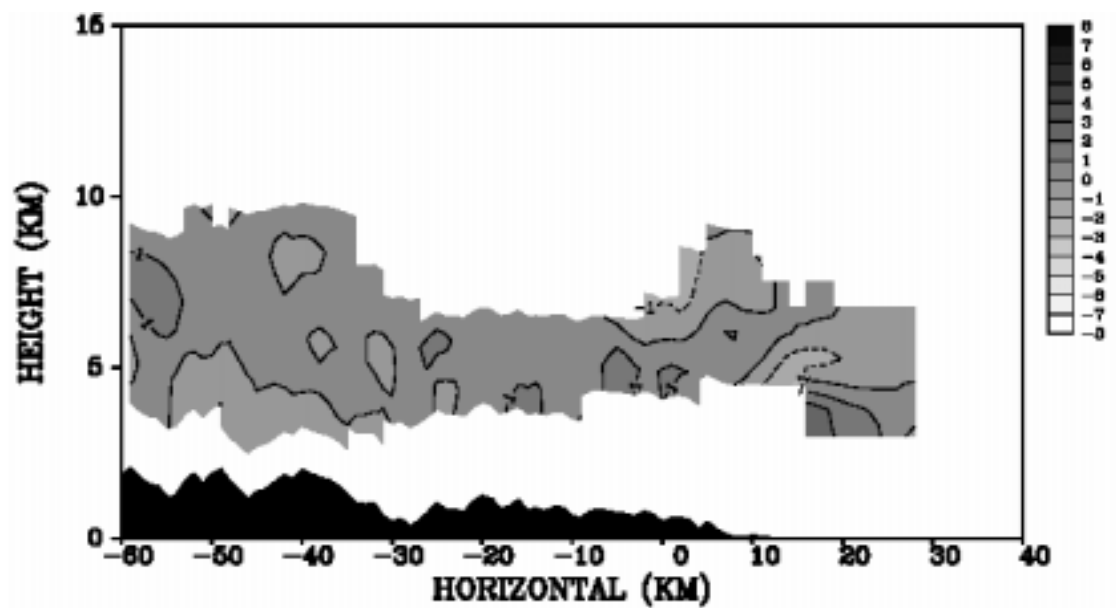


圖 4.14d 1700UTC，基線南側合成範圍的反演位溫擾動場在  $y=-56$  公里的  $x-z$  垂直剖面，等值線和陰影間隔皆為 1K。

表 3.1 實驗一、實驗二之一的反演誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
實驗一	0.8157	0.0207	0.0537	0.0647	0.9988	0.9983
$t=12s$	3.2266	0.1952	0.2124	0.6104	0.9822	0.7677
$t=60s$	3.4516	0.2053	0.2273	0.642	0.9796	0.7390
$t=120s$	4.2416	0.2505	0.2793	0.7835	0.9692	0.6047
$t=180s$	5.4821	0.3322	0.3610	1.0389	0.9501	0.4127
$t=300s$	8.4214	0.5096	0.5545	1.5939	0.8954	0.1838

表 3.2 實驗二之二，使用濾波器的反演誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
$t=12s$	3.0118	0.1933	0.1983	0.6046	0.9818	0.7758
$t=60s$	3.0422	0.1991	0.2003	0.6229	0.9811	0.7585
$t=120s$	3.4014	0.2260	0.2240	0.7070	0.9752	0.6721
$t=180s$	4.2063	0.2808	0.2770	0.8782	0.9609	0.5182
$t=300s$	6.6308	0.4269	0.4366	1.3354	0.9086	0.2674

表 3.3 實驗二之三，加入一階亂流黏滯項後的反演誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
$t=12s$	3.2996	0.1533	0.2173	0.4795	0.9784	0.8712
$t=60s$	3.5320	0.1655	0.2326	0.5178	0.9755	0.8456
$t=120s$	4.2350	0.2191	0.2788	0.6854	0.9654	0.7110
$t=180s$	5.4249	0.3086	0.3572	0.9652	0.9458	0.5087
$t=300s$	8.2658	0.4939	0.5442	1.5449	0.8911	0.2573

表 3.4 實驗二之三，加入一階亂流黏滯項並使用濾波器的反演誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
$t=12s$	3.2025	0.1548	0.2109	0.4842	0.9824	0.8757
$t=60s$	3.3036	0.1630	0.2175	0.5099	0.9806	0.8577
$t=120s$	3.5959	0.1973	0.2368	0.6172	0.9750	0.7652
$t=180s$	4.2509	0.2564	0.2799	0.8019	0.9611	0.6120
$t=300s$	6.4320	0.4079	0.4235	1.2757	0.9096	0.3452

表 3.5 實驗二之四，使用 cubic-spline 估計趨勢項的反演誤差值和空間相似度，其中 "ave" 是指將  $F$ 、 $G$  和  $H$  取平均後進行反演的實驗；"ave\_turb" 則是將 "ave" 中三個時間的  $F$ 、 $G$  和  $H$  加入亂流黏滯項後再進行反演；"single time" 則是指僅以 cubic-spline 估計單一時間風場趨勢項的反演方式。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
<i>ave</i>	3.3936	0.2077	0.3090	0.7710	0.9518	0.6188
<i>ave_turb</i>	3.9236	0.2363	0.3573	0.8772	0.9357	0.5080
<i>single time</i>	6.6212	0.4256	0.4360	1.3389	0.9084	0.2642

表 3.6 實驗三的反演誤差值和空間相似度，說明中的 (*Fil/Err*) 代表 (濾波的方式/隨機誤差的幅度)，其中 *Non* 代表沒使用濾波器，*Pri* 為 *a priori* 濾波，*Post* 為 *a posteriori* 濾波。

No.	說明 <i>Fil/Err</i>	RMSE		RRMSE		SCC	
		$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
1	<i>Non/Non</i> (註)	0.8157	0.0207	0.0537	0.0647	0.9988	0.9983
2	<i>Non/20%</i>	1.2510	0.0554	0.0824	0.1734	0.9970	0.9844
3	<i>Non/35%</i>	1.4583	0.0704	0.0960	0.2201	0.9958	0.9734
4	<i>Non/50%</i>	1.8448	0.0974	0.1215	0.3047	0.9929	0.9492
5	<i>Non/70%</i>	2.4305	0.1349	0.1600	0.4220	0.9873	0.9070
6	<i>Pri/Non</i>	3.3043	0.0350	0.2176	0.1096	0.9867	0.9951
7	<i>Pri/20%</i>	3.2117	0.0402	0.2115	0.1257	0.9870	0.9939
8	<i>Pri/35%</i>	3.2795	0.0455	0.2159	0.1424	0.9865	0.9917
9	<i>Pri/50%</i>	3.3336	0.0522	0.2195	0.1634	0.9858	0.9876
10	<i>Pri/70%</i>	3.5960	0.0660	0.2368	0.2064	0.9873	0.9786
11	<i>Post/Non</i>	3.1201	0.0400	0.2054	0.1250	0.9873	0.9937
12	<i>Post/20%</i>	3.4572	0.0529	0.2276	0.1656	0.9844	0.9860
13	<i>Post/35%</i>	3.4602	0.0509	0.2278	0.1591	0.9858	0.9897
14	<i>Post/50%</i>	3.5093	0.0563	0.2311	0.1761	0.9851	0.9860
15	<i>Post/70%</i>	3.4164	0.0621	0.2249	0.1943	0.9844	0.9807
16	<i>Pri(H)/35%</i>	1.4682	0.0856	0.0967	0.2679	0.9959	0.9599
17	<i>Pri(F, G)/35%</i>	3.2418	0.0612	0.2135	0.1914	0.9562	0.9802
18	<i>Dual Fil/35%</i>	5.0770	0.0603	0.3343	0.1888	0.9654	0.9853

註：即實驗一的反演結果。

表 3.7  $t=12$  秒時以風場估計的  $F$  和  $H$ ，及加入隨機誤差後之  $F$  和  $H$ ，相較於理想  $F$  和  $H$  之誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$F$	$H$	$F$	$H$	$F$	$H$
$t=12s$	1.7342	1.5541	0.2638	0.2656	0.9776	0.9730
Non/20%	0.7471	1.4812	0.1135	0.2531	0.9953	0.9787
Non/35%	1.3037	1.7078	0.1981	0.2919	0.9805	0.9657
Non/50%	1.8609	2.0037	0.2828	0.3424	0.9612	0.9464
Non/70%	2.6066	2.4666	0.3961	0.4216	0.9271	0.9122

表 3.8 實驗三和實驗二  $t$  為 12 秒時的反演誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
$t=12s$	2.6185	0.1255	0.1742	0.3949	0.9890	0.9149
Non/20%	1.2510	0.0554	0.0824	0.1734	0.9970	0.9844
Non/35%	1.4583	0.0704	0.0960	0.2201	0.9958	0.9734
Non/50%	1.8448	0.0974	0.1215	0.3047	0.9929	0.9492
Non/70%	2.4305	0.1349	0.1600	0.4220	0.9873	0.9070

表 3.9 實驗四的反演誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
DOMAIN( $x \times y \times z$ )						
D1-1( $22 \times 22 \times 7$ )	2.8041	0.1502	0.0876	0.1990	0.9962	0.9993
D1-2( $22 \times 22 \times 4$ )	3.7942	0.1561	0.1069	0.1615	0.9944	0.9983
D1-3( $22 \times 22 \times 3$ )	9.1537	0.4599	0.2577	0.4237	0.9663	0.9991
D1-4( $22 \times 22 \times 2$ )	15.5672	0.8560	0.4520	0.7013	0.8922	0.9982
D2-1( $17 \times 22 \times 7$ )	1.7425	0.1042	0.0530	0.1309	0.9987	0.9993
D2-2( $11 \times 22 \times 7$ )	2.7909	0.1491	0.0872	0.1975	0.9963	0.9993
D2-3( $6 \times 22 \times 7$ )	9.2094	0.4192	0.3192	0.6753	0.9478	0.9992
D3 ( $22 \times 22 \times 4$ )	4.7508	0.1769	0.1482	0.2475	0.9891	0.9969
D4 ( $6 \times 22 \times 4$ )	6.1281	0.4223	0.2052	0.7442	0.9788	0.9991

表 3.10 實驗五的反演誤差值和空間相似度。

Time	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
900	0.9208	0.0206	0.0800	0.0588	0.9974	0.9985
960	1.2434	0.0231	0.1043	0.0675	0.9955	0.9984
1020	1.0411	0.0227	0.0841	0.0676	0.9971	0.9980
1080	0.8879	0.0224	0.0675	0.0676	0.9983	0.9980
1140	1.0644	0.0267	0.0751	0.0822	0.9976	0.9969
1200	0.9468	0.0251	0.0623	0.0786	0.9985	0.9974
1260	1.0084	0.0277	0.0624	0.0882	0.9984	0.9967
1320	1.0617	0.0282	0.0627	0.0915	0.9985	0.9966
1380	1.1937	0.0327	0.0687	0.1080	0.9980	0.9955
1440	1.3653	0.0365	0.0775	0.1229	0.9974	0.9941
1500	1.5202	0.0398	0.0860	0.1367	0.9966	0.9932

表 3.11 實驗六、七的反演誤差值和空間相似度。

說明	RMSE		RRMSE		SCC	
	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$	$p'$	$\theta'$
實驗六	1.0861	0.0268	0.0684	0.0847	0.9980	0.9968
實驗七-840	2.4644	0.0781	0.0541	0.1000	0.9987	0.9955
實驗七-960	3.4199	0.0908	0.0729	0.1250	0.9974	0.9938
實驗七-1200	3.9462	0.0827	0.0927	0.1368	0.9960	0.9960