

國立中央大學

大氣物理研究所  
碩士論文

使用系集卡曼濾波器同化都卜勒雷達資料  
之研究

研究生：黃國禎

指導教授：廖宇慶 博士

中華民國九十六年六月



# 國立中央大學圖書館 碩博士論文電子檔授權書

(95 年 7 月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文電子檔(不包含紙本、詳備註 1 說明)，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- ()同意 (立即開放)  
( )同意 (一年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_  
( )同意 (二年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_  
( )不同意，原因是：\_\_\_\_\_

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、公開陳列、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名： 黃國禎 學號： 946201006

論文名稱：使用系集卡曼濾波器同化都卜勒雷達資料之研究

指導教授姓名：廖宇慶 博士

系所：大氣物理 所 博士班 碩士班

日期：民國 96 年 7 月 4 日

備註：

1. 本授權書之授權範圍僅限電子檔，紙本論文部分依著作權法第 15 條第 3 款之規定，採推定原則即預設同意圖書館得公開上架閱覽，如您有申請專利或投稿等考量，不同意紙本上架陳列，須另行加填聲明書，詳細說明與紙本聲明書請至 <http://blog.lib.ncu.edu.tw/plog/> 碩博士論文專區查閱下載。
2. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
3. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
4. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

## Abstract

Ensemble Kalman filter (EnKF) is a method for data assimilation. In this study, we apply the Observation System Simulation Experiments (OSSE) type of experimental designs to explore the performance of assimilating Doppler radar data using EnKF. A general purpose non-hydrostatic compressible model, the ARPS (Advanced Regional Prediction System), with complex multi-class microphysics, is employed for conducting all the experiments. Artificial data sets are from a simulated classic storm case that occurred on 20 May 1977 in Del City, Oklahoma. With and without terrain, we investigate the impact of several factors on the model forecasts, with the emphasis on the issue of quantitative precipitation forecast (QPF). These factors consider the number of ensembles, the time interval and frequency of data injection, the area of data availability, and so on. The major results show that using 40 members, and assimilating the radar data once every 5 minutes, can effectively produce the forecasts with sufficient accuracy. Assimilating as many data sets as possible can help to reduce the errors, and prevent the errors from growing to an uncontrollable scale. When the terrain is present and becomes a potential blockage to the radar beams, and if one can assimilate into the model the information of the initial storm development before the storm reaches the lee side of the mountain, then it is still possible to catch the location and pattern of the storm. Such a measure makes the following model forecast maintain its accuracy, even after the storm passes the mountain, and arrives at a region where the radar beams are completely blocked. Finally, to obtain an accurate one-hour QPF also requires an one-hour of radar data assimilation. Overall speaking, the assimilation of Doppler radar data does reveal significant improvements on reducing the forecast errors.

## 摘要

系集卡曼濾波器 (EnKF) (Ensemble Kalman Filter) 是一種資料同化方法。本研究是利用 EnKF 技術以及觀測系統模擬實驗 (OSSE) (Observation System Simulation Experiments) 來測試 EnKF 同化都卜勒雷達資料的表現。本研究使用的模式為 ARPS (Advanced Regional Prediction System)，此模式是一個包含多種微物理參數的非靜力可壓縮模式。模擬個案為 1977 年 5 月 20 日發生在美國中部的 Del City Storm。本研究在無地形及有地形情況下，設計多組實驗，如「同化系集數目」、「同化時間間隔」、「同化次數」與「同化區域」等若干實驗，探討其對模式各氣象場預報誤差的影響，並且著重在定量降水預報度的改善。結果顯示，以 40 個系集樣本，每 5 分鐘同化一次，可得到足夠準確的結果。配合雷達觀測，盡量多次同化，可有助於誤差的降低，並避免誤差擴大而無法修正回來。在有地形時，只要在過山之前就同化初期暴風發展的資訊，便能快速地掌握住暴風的位置與型態，使後續的預報更加準確。同化一個小時雷達資料以後，此系集模式的降水預報能力約可維持至少一小時的準確度。使用 EnKF 同化雷達資料的確對降低預報誤差具有顯著的改進。

## 致 謝

經歷了這兩年多來漫長且艱難的研究生活，但現在看來，卻也像是一眨眼的事。首先要感謝我的指導教授——廖宇慶老師，對我是抱著非常大的期望，期許我在這個議題上能有一番作為，而今日我能有此小小的成果，這都要歸功於老師陪伴著我一路走來，給我的一切。

我也要感謝陳台琦老師一直以來對我付出的關懷與鼓勵，在研究中也適時地給予建議與提醒，就像慈母一樣使我感到安心，也充滿熱情。更要感謝曾忠一老師對我的論文提出寶貴的意見與問題，讓我感受到做研究時那嚴肅且認真的心。我學習得越多，越覺得學得的越少，學海是浩瀚無邊的。感謝老師們讓我懂得用更謙虛的心面對未來的每一件事。

我還要感謝遠在美國的薛明老師和童明靜學姊，在我研究中遇到瓶頸與困境時，能夠抽空給予我詳細地回覆與說明，為我解惑，讓我擁有更清楚的思緒，在此研究領域中建立穩固的根基。

當然還要感謝一起做研究、同甘共苦的夥伴們，欣弘、偉裕、少凡、正紀、致穎、紀董、崇華學長和雅茹、宜萍、璿如、雅婷、佩娟學姐對我的照顧與關懷，可愛的雅亭更是讓低迷的實驗室充滿笑聲。謝謝跟我一起熬過來的朋友，小龜、雅茜和阿利，同班六年的同學們，還有愛搞吃飯聊是非的排球幫損友，因為有你們一路相挺，讓我這幾年來的生活不是只有研究，而是充滿歡笑與快樂。

最後，我要將此篇論文獻給我的家人，爸爸媽媽，還有兩個弟弟。沒有他們長久以來在背後默默地支持，也就沒有今日的我，謝謝你們。

# 目 錄

摘要	i
致謝	iii
目錄	iv
圖表說明	vi

## 第一章 序論

1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 研究動機與方向	3

## 第二章 研究方法

2.1 資料同化方法介紹	5
2.1.1 標準卡曼濾波器	7
2.1.2 系集卡曼濾波器	9
2.1.3 系集平方根濾波器	10
2.2 觀測系統模擬實驗設計	12
2.2.1 預報模式與真實模擬	12
2.2.2 模擬雷達觀測資料	13
2.2.3 系集卡曼濾波器資料同化程序	16
2.3 定量降水檢驗方法	18
2.3.1 GS得分	18
2.3.2 相關係數	19

### 第三章 無地形的觀測系統模擬實驗

3.1	測試實驗	20
3.1.1	實驗一：「系集數」測試	20
3.1.2	實驗二：「掃描時間」測試	21
3.1.3	實驗三：「是否同化徑向風與回波」測試	22
3.2	實驗四：同化後並作長時間系集預報 ——「同化次數」測試	25

### 第四章 有地形的觀測系統模擬實驗

4.1	加入鐘型山脈——實驗五：「同化次數」測試	29
4.2	加入長條型山脈	34
4.2.1	實驗六：「同化區域」測試	34
4.2.2	實驗七：同化後並作長時間系集預報	38

### 第五章 結論與未來展望

5.1	結論	40
5.2	未來展望	42

參考文獻	44
------	----

附表	47
----	----

附圖	50
----	----

略語表	91
-----	----

主要符號表	92
-------	----

## 圖表說明

- 表 2.1 1977 年 5 月 20 日 15:00:00CST 的 Del City 環境探空資料。由左至右依序是高度 (m)、位溫 (K)、水汽混合比 ( $\text{gkg}^{-1}$ )、u 風場 ( $\text{ms}^{-1}$ )、v 風場 ( $\text{ms}^{-1}$ )。其中 (u, v) 已扣除環境風場 (3, 14) ( $\text{ms}^{-1}$ )。垂直方向共有 35 層，而最底層的高度與氣壓分別為 0 m 與 965 hPa。
- 表 2.2 四種「預報」與「事件」發生可能性分類表。(摘自 Schaefer, 1990)
- 表 3.1 測試實驗：實驗一為「系集數」測試；實驗二為「掃瞄時間」測試；實驗三為「是否同化徑向風與回波」測試。
- 表 3.2 實驗四：同化後並作長時間系集預報——「同化次數」測試。
- 表 4.1 實驗五：加入鐘型山脈——「同化次數」測試。
- 表 4.2 實驗六：加入長條型山脈——「同化區域」測試。
- 圖 2.1 系集卡曼濾波器同化示意圖。(摘自 Snyder and Zhang, 2003)
- 圖 2.2 觀測系統模擬實驗的流程概念圖。
- 圖 2.3 1977 年 5 月 20 日 15:00:00CST 的 Del City 環境探空資料所繪各變數隨高度的變化圖。由左而右依序是位溫 (K)、水平風場 ( $\text{ms}^{-1}$ ) 與水汽混合比 ( $\text{gkg}^{-1}$ )。
- 圖 2.4 都卜勒雷達 (位於原點) 觀測空中某一點 (x, y, z) 的徑向風示圖。
- 圖 3.1 實驗一：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。(a). 水平速度 u ; (b). 水平速度 v ; (c). 垂直速度(w) ; (d). 擾動位溫(ptprt) ; (e). 擾動氣壓 (pprt) ; (f). 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g). 雲水混合比 ( $q_c$ ) ; (h). 雲冰混合比 ( $q_i$ ) ; (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ; (k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )。



- 圖 3.2 實驗二：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。(a). 水平速度  $u$  ; (b). 水平速度  $v$  ; (c). 垂直速度( $w$ ) ; (d). 擾動位溫( $ptprt$ ) ; (e). 擾動氣壓 ( $pprt$ ) ; (f). 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g). 雲水混合比 ( $q_c$ ) ; (h). 雲冰混合比 ( $q_i$ ) ; (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ; (k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )。
- 圖 3.3 實驗三：高度 6 公里的水平風場 ( $u$ 、 $v$ ) 與垂直速度 ( $w$ )。時間：第 25、30、35、40 分鐘。由上而下依序是真實情況、AN (不同化)、AY (同化  $V_r$ 、 $Z$ )。
- 圖 3.4 實驗三：高度 250 公尺的水平擾動風場與擾動位溫場 ( $ptprt$ )。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AN (不同化)、AY (同化  $V_r$ 、 $Z$ )。
- 圖 3.5 實驗三：地面累積降雨量。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AN (不同化)、AY (同化  $V_r$ 、 $Z$ )。
- 圖 3.6 實驗三：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。(a). 水平速度  $u$  ; (b). 水平速度  $v$  ; (c). 垂直速度( $w$ ) ; (d). 擾動位溫( $ptprt$ ) ; (e). 擾動氣壓 ( $pprt$ ) ; (f). 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g). 雲水混合比 ( $q_c$ ) ; (h). 雲冰混合比 ( $q_i$ ) ; (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ; (k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )。
- 圖 3.7 實驗四：同化與長期系集預報區間示意圖。實驗代號 AL12 是將第 20 分鐘時「虛擬真實大氣」的風場與位溫做擾動以成為 40 個系集初始場，同化區間是在第 20 ~ 80 分鐘，共同化一小時雷達觀測資料。實驗代號 AL06 則是在第 50 分鐘做擾動成為 40 個系集初始場，同化區間是在第 50 ~ 80 分鐘，只同化半小時雷達觀測資料。圖中虛線處即表示同化區間的範圍，在同化區間之前為虛擬真實大氣的模擬，在同化區間之後則是長期系集預報。
- 圖 3.8 實驗四：高度 2.5 公里的水平風場 ( $u$ 、 $v$ ) 與回波 ( $Z$ )。時間：第 80、100、120、140 分鐘。由上而下依序為真實情況、AL12 (同化 12 次)、AL06 (同化 6 次) 的結果。
- 圖 3.9 實驗四：地面 5 分鐘內累積降雨量。時間：第 80、100、120、140 分鐘。由上而下依序為真實情況、AL12 (同化 12 次)、AL06 (同化 6 次) 的結果。

- 圖 3.10 實驗四：5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化。綠色直線表示在第 80 分鐘後，就不再同化而只做較長期系集預報。藍色實線為虛擬真實大氣，黑色實線為 AL12（同化 12 次），紅色虛線為 AL06（同化 6 次）。
- 圖 3.11 實驗四：5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。綠色直線表示在第 80 分鐘後，就不再同化而只做較長期系集預報。黑色實線為 AL12（同化 12 次），紅色虛線為 AL06（同化 6 次）。藍色直線表示 AL12 到第 140 分鐘的 GS 得分有 0.5，而在第 170 分鐘前，還能維持在 0.3 以上。
- 圖 3.12 實驗四：5 分鐘內累積雨量「相關係數」（CC）隨時間的變化。綠色直線表示在第 80 分鐘後，就不再同化而只做較長期系集預報。黑色實線為 AL12（同化 12 次），紅色虛線為 AL06（同化 6 次）。藍色直線表示 AL12 在第 160 分鐘以前相關係數還能維持在 0.5 以上。
- 圖 4.1 實驗五：鐘型山脈地形示意圖。山脈高度 2000 公尺。山中心點在 (55, 40) 公里處，半山寬為 5 公里。
- 圖 4.2 實驗五：高度 2.5 公里的水平風場 (u、v) 與回波 (Z)。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AT16（同化 16 次）、AT00（完全不同化）、AT06（同化前 6 次）、AT06N（同化前 6 次，但回波對於非直接相關變數只同化第 4 ~ 6 次）。紅色圓圈標示鐘型山脈的位置。紅色直線表示將繪出此線的垂直剖面，如圖 4.3。
- 圖 4.3 實驗五：x = 55 公里處垂直剖面的擾動風場與回波。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AT16（同化 16 次）、AT00（完全不同化）、AT06（同化前 6 次）、AT06N（同化前 6 次，但回波對於非直接相關變數只同化第 4 ~ 6 次）。
- 圖 4.4 實驗五：地面累積降雨量（追隨地勢）。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AT16（同化 16 次）、AT00（完全不同化）、AT06（同化前 6 次）、AT06N（同化前 6 次，但回波對於非直接相關變數只同化第 4 ~ 6 次）。

- 圖 4.5 實驗五：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。(a). 水平速度  $u$  ; (b). 水平速度  $v$  ; (c). 垂直速度 ( $w$ ) ; (d). 擾動位溫 ( $ptprt$ ) ; (e). 擾動氣壓 ( $pprt$ ) ; (f). 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g). 雲水混合比 ( $q_c$ ) ; (h). 雲冰混合比 ( $q_i$ ) ; (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ; (k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )。
- 圖 4.6 實驗六：長條型山脈地形示意圖。山脈高度 3000 公尺。山中心點在 (58, 57) 公里處，半山寬各為 (10, 40) 公里。
- 圖 4.7 實驗六：高度 2.5 公里的水平風場 ( $u$ 、 $v$ ) 與回波 ( $Z$ )。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、ADA (所有區域皆同化)、ADU (同化「全區域高度 3000 m 以上」、ADM (同化「山前」和「山後高度 3000 m 以上」、ADX (完全不同化)。圖中空白區域表示長條型山脈的位置。紅色直線表示將繪出此線的垂直剖面，如圖 4.8。
- 圖 4.8 實驗六： $y = 57$  公里處垂直剖面的擾動風場與回波。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、ADA (所有區域皆同化)、ADU (同化「全區域高度 3000 m 以上」、ADM (同化「山前」和「山後高度 3000 m 以上」、ADX (完全不同化)。
- 圖 4.9 實驗六：地面累積降雨量 (追隨地勢)。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、ADA (所有區域皆同化)、ADU (同化「全區域高度 3000 m 以上」、ADM (同化「山前」和「山後高度 3000 m 以上」、ADX (完全不同化)。
- 圖 4.10 實驗六：5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化。藍色短虛線為真實情況，黑色實線為實驗 ADA，紅色點線為實驗 ADU，綠色虛線為實驗 ADM，棕色點虛線為實驗 ADX。
- 圖 4.11 實驗六：5 分鐘內地面累積降雨量分布圖。實驗代號 ADX (完全不同化) 與真實情況比較。時間：第 40、60、80、100 分鐘。
- 圖 4.12 實驗六：5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。黑色實線為實驗 ADA，紅色點線為實驗 ADU，綠色虛線為實驗 ADM，棕色點虛線為實驗 ADX。

- 圖 4.13 實驗六：5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化。黑色實線為實驗 ADA，紅色點線為實驗 ADU，綠色虛線為實驗 ADM，棕色點虛線為實驗 ADX。
- 圖 4.14 實驗七：高度 2.5 公里的水平風場 (u、v) 與回波 (Z)。由上而下依序是真實情況、同化 12 次後再做較長期系集預報的結果。時間：第 60、80、100、120、140 分鐘。
- 圖 4.15 實驗七：5 分鐘內地面累積降雨量分布圖。由上而下依序是真實情況、同化 12 次後再做較長期系集預報的結果。時間：第 60、80、100、120、140 分鐘。
- 圖 4.16 實驗七：5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化。圖中綠色直線表示第 80 分鐘後便不再同化，藍色虛線為虛擬真實大氣，黑色實線為同化 12 次的實驗。
- 圖 4.17 實驗七：5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。綠色直線表示第 80 分鐘後便不再同化。藍色直線表示在第 150 分鐘內可維持 GS 得分有 0.5 以上，而第 180 分鐘內，還能維持 GS 得分在 0.3 以上。
- 圖 4.18 實驗七：5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化。綠色直線表示第 80 分鐘後便不再同化。藍色直線表示在第 190 分鐘還能維持相關係數在 0.5。

# 第一章 序論

## 1.1 前言

短期數值天氣預報是將現有的觀測資料輸入模式中，以基本的大氣動力方程式，來模擬短期對流尺度天氣系統的快速變化，以預測未來幾小時內的天氣狀況。而如何能讓數值天氣預報的誤差降至最低，使它更符合現實大氣的情形，是另一個重要的課題。利用「資料同化」將有助於解決此一問題。「資料同化」是將多樣化、不同時間、不同地點的觀測資料，加入到預報模式中，修正預報場，以降低誤差，提高預報的準確度。

資料同化的方法有許多種，例如 Xiao et al. (2005) 使用三維變分方法 (3DVAR) 同化都卜勒雷達所觀測的徑向風，預報強降雨事件。另外，Sun and Crook (1997, 1998, 2001) 將四維變分方法 (4DVAR) 應用至「變分都卜勒雷達分析系統」(VDRAS) 中，同化徑向風和回波。他們並在 2000 年雪梨奧運預報展示計畫中用此方法同化兩座都卜勒雷達及其他資料，分析並預報低層風場的變化 (Crook and Sun 2002, 2004)。而「系集卡曼濾波器」(Ensemble Kalman Filter) 也是資料同化方法之一，或簡稱 EnKF。相較於 4DVAR，系集卡曼濾波器的好處是不需要為每個數值天氣預報模式開發「伴隨方程」(adjoint)，也就是對模式的依賴性較 4DVAR 為低。它也很容易做平行化運算，再配合現今急速增長的電腦運算技術與龐大的計算容量，這無非是提供了一個更完備的環境來發展系集卡曼濾波器。由於利用系集預報樣本來估計誤差協方差，所以可以很容易量化同化前後的預報能力。而系集卡曼濾波器是採用樣本之間的相關性來修正預報場，所以可以用來更

新非直接相關的變數，例如使用回波資料來修正三維風場、使用徑向風資料來修正微物理變數。以上種種都是系集卡曼濾波器在資料同化上吸引人的地方。

## 1.2 文獻回顧

Evensen (1994) 最先提出引用系集卡曼濾波器 (EnKF) 技術於海洋模式的資料同化上，開始受到世界各先進國家氣象研究的注意。他也將 EnKF 的理論公式與實際在電腦平台上的程式寫法做一個較完整的介紹 (Evensen 2003)。而 Snyder and Zhang (2003) 首次將 EnKF 應用在對流尺度 (含暖雨過程) 的都卜勒雷達徑向風資料同化，並探討 EnKF 經由預報系集來估計觀測變數與模式狀態變數協方差的能力。Zhang et al. (2004) 比較了不同品質的初始場與觀測對於預報結果的影響。Tong and Xue (2005) 使用非靜力可壓縮模式設計「觀測系統模擬實驗」(Observation System Simulation Experiments) (OSSE)，以系集卡曼濾波器同化都卜勒雷達資料，考慮同化徑向風與／或回波，其模式也包含六種微物理 (含冰相) 變數。Whitaker and Hamill (2002) 使用 EnKF 的延伸方法——系集平方根濾波器 (Ensemble Square Root Filter) (EnSRF) 來進行雷達徑向風資料同化。Xue et al. (2006) 利用 EnSRF 同化 CASA 雷達 (Center for Collaborative Adaptive Sensing of the Atmosphere) 的觀測資料，也是以 OSSE 來測試四座 CASA 雷達觀測網的同化能力。Dowell et al. (2004) 測試 EnKF 在真實個案中反演風場與溫度場的能力，使用單一都卜勒雷達同化徑向風與回波，並將結果與另一座雷達觀測或雙雷達合成做比對，在暴風位置與強度上有不錯的反演結果。Torn et al.

(2006)在有限區域的系集卡曼濾波器資料同化上比較了幾種系集側邊界條件方法。曾(2006)詳細說明並統整各種卡曼濾波器的基本原理、方程式與其中的差異性，讓國內氣象學界對於 EnKF 有較深入的認識與了解。

### 1.3 研究動機與方向

近年來台灣地區深受水患之苦，由於中央山脈地勢陡峭，河川短淺湍急，下游雨水易宣洩不及，短時間的豪大雨常常演變為地區性淹水，民眾防範不及，造成身家財產損失嚴重。有鑒於此，台灣地區在發展短期定量降水預報上更具急迫性。

系集卡曼濾波器資料同化已受到世界矚目，但目前台灣氣象界對於這個領域尚待更進一步的開展，且無任何相關論文探討。我們期望引進並發展此一技術應用在台灣地區，改善台灣短期定量降水預報的精確度。本研究依循 Tong and Xue (2005) 及 Xue et al. (2006) 的非靜力可壓縮模式，再加入理想化地形，利用「觀測系統模擬實驗」同化都卜勒雷達資料，設計多組實驗測試比較，且在最後計算預報得分 (Schaefer 1990)，以評估同化後的降水預報水準。

本論文共分五章：第二章是研究方法介紹，將說明「卡曼濾波器」的基本原理與延伸發展的系集處理方法，包含了「系集卡曼濾波器」和「系集平方根濾波器」。第二部份敘述「觀測系統模擬實驗」的架構與流程、模式設定，雷達觀測策略等，作為每個實驗的基本配置。第三部份介紹定量降水檢驗方法，有 Gilbert Skill Score (GS 得分) 與相關係數 (CC) (correlation coefficient)。

第三章與第四章分別描述並討論在「無地形」與「有地形」情況

下的觀測系統模擬實驗。在「無地形」情況下，先做若干敏感度測試，以較好的結果作為往後的實驗設定。再測試「同化後並作長時間系集預報」的結果，檢驗降雨預報的能力。第四章講述「有地形」情況，在鐘型山脈上作不同同化次數的測試，而在長條型山脈上，考慮不同同化範圍，比較並探討其差異。也測試「同化後並作長時間系集預報」，評估未來 1 ~ 2 小時內的降雨預報能力。第五章為本研究的總結，並提出未來能夠繼續研究的方向與展望。



## 第二章 研究方法

### 2.1 資料同化方法介紹

系集卡曼濾波器是利用預報系集所呈現出來的相關性來做狀態變數修正。圖 2.1 是摘自 Snyder and Zhang (2003) 所描述的系集卡曼濾波器同化示意圖。圖 2.1a, 考慮在空間中的某一點徑向風( $V_r$ )與空間中另一點垂直速度( $w$ )的 50 個系集分布情形如圖上黑色的點, 橫軸為垂直速度, 縱軸為徑向風。從系集分布圖上, 可以發現徑向風與垂直速度有正相關特性。徑向風的系集平均是  $9 \text{ ms}^{-1}$ , 垂直速度的系集平均是  $9 \text{ ms}^{-1}$  (圖 2.1a 細箭頭處)。假設現在有一個新的徑向風觀測資料 (圖 2.1a 粗箭頭處), 其值為  $14 \text{ ms}^{-1}$ , 曲線表示觀測的不確定性或是誤差範圍。利用系集卡曼濾波器同化這筆資料後, 使得徑向風向上修正成為  $12.5 \text{ ms}^{-1}$ , 垂直速度也因系集表現出來的正相關特性而被調整, 提高至  $11 \text{ ms}^{-1}$  (圖 2.1b 細箭頭處), 系集分佈也因同化後而更新成為圖 2.1b 上黑色的點。圖 2.1b 的灰階部分由圖 2.1a 複製過來, 以作為對照之用。

「卡曼濾波器」是系集卡曼濾波器的前身, 是由最佳內插法演變而來。在預報的過程當中, 當有新的觀測資料進來, 我們就可以用來修正原本的模式狀態變數 (或稱背景值), 產生一個新的最佳分析值, 使模式更貼近現實的情況, 再繼續預報下去, 這就是卡曼濾波器的基本原理。

下式是卡曼濾波器的主要觀測更新方程：

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{K}[\mathbf{y}_o - H(\mathbf{x}_b)] \quad (2.1)$$

其中,  $\mathbf{x}_b$  為「背景場狀態變數」,  $\mathbf{x}_a$  為我們所要想求得的「分析場

狀態變數」。  $\mathbf{y}_o$  是要同化進來的「可觀測量的觀測值」，以都卜勒雷達為例，則  $\mathbf{y}_o$  可以是徑向風或回波資料。  $H$  為「觀測算子」，可代表時間的內插、空間的內插、或是將模式狀態變數轉換為可觀測量。  $[\mathbf{y}_o - H(\mathbf{x}_b)]$  表示觀測值與模式狀態變數的差異量，若兩者相差越大，則此項越大，代表必須修正更多。  $\mathbf{K}$  為「增益矩陣」，或可視為修正項的權重。

若在某時刻有新的觀測資料可供同化，就可以與模式預報變數結合，用來改善分析，假設「可觀測量的觀測值」(  $\mathbf{y}_o$  ) 與「真實狀態變數」(  $\mathbf{x}$  ) 有以下轉換關係：

$$\mathbf{y}_o = H(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon}_r \quad (2.2)$$

其中，  $\boldsymbol{\varepsilon}_r$  代表「觀測誤差」，它等於「量測誤差」(  $\boldsymbol{\varepsilon}_o$  ) 和「向前模式誤差」(  $\boldsymbol{\varepsilon}_F$  ) 的和，上式也稱為觀測的隨機模式。值得注意的是，這裡有假設「觀測誤差」是無偏的，且在不同時刻是不相關的，但同一時刻的「觀測誤差協方差」為  $\mathbf{R}$ ，即：

$$\mathbf{R} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_r \boldsymbol{\varepsilon}_r^T \rangle \quad (2.3)$$

為了要求得在同化後有最小的誤差，我們再定義下列誤差值：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_a = \mathbf{x}_a - \mathbf{x} \quad (2.4)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b = \mathbf{x}_b - \mathbf{x} \quad (2.5)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_o = \mathbf{y}_o - \mathbf{y} \quad (2.6)$$

上面三個式子，  $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_b$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_o$  分別代表分析誤差、背景誤差與量測誤差。分析誤差 (  $\boldsymbol{\varepsilon}_a$  ) 表示「分析場狀態變數」(  $\mathbf{x}_a$  ) 與「真實狀態

變數」(  $\mathbf{X}$  ) 的差值。背景誤差 (  $\boldsymbol{\varepsilon}_b$  ) 表示「背景場狀態變數」(  $\mathbf{X}_b$  ) 與「真實狀態變數」(  $\mathbf{X}$  ) 的差值。量測誤差 (  $\boldsymbol{\varepsilon}_o$  ) 表示「可觀測量的觀測值」(  $\mathbf{Y}_o$  ) 與「可觀測量」(  $\mathbf{Y}$  ) 的差值。  $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_b$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}_o$  本來皆為單一行向量，我們再定義其協方差矩陣，如下：

$$\mathbf{A} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_a \boldsymbol{\varepsilon}_a^T \rangle \quad (2.7)$$

$$\mathbf{B} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_b \boldsymbol{\varepsilon}_b^T \rangle \quad (2.8)$$

$$\mathbf{O} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_o \boldsymbol{\varepsilon}_o^T \rangle \quad (2.9)$$

上標 T 表示將矩陣做轉置。  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{O}$  分別代表「分析誤差協方差」、「背景誤差協方差」與「量測誤差協方差」。注意「量測誤差協方差」(  $\mathbf{O}$  ) 實際上並不需要用到，我們只需估計「觀測誤差協方差」(  $\mathbf{R}$  ) 即可，因為它已包含了「量測誤差」(  $\boldsymbol{\varepsilon}_o$  )。

我們要找到一個最佳增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  )，使得分析誤差協方差 (  $\mathbf{A}$  ) 的值為最小。經由推導得出，當：

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2.10)$$

則  $\mathbf{A}$  有最小值：

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{B} \quad (2.11)$$

由上式可知，經由卡曼濾波器同化之後，可以將原來的背景誤差協方差 (  $\mathbf{B}$  ) 再減少  $\mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{B}$ ，使成為 (  $\mathbf{B} - \mathbf{K}\mathbf{H}\mathbf{B}$  )，即為分析誤差協方差 (  $\mathbf{A}$  )。

### 2.1.1 標準卡曼濾波器

標準卡曼濾波器藉由計算背景誤差協方差 (  $\mathbf{B}$  ) 與分析誤差協方

差 (  $\mathbf{A}$  )，可以修正模式狀態變數，使誤差下降。以下是標準卡曼濾波器的主要計算流程：

$$\mathbf{x}_n^f = \mathbf{M}_{n-1}(\mathbf{x}_{n-1}^a) \quad (2.12)$$

$$\mathbf{B}_n = \mathbf{M}_{n-1}\mathbf{A}_{n-1}\mathbf{M}_{n-1}^T + \mathbf{Q}_{n-1} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{B}_n\mathbf{H}_n^T(\mathbf{H}_n\mathbf{B}_n\mathbf{H}_n^T + \mathbf{R}_n)^{-1} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{x}_n^a = \mathbf{x}_n^f + \mathbf{K}_n[\mathbf{y}_n^o - H_n(\mathbf{x}_n^f)] \quad (2.15)$$

$$\mathbf{A}_n = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_n\mathbf{H}_n)\mathbf{B}_n \quad (2.16)$$

下標  $n$  表示時刻。(2.12) 式中， $M$  為非線性「預報算子」，若導入背景場或分析場作為初始場，便可預報出下一個時刻的預報場。此式也稱為預報的隨機模式，配合觀測的隨機模式 (2.2 式) 與背景誤差的定義 (2.5 式)，決定了卡曼濾波器同化的基本架構，藉由觀測更新方程 (2.1 式) 將觀測值用以更新背景值。

(2.12) 式 是指使用模式由第  $n-1$  個時刻往前做預報，得到第  $n$  個時刻的預報場，即「預報場狀態變數」(  $\mathbf{x}_n^f$  )。要計算此時刻的背景誤差協方差 (  $\mathbf{B}$  )，可循 (2.13) 式，由前一個時刻的線性化預報算子 (  $\mathbf{M}$  )、分析誤差協方差 (  $\mathbf{A}$  ) 與模式誤差協方差 (  $\mathbf{Q}$  ) 組成。再求最佳增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  )，如 (2.14) 式，它包含此時刻的背景誤差協方差、線性化觀測算子 (  $\mathbf{H}$  ) 與觀測誤差協方差。有了增益矩陣，便可以開始做觀測更新，即 (2.15) 式，右側第一項為原本的預報值，第二項為觀測所帶來的修正量，是由觀測值和相應預報值的差  $[\mathbf{y}_n^o - H_n(\mathbf{x}_n^f)]$ ，再乘上增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  )。若觀測與預報越相近，則此項越小，表示不需作太大修正。而更新完成後，還要再計算分析誤差

協方差 (  $\mathbf{A}$  )，以作為下個時刻的背景誤差協方差 (  $\mathbf{B}$  ) 計算之用。

(2.16) 式 是經由找出最佳增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  ) 後，能使分析誤差協方差 (  $\mathbf{A}$  ) 達到最小值，誤差可再減少  $\mathbf{KHB}$  。

### 2.1.2 系集卡曼濾波器

相對於標準卡曼濾波器，使用系集卡曼濾波器 (EnKF) 的好處是不需要計算背景誤差協方差 (  $\mathbf{B}$  ) 與分析誤差協方差 (  $\mathbf{A}$  )，若要知道這兩個值，也可以再藉由系集樣本估算出來。在標準卡曼濾波器中，雖然增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  ) 的計算如同 (2.14) 式 表示，但對於具有高維數狀態向量的複雜數值天氣預報系統來說，其計算量是相當龐大的，背景誤差協方差 (  $\mathbf{B}$  ) 是  $N_x \times N_x$  的矩陣，而  $N_x$  又表示狀態變數的個數乘上網格點數， $N_x$  的數量級就可高達  $10^6$ ，所以直接使用 (2.14) 式 是不可行的，在系集卡曼濾波器中，利用系集樣本來估計增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  ) 中的  $\mathbf{BH}^T$  和  $\mathbf{HBH}^T$ ，便可以大大降低運算的成本，節省計算時間。

由於不必計算背景誤差協方差 (  $\mathbf{B}$  ) 與分析誤差協方差 (  $\mathbf{A}$  )，所以系集卡曼濾波器可省略 (2.13)、(2.16) 式，而 (2.12)、(2.14)、

(2.15) 式 可改寫成：

$$\mathbf{x}_{n(k)}^f = \mathbf{M}_{n-1} \left( \mathbf{x}_{n-1(k)}^a \right) + \eta_{n-1(k)} \quad (k=1, \dots, K) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T \left( \mathbf{H}_n \mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T + \mathbf{R}_n \right)^{-1} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{x}_{n(k)}^a = \mathbf{x}_{n(k)}^f + \mathbf{K}_n \left[ \mathbf{y}_{n(k)}^o - \mathbf{H}_n \left( \mathbf{x}_{n(k)}^f \right) \right] \quad (k=1, \dots, K) \quad (2.19)$$

其中，下標  $k$  表示系集成員，一共有  $K$  組。 $\eta_{n-1(k)}$  是由平均數等於零，

且協方差等於  $\mathbf{Q}_{n-1}$  的高斯分佈所抽出來的樣本，表示模式誤差或系統噪聲 (system noise)。系集卡曼濾波器是利用「非線性預報模式」(  $M$  ) 得到的隨機樣本來估計預報誤差協方差，所以必須在「時間更新方程」上加入此系統噪聲以估計樣本協方差。如 (2.17) 式，在第  $n$  時刻共可得到  $K$  組的預報場。再求取增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  )，即 (2.18) 式，其中  $\mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T$  和  $\mathbf{H}_n \mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T$  是利用這些系集預報場作樣本估計，其方法如下：

$$\mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T \cong \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left( x_{n(k)}^f - \bar{x}_n^f \right) \left[ H_n(x_{n(k)}^f) - \overline{H_n(x_{n(k)}^f)} \right]^T \quad (2.20)$$

$$\mathbf{H}_n \mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T \cong \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left( H_n(x_{n(k)}^f) - \overline{H_n(x_{n(k)}^f)} \right) \left[ H_n(x_{n(k)}^f) - \overline{H_n(x_{n(k)}^f)} \right]^T \quad (2.21)$$

(2.20) 式為「可觀測量」與「模式狀態變數」的互協方差，這與它們之間的相關性成正比，這一項可使觀測值影響到未被觀測到的量，藉由資料同化得以反演出未被觀測到的量。(2.21) 式則是「可觀測量」的背景誤差協方差矩陣，或指其系集散佈程度。系集卡曼濾波器使用此方式估計  $\mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T$  和  $\mathbf{H}_n \mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T$ ，可以保有觀測算子 (  $H$  ) 以原本的非線性型式呈現，而不必再將它作線性化假設與計算。 $\mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T$  加上  $\mathbf{H}_n \mathbf{B}_n \mathbf{H}_n^T$  的矩陣維數也遠小於  $\mathbf{B}_n$  的維數，使運算量更為減少。

### 2.1.3 系集平方根濾波器

系集平方根濾波器 (EnSRF) 是系集卡曼濾波器的延伸方法。將系集卡曼濾波器延伸成為系集平方根濾波器的好處在於矩陣平方根

的條件數比相應的協方差矩陣小，所以可使數值計算上更為穩定。這兩者之間最主要的差異是在觀測更新方程上，系集平方根濾波器將模式狀態變數分為平均項與擾動項，使 (2.19) 式 分成以下兩個部份：

$$\bar{\mathbf{x}}^a = \bar{\mathbf{x}}^f + \mathbf{K} \left( \mathbf{y}^o - \overline{H(\mathbf{x}^f)} \right) \quad (2.22)$$

$$\mathbf{x}'^a_{(k)} = \mathbf{x}'^f_{(k)} - \alpha \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{x}'^f_{(k)} \quad (2.23)$$

為簡化表示，下標的時刻  $n$  先略過不寫，但此兩式還是表示在時刻  $n$  所做的觀測更新。將系集的「預報場狀態變數」(  $\mathbf{x}^f_{(k)}$  ) 分成為平均項(  $\bar{\mathbf{x}}^f$  ) 與擾動項 (  $\mathbf{x}'^f_{(k)}$  ) 兩個部份，而「分析場狀態變數」(  $\mathbf{x}^a_{(k)}$  ) 也是分成平均項 (  $\bar{\mathbf{x}}^a$  ) 與擾動項 (  $\mathbf{x}'^a_{(k)}$  )。平均項觀測更新方程 (2.22 式) 裡，原本為加入無偏擾動的「系集觀測值」(  $\mathbf{y}^o_{(k)}$  ) 在平均之後就變為「單一觀測值」(  $\mathbf{y}^o$  )。而在擾動項觀測更新方程 (2.23 式) 中，由於系集觀測值為無偏擾動，所以便少了  $\mathbf{y}^o_{(k)}$  這一項，推導後發現分析誤差協方差 (  $\mathbf{A}$  ) 會產生低估的情況。為了避免此低估情形，所以將增益矩陣 (  $\mathbf{K}$  ) 再多乘上一個係數  $\alpha$ ，成為 (2.23) 式，經由計算，得出  $\alpha$  的解：

$$\alpha = \left( 1 + \sqrt{\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}}} \right)^{-1} \quad (2.24)$$

換句話說，若用這個修正後的增益矩陣 (  $\alpha \mathbf{K}$  ) 進行擾動系集的更新，則可以不需將觀測值加以擾動。 $\alpha$  是「觀測誤差協方差」(  $\mathbf{R}$  ) 的函數，表示觀測誤差已隱含在「擾動項觀測更新方程」(2.23 式) 中。由此可知，使用系集平方根濾波器時，不需做誤差擾動成為系集觀測樣本，只需給定「觀測誤差協方差」(  $\mathbf{R}$  ) 即可。

## 2.2 觀測系統模擬實驗設計

觀測系統模擬實驗 (Observation System Simulation Experiments) (OSSE) 主要的架構，是先以數值模式建立虛擬的真實大氣情況與(雷達)觀測資料。再配合實驗目的修改模式或同化方法，重新預報，最後可與虛擬真實大氣做比較，藉以了解各實驗的預報能力。

圖 2.2 是觀測系統模擬實驗的流程概念圖。第一步驟：先以模式模擬一段時間，作為「虛擬真實大氣」。0 ~ T 分鐘的時間表示讓開始植入的熱胞在此時段慢慢成長為暴風。第二步驟：假設空間中有一座都卜勒雷達，每 dt 分鐘完成一次體積掃描，可得到一筆觀測資料。第三步驟：擷取「虛擬真實大氣」在時刻 T 的結果做擾動誤差，成為 K 個系集成員的初始場。再分別向前預報至 T + dt 分鐘，平均起來，作為此時刻的「預報場」。再利用系集卡曼濾波器同化雷達資料，更新模式變數，成為同一時刻的「分析場」，使誤差降低，得到更好的結果。再繼續向前預報，持續此同化循環的過程，便是本研究中 OSSE 的基本流程。最後還可與虛擬真實大氣作比較，以估計系集卡曼濾波器同化所帶來的預報效益。以下再將此三個步驟的詳細內容與細節一一說明。

### 2.2.1 預報模式與真實模擬

數值預報模式是採用由美國 CAPS (Center for Analysis and Prediction of Storms) 及奧克拉荷馬大學 (University of Oklahoma) 所研發的「先進區域預報系統」(ARPS) (Advanced Regional Prediction System) (Xue et al. 2000; Xue et al. 2001)。ARPS



為非靜力、可壓縮模式，一共包含六種微物理變數。Tong and Xue (2005) 及 Xue et al. (2006) 都使用此預報模式進行實驗與研究。

為了研究資料同化後所帶來的效益，首先選取個案探空觀測資料來模擬作為「虛擬真實大氣」。此個案是1977年5月20日發生在美國奧克拉荷馬州的Del City的典型超級胞暴風。在ARPS模式中設定網格點間距為 $2000 \times 2000 \times 500$ 公尺，網格個數為 $35 \times 35 \times 35$ ，物理範圍是 $64 \times 64 \times 16$ 公里，積分時間間隔為6秒。可以更新的「模式狀態變數」包括三維風場 ( $u, v, w$ )、位溫擾動場 ( $\theta'$ )、氣壓擾動場 ( $p'$ )，與六種微物理變數，分別為水汽混合比( $q_v$ )、雲水混合比( $q_c$ )、雨水混合比( $q_r$ )、雲冰混合比( $q_i$ )、雪混合比( $q_s$ )、冰雹混合比( $q_h$ )，共11個。模擬開始先導入1977年5月20日 15:00:00CST 的Del City 環境探空資料，如表 2.1，已扣除環境風場 ( $u, v$ ) = (3, 14) ( $\text{ms}^{-1}$ ) 使暴風能盡量維持在範圍內。位溫、水汽混合比與水平風場隨高度的變化如圖 2.3，環境大氣穩定，下層是東風，中層南風，高層轉為西風，水汽混合比在最底層約有 $0.014 \text{ gkg}^{-1}$ ，由下向上遞減至對流層頂。在模擬開始便植入一個熱胞，中心溫度擾動為4 K，位置在 ( $x, y, z$ ) = (48, 16, 1.5) 公里處，範圍為水平半徑10公里、垂直1.5公里。大約在第20分鐘便發展成為暴風。邊界條件方面，使用開放側邊界、頂部輻射邊界，底層為自由滑動邊界。Xue et al. (2001) 使用此設定的模擬結果顯示暴風的發展是與實際情況非常相近的。真實模擬結果將在下一章節與各組實驗一併討論。

### 2.2.2 模擬雷達觀測資料

假設在原點處有一座虛擬 WSR-88D 都卜勒雷達，海平面高度 10

公尺，波長 10 公分，可觀測徑向風 ( $V_r$ ) 與回波 ( $Z$ )。波束寬 (beamwidth) 與方位角間距為 1 度、波束解析 (gate) 距離為 1000 公尺，每個方位角的波束解析數為 230 個。假設在此個案分析期間，雷達採用暴風深對流系統的高仰角掃描策略，掃描仰角分別為 0.5、1.5、2.4、3.4、4.3、5.3、6.2、7.5、8.7、10.0、12.0、14.0、16.7、19.5 度，共 14 層仰角掃描。完成一次體積掃描約需 5 分鐘，不過在此有個假設：在建立模擬雷達觀測資料時，是將某時刻「虛擬真實大氣」的結果換算成為雷達觀測資料，以作為這 5 分鐘來雷達掃描所得到的結果。

雷達觀測到的徑向風 ( $V_r$ ) 與回波 ( $Z$ ) 跟某些模式狀態變數有直接相關，配合 (2.2) 式可知，藉由觀測算子 ( $H$ ) 可做變數轉換，此式可與下面兩個方程式做對照。徑向風由三維風場 ( $u$ 、 $v$ 、 $w$ ) 的空間幾何關係組成，而回波與雨水混合比 ( $q_r$ )、雪混合比 ( $q_s$ )、冰雹混合比 ( $q_h$ ) 有直接關係。以下將說明如何得到虛擬雷達觀測資料。

配合圖 2.4，虛擬都卜勒雷達的徑向風計算方式如下：

$$V_r = \frac{x}{r}u + \frac{y}{r}v + \frac{z}{r}w + a \text{ random error} \quad (2.25)$$

假設雷達位於原點，對於空中的某一點 ( $x$ ， $y$ ， $z$ ) 所觀測到的徑向風為 (2.25) 式， $r$  是雷達與此點的直線距離，等號右側最後一項表示加入一個平均為零、標準差為  $1 \text{ ms}^{-1}$  的高斯分佈隨機誤差，代表觀測與真實是有差異的。

而虛擬雷達觀測到的回波單位以 dBZ 計算，也加入平均為零、標準差為 3dBZ 的高斯分佈隨機誤差，如下：

$$Z = 10 \log_{10} \left( \frac{Z_e}{1 \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3}} \right) + a \text{ random error} \quad (2.26)$$

相當回波因子 ( $Z_e$ ) 則由雨、雪、冰雹等三大降水型態所貢獻，為  $Z_{er}$ 、 $Z_{es}$ 、 $Z_{eh}$  等三項的總和，它們分別為雨水混合比 ( $q_r$ )、雪混合比 ( $q_s$ )、冰雹混合比 ( $q_h$ ) 的函數。函數中的參數估計細節則以 Smith et al. (1975) 所做的設定為主。以下分別說明此三種回波因子：

$$Z_{er} = \frac{10^{18} \times 720 (\rho q_r)^{1.75}}{\pi^{1.75} N_r^{0.75} \rho_r^{1.75}} \quad (2.27)$$

(2.27) 式為降雨回波因子，其中  $\rho_r = 1000 \text{ kg m}^{-3}$  為雨水密度； $\rho$  為空氣密度； $N_r = 8.0 \times 10^6 \text{ m}^{-4}$  為假設 Marshall-Palmer 指數型態雨滴粒徑分佈的截點參數。

在降雪方面，如果溫度低於  $0^\circ\text{C}$ ，則有乾雪回波因子，如下：

$$Z_{es} = \frac{10^{18} \times 720 K_i^2 \rho_s^{0.25} (\rho q_s)^{1.75}}{\pi^{1.75} K_r^2 N_s^{0.75} \rho_i^2} \quad (2.28)$$

其中  $\rho_s = 100 \text{ kg m}^{-3}$  為雪密度； $\rho_i = 917 \text{ kg m}^{-3}$  為冰密度； $N_s = 3.0 \times 10^6 \text{ m}^{-4}$  為截點參數； $K_i^2 = 0.176$  為冰介電因子； $K_r^2 = 0.93$  為水介電因子。而如果溫度高於  $0^\circ\text{C}$ ，則有溼雪回波因子：

$$Z_{es} = \frac{10^{18} \times 720 (\rho q_s)^{1.75}}{\pi^{1.75} N_s^{0.75} \rho_s^{1.75}} \quad (2.29)$$

如果有冰雹產生，則要多計算冰雹回波因子，如下：

$$Z_{eh} = \left( \frac{10^{18} \times 720}{\pi^{1.75} N_h^{0.75} \rho_h^{1.75}} \right)^{0.95} (\rho q_h)^{1.6625} \quad (2.30)$$

其中  $\rho_h = 913 \text{ kg m}^{-3}$  為雪密度； $N_h = 4.0 \times 10^4 \text{ m}^{-4}$  為冰雹截點參數。對於觀測系統模擬實驗來說，以上這些觀測算子都必須假設是正確無誤的。

### 2.2.3 系集卡曼濾波器資料同化程序

觀測系統模擬實驗的第三個步驟，就是要以系集來預報並配合濾波器作資料同化。為了要使計算數值更穩定，本研究使用系集卡曼濾波器 (EnKF) 的延伸——系集平方根濾波器 (EnSRF) 做觀測更新。以往測試系集卡曼濾波器，必須先做「擾動觀測法」，也就是說，把某一時刻的觀測資料作誤差擾動成為  $K$  組，以提供  $K$  組系集預報的觀測更新方程之用，如 (2.19) 式 中的  $y_{n(k)}^o$ ，是表示當每個系集成員做觀測更新，就要使用一組觀測資料。若以系集平方根濾波器運算，則可不必做「擾動觀測法」，因為它分成平均項方程與擾動項方程個別做更新。在平均項方程中，使用原本的觀測資料；而在擾動項方程中，則直接加入「觀測誤差協方差」(  $\mathbf{R}$  ) 以表現觀測誤差的大小，也能避免「擾動觀測法」的使用，增加數值計算的穩定性。在本文的實驗設計中，是使用系集卡曼濾波器的延伸方法——系集平方根濾波器 (EnSRF)，但本文皆以系集卡曼濾波器 (EnKF) 稱之。

雖然觀測不需擾動，但系集的初始場還是要有所不同。從「虛擬真實大氣」在時刻  $T$  的結果做擾動誤差，成為  $K$  個系集成員的初始場。擾動隨機誤差為高斯分佈，平均為零，在三維風場 ( $u$ 、 $v$ 、 $w$ ) 的標準差為  $3 \text{ ms}^{-1}$ 、位溫 ( $\theta$ ) 的標準差為  $3 \text{ K}$ 。而在氣壓與微物理參數上雖不做擾動，但各系集預報因初始風場與位溫都有所差異，只要一向前預報，就會使其他變數場有所改變，也達到系集差異的目標。加入此初始擾動，將使各系集有不同的預報過程，會產生一些假胞與假降水，使用系集卡曼濾波器就是期望能同化雷達觀測資料以後能使結果變好。

在某一時刻做觀測更新時，是採用「觀測逐次同化」，即一次只用空間中某一個點的觀測變數來更新另一點的模式狀態變數，但前提是在同一時刻中的觀測誤差是不相關的，即觀測誤差協方差矩陣( $\mathbf{R}$ )是對角的。這樣處理的好處是可以減少增益矩陣( $\mathbf{K}$ )的儲存量及避免矩陣求逆的繁瑣程序。原來的增益矩陣( $\mathbf{K}$ )其矩陣維數是  $N_x \times N_y$ ，其中  $N_x$  為狀態變數的個數乘上網格點數，大約為  $11 \times 35 \times 35 \times 35 = 471,625$ ，而  $N_y$  為觀測變數的個數乘上有觀測的空間點數，大約為  $2 \times 90 \times 64 \times 14 = 161,280$ 。使用「觀測逐次同化」的更新程序後，增益矩陣( $\mathbf{K}$ )就可減少為  $N_x \times 1$ ，舉例來說，先以空間中某一點的徑向風值依序更新網格點上的所有狀態變數，再將空間中第二點的徑向風值依序更新網格點上的所有狀態變數，依此類推，完成所有觀測變數的同化。「觀測逐次同化」程序可以有效減少矩陣儲存量與複雜的矩陣求逆計算。

當我們使用較少系集去估計背景誤差協方差，估計值其實是與較遠的網格點無關的，因此「協方差局部化」是必要的。而程式中的作法是在背景誤差協方差矩陣  $\mathbf{B}\mathbf{H}^T$  中的每個元素，乘上  $0 \sim 1$  的權重。離觀測點越遠的網格點，權重慢慢降低。在水平與垂直 6 公里半徑外，權重為 0。在此影響區域之外的資訊就不會用到，這也指出觀測點所能影響的範圍有限，較符合實際的情況。「協方差局部化」也能降低程式的運算量。

若系集卡曼濾波器用有限系集計算，則會有低估的情形。Snyder and Zhang (2003) 利用「協方差膨脹」來修正並改善此一問題。其方法是檢查每一個網格點 6 公里半徑內（配合「協方差局部化」），若至少有一個  $Z > 10$  dBZ（表示雨區）的觀測，則協方差膨脹會被應

用到此網格點。膨脹因子為 1.07，也就是再加上 7%以彌補低估情形。

本研究比較「不同的系集數」與「不同的雷達掃描時間」對同化結果的影響，並決定以 40 個系集數與每 5 分鐘一次雷達掃描作為接下來的實驗設定，細節部份將在第三章中做討論。

### 2.3： 定量降水檢驗方法

設置「觀測系統模擬實驗」可以很容易驗證資料同化的能力，它具有「虛擬真實大氣」的模擬，能與另外設計的實驗結果做比對。當然「觀測系統模擬實驗」也是有很多的假設，所以對這些檢驗結果還是必須謹慎評估，不能完全當做實際觀測同化的依據。不過在此引入「定量降水檢驗方法」，只是作為檢驗所設計的實驗之用，初步評估同化後帶來的效益。

#### 2.3.1： GS 得分

GS 得分 (Gilbert Skill Score) 是由 CSI (critical success index) (臨界成功指數) 演變而來，作為評估預報能力的指標。利用「預報」與「事件」是否發生，做交叉統計可求得 GS 得分。表 2.2 是摘自 Schaefer (1990) 四種「預報」與「事件」發生可能性分類表。並配合以下計算方式求取 CSI 與 GS 得分：

$$CSI = X / (X + Y + Z) \quad (2.31)$$

$$C = P \times E / T \quad (2.32)$$

$$GS = (X - C) / (X - C + Y + Z) \quad (2.33)$$

從表 2.2 的簡易分類，考慮在地面上的某一點，若預報模式表現有降水，而實際觀測也確實有降水，則此點為正確預報，計入 X，

也就是歸為 X 族群。若預報模式表現無降水，而實際觀測卻有降水，則是預報忽略，計入 Y，也就是歸為 Y 族群。若預報模式表現有降水，而實際觀測卻無降水，則是錯誤警報，計入 Z，也就是歸為 Z 族群。其餘地區便歸類為 W 族群。E 表示所有降水點數。P 表示所有預報有降水點數。T 為總地面點數。CSI 計算如 (2.31) 式，表示成功預報的比例。若 CSI 中的 X 再減去修正量 C (如 2.32 式)，即以 (X - C) 取代 X，可得 GS 得分，如 (2.33) 式。GS 得分的值介於 0 ~ 1 之間，越大則表示降水預報越準確，一般預報維持在 0.3 以上都算是有不錯的表現。至於是否有降雨的定義，本研究以地面上某一點每 5 分鐘內的累積雨量若在 1 公釐以上，則視為有降雨，反之，則無降雨。

### 2.3.2：相關係數

除了 GS 得分之外，我們也計算降雨相關係數 (correlation coefficient) (CC)，定義如下：

$$CC = \frac{\sum [(A - \bar{A})(B - \bar{B})]}{\left[ \sum (A - \bar{A})^2 \sum (B - \bar{B})^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.34)$$

其中，A 為實際降雨量，B 為預報降雨量，變數上方加一橫線表示整個區域的平均。本研究依地面上某一點每 5 分鐘內累積降雨量來計算一次降雨相關係數 (CC)，以了解預報是否與實際情況有緊密的關聯。相關係數的值介於 -1 ~ 1 之間，正值越大則表示降雨預報有正相關且越準確，一般預報維持在 0.5 以上都算是有不錯的表現。

## 第三章 無地形的觀測系統模擬實驗

Del City 暴風個案是位於無地形之平坦地表上，所以以往分析此個案都是未考慮地形。本章也是先採用「無地形」的觀測系統模擬實驗，進行若干敏感度測試，並描述此個案的暴風發展情形，以比較是否使用系集卡曼濾波器同化的結果差異。本章 3.2 節又設計另一組實驗，在無地形情況下，測試長期預報的效力，提供雷達觀測資料後可助於維持預報效力至多長時間，作為定量降水預報的參考。

### 3.1 測試實驗

首先，為了決定觀測系統模擬實驗的系集數與雷達掃瞄時間（或指同化間隔時間），我們設計了兩組敏感度測試實驗，如表 3.1，主要是試驗性質，用來決定之後實驗的基本設定。而第三組實驗則是比較有觀測同化與沒有同化的差異，同化的觀測資料同時包含徑向風（ $V_r$ ）與回波（ $Z$ ），並與「虛擬真實大氣」做比對，也描述此 Del City 個案的暴風發展情形。

#### 3.1.1 實驗一：「系集數」測試

這組實驗的主要目的就是要比較不同系集數的影響（Member，以  $M$  表示）。如表 3.1 的實驗代號 M20、M30、M40、M80、M160，分別使用 20、30、40、80、160 個系集成員。皆有同化徑向風與回波，而雷達掃瞄時間為 5 分鐘，即每 5 分鐘做一次系集卡曼濾波器資料同化。主要結果如圖 3.1a ~ k 分別表示各變數的均方根誤差（Root Mean Square error）隨時間的變化情形，包括三維風場（ $u$ 、 $v$ 、 $w$ ）、位溫



擾動場 (ptprt)、氣壓擾動場 (pprt)，與六種微物理變數，分別為水汽混合比 ( $q_v$ )、雲水混合比 ( $q_c$ )、雲冰混合比 ( $q_i$ )、雨水混合比 ( $q_r$ )、雪混合比 ( $q_s$ )、冰雹混合比 ( $q_h$ )，括號內表示各變數在模式中的代號。值得注意的是，使用系集卡曼濾波器同化時，可更新的模式狀態變數在同一時刻會有同化前的「預報場」與同化後的「分析場」共兩組變數場，分別可以算出「預報場」與「分析場」的均方根誤差。而圖 3.1 中的縱軸表示每個時刻的「分析場」均方根誤差。橫軸為時間，從第 25 分鐘開始做第一次同化，每間隔 5 分鐘就同化一次觀測資料，一直到第 100 分鐘，共同化 16 次。

由圖可看出，在經過前面約 5 ~ 6 次同化就能使誤差明顯降低，後期的同化則能使誤差維持在合理的範圍內而不至於擴大，例如三維風場 (圖 3.1a ~ c) 都能維持均方根誤差在  $1 \text{ ms}^{-1}$  以內。而且隨著系集成員越多，結果越好，但降低誤差的效率將會越來越不明顯。在擾動氣壓 (圖 3.1e) 方面，這 5 個實驗的誤差變動較大且不規則，但整體來說，還是有緩慢減少的趨勢。雪混合比 (圖 3.1j) 雖然在第 2 次同化 (第 30 分鐘) 時的分析場誤差都明顯增大，不過後期的同化也使誤差大為降低至  $0.05 \text{ gkg}^{-1}$  以下。仔細比較部分變數如擾動位溫 (圖 3.1d)、雲冰混合比 (圖 3.1h)、冰雹混合比 (圖 3.1k) 的最後幾次同化週期，發現使用越多系集實驗的誤差反而增大，但差異很小。考慮電腦運算量及所耗時間，最後採用 40 個系集作為以後觀測系統模擬實驗的基本設定以提升作業效率。

### 3.1.2 實驗二：「掃描時間」測試

由於雷達主體本身及掃描策略不同等因素，完成一次完整體積掃

瞄得到一筆雷達觀測資料所要耗費的時間皆有所不同。所以要隔多久才做一次系集卡曼濾波器資料同化也是必須列入考量的重點。基於此一問題，我們設計如表 3.1 的第二組實驗，測試 5 分鐘與 10 分鐘的雷達掃瞄時間對於誤差有多大的影響。結果如圖 3.2a ~ k 所示，分別表示各變數的「分析場」均方根誤差 (RMS error) 隨時間的變化情形。實驗代號 T5 表示每 5 分鐘就同化一次雷達觀測資料，以黑色實線標示，實驗代號 T10 則每 10 分鐘才同化一次，以棕色點虛線標示。T10 由第 25 分鐘開始第一次同化，而最後一次同化是在第 95 分鐘。從這些圖中可看出，使用較短的雷達掃瞄時間 (T5) 來同化資料，其誤差明顯降低得較為快速。T10 的誤差遞減則較緩慢，但隨時間慢慢減小，到後期的誤差大小可與 T5 比擬。注意在第 65 分鐘時的 T10 都有一個共通點，就是此時誤差明顯增加，推測由於同化資料量較少且間隔較久，前一次同化在第 55 分鐘，錯失掉這中間暴風系統發展的重要資訊，所以使誤差一時增加，後期的誤差也如同以往緩慢遞減。從圖 3.2e 也可以看到擾動氣壓 (pprt) 也有較異於其他變數的行為，誤差變化不定，在第 45 分鐘也有相對極大值，系集卡曼濾波器資料同化對於擾動氣壓場的更新似乎不易正確掌握。依此實驗結果做參考，我們就以每 5 分鐘完成一次體積掃描 (做 1 次同化) 作為往後實驗的基本設定。

### 3.1.3 實驗三：「是否同化徑向風與回波」測試

為了了解同化與否所帶來的效益，本實驗在無地形情況下比較是否同化雷達資料對於模式產生的影響與改變。如表 3.1 的第三組實驗，實驗代號 AY 表示同化了所有區域的徑向風與回波資料，從第 25

分鐘至第 100 分鐘共 16 筆，AN 則完全沒有同化。將這兩個實驗與虛擬真實大氣做比對，同化初期結果如圖 3.3，時間分別是第 25、30、35、40 分鐘。圖上為高度 6 公里的水平風場與垂直速度場，分別以向量箭頭和色階表示。由上而下依序是虛擬真實大氣 (True)、未做同化 (AN)、同化徑向風與回波 (AY)。由這四張圖可看出，熱胞在右下方已開始發展起來並緩慢向西北移動，在右側有伴隨一個較小的下降運動區。若沒有同化雷達資料 (AN) 而只做系集預報，則散亂的系集模式無法正確預測真正對流胞的位置，但若開始即使只同化一筆雷達資料 (圖 3.3，實驗 AY，第 25 分鐘)，也能將垂直速度場修正，顯現暴風的大致區域。圖 3.3，第 25 分鐘的 AN 可以視作同化前的「預報場」，AY 就是同化後的「分析場」，一次同化分析後就有不錯的效果。接下來持續地每 5 分鐘就同化一次 (圖 3.3，第 30 ~ 40 分鐘)，暴風位置與伴隨的下降運動區也能發展得越來越好，其餘區域則還有部分擾動，但影響不大，沒有產生較大的假胞。

暴風在初期同化結果不錯，我們再比較中期的暴風演進情形。圖 3.4 為高度 250 公尺的水平擾動風場 (向量箭頭) 與擾動位溫場 (色階)，時間分別為第 40、60、80、100 分鐘，這幾張圖的 AY 則以當時時刻的「預報場」結果顯示，所以其已同化次數分別為 3、7、11、15 次 (後面的圖 3.5 亦如此)。隨著時間的演進，暴風進入成熟期，第 60 分鐘時，在原本暴風移動路徑的左側開始分裂出另一個新的熱胞並向西北移動發展，後來便移出至模擬範圍以外，舊有的暴風維持在成熟期持續發展，而消散過程則在更後期，不在目前討論的時間範圍之內。由圖中可看到底層的冷池區域逐漸增強，第 60 分鐘後就可在左邊看到分裂出來並發展的暴風，往西側邊界移動。擾動風場則表

現出底層的輻合帶逐漸加強並往前推動。若持續同化徑向風與回波 (AY)，結果會越來越好，能預測出冷池區的主要位置，也呈現底層風場的輻合帶。沒有同化任何資料 (AN) 結果就與虛擬真實大氣有很大的差異，圖中 AN 由於擾動風場特別小，所以將向量箭頭單位尺度特別縮小以了解其風向變化，發現在暴風附近的擾動風場也差異頗多，沒有能力預測主要的暴風位置。圖 3.5 為地面累積降雨量分佈圖，單位為公釐。4 張圖的時間同上，分別為第 40、60、80、100 分鐘。這裡繪出的物理空間範圍較小，原本為 64 × 64 公里，這裡則繪出 x 方向為 0 ~ 48 公里、y 方向為 16 ~ 64 公里的區域，用來仔細看暴風造成的降雨分佈。圖中很明顯可看到原本的暴風在右下角處累積大量降雨，後來分裂的暴風也造成些許降雨，且成帶狀分布，表現出兩個暴風的移動方向與速度。再比較 AY 與 AN，兩者差異更為明顯。由此分析結果知，不做同化 (AN) 會造成系集個自產生假胞與假降水，若沒有及時同化雷達資料，則會造成嚴重的降雨預報誤差。

我們仔細計算這兩個實驗在各變數的誤差隨時間改變情形。圖 3.6a ~ k 代表 11 個可更新狀態變數的均方根誤差隨時間的變化，橫軸為時間，縱軸為均方根誤差值，圖上比較 AN 與 AY 兩個實驗，分別以棕色點虛線與黑色實線標示。不同化的情況，每 5 分鐘只有得到一個系集平均「預報場」，而在有同化實驗下，每 5 分鐘可以得到一個系集平均「預報場」與資料同化後的「分析場」，若將預報場與分析場連接起來的話，則可以得到如圖上的鋸齒演變型態，適合用來描述每次同化前後誤差改變的程度。例如圖 3.6a 為水平速度 u 的均方根誤差變化，若沒同化 (AN)，則誤差先下降再往上回升，推測前期的誤差下降是因有單純使用系集的預報，後段由於暴風分裂新生使誤

差再加大，系集預報的貢獻就變得不明顯了。再看有同化的結果 (AY)，水平速度  $u$  在第 25 分鐘的「預報場」均方根誤差是  $6.2 \text{ ms}^{-1}$ ，經由系集卡曼濾波器同化徑向風與回波資料，更新  $u$  變數以後成為「分析場」，均方根誤差降至  $3.4 \text{ ms}^{-1}$ ，以此方法繼續預報下去，就呈現出鋸齒狀的圖形。在經過前面幾次同化周期之後，各變數誤差都有顯著減少，同化多次以後的誤差已降低至接近零值，此時降低速度減緩。各變數之間還是有些微差異，如擾動氣壓 (圖 3.6e)、水汽混合比 (圖 3.6f)、雲水混合比 (圖 3.6g) 的初次同化反而使誤差不減反增。擾動氣壓的同化結果似乎也無太多改進，大多靠系集預報至下一時刻「預報場」來降低誤差，部分變數也有類似的情況，所幸整體誤差都有下降，不至於相差太多。當誤差降低至接近零值時，也有可能使接下來的預報誤差增加更明顯，如擾動位溫 (圖 3.1d) 與冰雹混合比 (圖 3.1k)，若不再同化則可能使誤差快速上升。在下一節裡，我們將討論停止同化並做長期系集預報的情況。

由以上結果顯示，在同化徑向風與回波後，就能使原來的預報誤差快速地降低。本研究另外也比較了其他變數場，在微物理分佈場方面也能與虛擬真實大氣非常相近，其他變數也都有不錯的結果。隨著同化次數增加，預報越來越準確，可信度也提高。主要結果顯示，同化雷達資料後對於預報準確度有顯著的改進。

### 3.2 實驗四：同化後並作長時間系集預報——「同化次數」測試

為了達到定量降水預報的目標，我們利用同化觀測資料進行初始化，用來做為繼續預報的初始值之用，比較長時間的系集預報能力。本實驗先把模式物理空間範圍由原來的  $64 \times 64$  公里加大至  $128 \times$

128 公里以盡量讓系統在此範圍內發展，維持一個微弱的南風( $u, v$ ) =  $(0, 5)$  ( $\text{ms}^{-1}$ ) 作為環境風場，在無地形情況下做「同化次數」的比較，設計實驗四，如表 3.2，分別同化一小時與半小時的雷達觀測資料。可以配合圖 3.7 的「同化與長期系集預報區間示意圖」來說明，實驗代號 AL12 是將第 20 分鐘時「虛擬真實大氣」的風場與位溫做擾動以成為 40 個系集初始場，同化區間是在第 20 ~ 80 分鐘，共同化一小時雷達觀測資料。實驗代號 AL06 則是在第 50 分鐘做擾動成為 40 個系集初始場，同化區間是在第 50 ~ 80 分鐘，只同化半小時雷達觀測資料。圖中虛線處即表示同化區間的範圍，在同化區間之前為虛擬真實大氣的模擬，在同化區間之後則是長期系集預報。為了要比較長期預報的情況，所以讓此兩個實驗在同一個時刻結束同化資料的初始化動作，並開始系集預報，以了解長期預報的能力。

圖 3.8 為高度 2.5 公里的水平風場 ( $u, v$ ) 與回波場 ( $Z$ )，分別以向量箭頭和色階表示。由左而右依序是時間第 80、100、120、140 分鐘，由上而下為虛擬真實大氣、同化 12 次 (AL12)、同化 6 次 (AL06) 的結果。暴風在第 80 分鐘已分裂為二並漸漸拉開距離，到第 120 分鐘可看到左側的暴風也分裂出另一個新胞往西北移動。再比較這兩個實驗可以看出，同化 6 次的系統範圍擴張的較嚴重，假胞與假降水在後期都在增加，原先的暴風快速消散了，周圍產生許多預測錯誤的暴風，雖然還在原地附近，但範圍無法正確掌握，對於後期的降雨區影響很大。同化 12 次後的結果相對較好，還能持續預測暴風的位置，但暴風範圍有擴大，對降雨也有所影響。所以我們特別繪出地面每 5 分鐘內的累積降雨量分布圖，如圖 3.9，以色階表示。同上圖，由左而右依序是時間第 80、100、120、140 分鐘，由上而下為虛

擬真實大氣、同化 12 次 (AL12)、同化 6 次 (AL06) 的結果。將兩張圖一起比對，可以表現當時回波造成的降雨量分佈情形。虛擬真實大氣的降雨量集中且大，另外兩個實驗則因有假胞與假降水而較散亂，降雨量小但範圍廣。後期有產生更多的假降水，但在這裡就不再繪出降雨分布圖，改由列出全區域在每 5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化，如圖 3.10，橫軸為時間，分別統計出每個時刻前 5 分鐘內的總降雨量。圖中綠色直線表示在第 80 分鐘後，就不再同化而只做系集長期預報。藍色線為虛擬真實大氣，黑色實線為同化 12 次 (AL12)，紅色虛線為 (AL06) 的結果。從不再同化的第 80 分鐘到第 160 分鐘之間，單位時間內的總降雨量一直在慢慢增大，兩個實驗的雨量皆小於真實情況，但後期由於暴風消散且移出，真實情況雨量變少，而兩個實驗持續因有假胞產生假降水，降雨雖小但範圍廣大，使總雨量繼續增大。

降雨範圍與真實情況在後期差異是越來越大，本研究在此計算 GS 得分與相關係數 (CC) 以了解這兩個實驗的降雨預報能力。對於 GS 得分是否有降雨的定義，本研究是以地面上某一網格點每 5 分鐘內的累積雨量若在 1 公釐以上，則視為有降雨，反之，則無降雨。圖 3.11 為 5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。第 80 分鐘的綠色直線一樣是表示不再同化而只做系集長期預報。黑色實線與紅色虛線分別為實驗 AL12 與 AL06。在同化剛結束時，也就是第 80 分鐘左右，GS 得分都能維持在 0.9 以上。後來不再同化，降雨預報的誤差變大，GS 得分隨時間減小，此時可以發現，兩條曲線開始明顯分開，不同同化次數的影響已顯現出來，只同化 6 次 (AL06) 的 GS 得分下降較快。同化 12 次 (AL12) 的結果就相對較好，到第 140 分鐘

的 GS 得分有 0.5，而在第 170 分鐘前，還能維持在 0.3 以上。圖 3.12 為 5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化情形。圖上的線條說明同上 (圖 3.11)，在同化結束時的降雨量相關係數非常高，後來不再同化，相關係數開始遞減，兩條曲線也開始分離，到後期約略呈平行線遞減下去，同化 12 次 (AL12) 的始終維持較高的相關係數值，結果相對較好，在第 160 分鐘以前相關係數還能維持在 0.5 以上，表現出還有大約一個小時的預報能力。

實驗四顯示，同化 12 次後的長期預報能力是較同化 6 次的好。同化一小時雷達資料後便只做系集預報，在 60 分鐘內可維持 GS 得分有 0.5 以上，而 90 分鐘內，還能維持 GS 得分在 0.3 以上，相關係數方面上也有相同的結果。由此實驗可知，若要做到短期定量降水預報，則最少約需要一個小時的雷達觀測資料。



## 第四章 有地形的觀測系統模擬實驗

本章主要介紹加入理想地形的觀測系統模擬實驗，探討當有地形存在時，暴風的過山發展情形以及對於雷達觀測的阻擋效應。我們使用鐘型山脈與長條型山脈兩種理想地形。4.1 節首先在鐘型山脈上測試不同「同化次數」的影響，也探討當不使用回波資料來更新非直接相關變數時的情況。4.2 節加入長條型山脈，用來模擬類似台灣縱向分佈排列的地形，此時雷達容易受到地形阻隔而得不到山脈後面的資訊，或是造成部分觀測資料無法利用，不能加入同化。針對不同「同化區域」深入做比較。最後還是要再做較長期的系集預報，以了解暴風發展初期的同化動作對後期降雨預報的改善情形。

### 4.1 加入鐘型山脈——實驗五：「同化次數」測試

為了考慮地形並了解暴風過山情形，本實驗將範圍增大到  $128 \times 128$  公里，伴隨微弱的南風  $(u, v) = (0, 5) (\text{ms}^{-1})$  作為環境風場，並加入一個 2000 公尺高的理想圓形鐘型山脈，如圖 4.1，山中心點在  $(55, 40)$  公里處，半山寬為 5 公里，初始熱胞在  $(64, 12, 1.5)$  公里處，位於山的南側。熱胞緩慢北移發展 20 分鐘後形成暴風並過山。這裡設計四個實驗來比較不同「同化次數」的差異，如表 4.1，考慮同化位於雨區的徑向風  $V_r (Z > 10 \text{ dBZ})$  與回波  $(Z)$ 。而同化回波時也再分為更新兩種不同類別的模式狀態變數，一種是與回波有直接相關的變數，即雨水混合比  $(q_r)$ 、雪混合比  $(q_s)$ 、冰雹混合比  $(q_h)$  等三個變數，另一種則是其餘跟回波沒有直接相關的變數，如三維風場  $(u, v, w)$ 、擾動位溫  $(\text{ptprt})$ 、擾動氣壓  $(\text{pprt})$ 、水

汽混合比 ( $q_v$ )、雲水混合比 ( $q_c$ ) 與雲冰混合比 ( $q_i$ )。實驗代號 AT16 表示連續同化 16 次(16 筆雷達資料)，同化時間從第 25 分鐘至第 100 分鐘。實驗代號 AT00 則完全都不進入同化而只做系集預報。實驗代號 AT06 同化前 6 次後便不再同化，只維持系集預報。實驗代號 AT06N 則特別針對「與回波非直接相關變數」做修正，對於這些變數，不在一開始就做更新，而選擇第 4 ~ 6 次才以回波更新這些變數，即更新時刻為第 40、45、50 分鐘共三次。這是由於 Tong 和 Xue (2005) 提出在同化初期，對於這些「與回波非直接相關變數」先不要做更新，可以避免同化後反而使誤差增大。以下將仔細探討真實情況與各實驗的結果比較。

圖 4.2 為高度 2.5 公里的水平風場 ( $u$ 、 $v$ ) 與回波 ( $Z$ )，由左而右是時間第 40、60、80、100 分鐘，由上而下分別是虛擬真實大氣與表 4.1 的四個實驗。圖中紅色圓圈代表鐘型山脈的位置，因為山高為 2000 公尺，所以此圖所繪回波與風場是代表山頂上端 500 公尺處的結果。紅色直線則表示將繪出此線之垂直剖面，如圖 4.3，會切過山頂，以了解過山的情形。由圖 4.2 中可看到真實情況的暴風發展並慢慢北移過山，在其右側有微弱的區域回波，左側則分裂發展出新的暴風往西北移動，兩個暴風相距越來越遠，原本的暴風在分裂之後便快速減弱，在第 100 分鐘可明顯看出暴風消散的情況。AT16 的實驗是一直到第 100 分鐘都有同化，共 16 次，回波與風場都非常接近虛擬真實大氣。由於一直有同化，所以可以持續抓住暴風的移動與範圍，在左側分裂出來的暴風也能因為有同化後期的雷達資料而能準確預報出來。若完全不同化雷達資料，則如圖上 AT00，因系集各自發展，在各個區域都產生很多假胞與假降水，回波分散凌亂，後期

還在東邊產生錯誤的強烈暴風，對未來降雨區域預測上有很大偏差，始終無法分辨出正確系統位置。而對於徑向風與回波皆同化前 6 次的實驗 (AT06)，初期的情況與 AT16 是一樣的，直到第 50 分鐘同化後便不再同化，從圖中的第 60、80、100 分鐘可看出回波的範圍有錯誤的擴張，還有一些微弱假胞。原本的暴風在過山後只有分裂一小部分的弱對流胞出來，其本身也沒有開始消散，反而維持住暴風原來的強度，這與虛擬真實大氣是有差異的。AT06N 則利用徑向風同化了前面 6 次，回波同化  $q_r$ 、 $q_s$ 、 $q_h$  前面 6 次，回波同化  $u$ 、 $v$ 、 $w$ 、 $ptprt$ 、 $pprt$ 、 $q_v$ 、 $q_c$ 、 $q_i$  等非直接相關變數於第 4 ~ 6 次。由圖中發現，一旦開始同化，就能準確抓到暴風，形狀也非常接近，不過在後期由於不再同化，結果變差，有很多區域的假胞增大起來，原本的天氣系統也開始散亂且擴大，與上一個實驗 AT06 比對，此實驗的結果並沒有如預期中有比較好，這與他們的看法有所差距，推測可能整個實驗的設計與背景架構都不大一樣，造成有不同結果的情況發生。他們是使用系集卡曼濾波器 (EnKF)，而本研究是使用其延伸方法——系集平方根濾波器 (EnSRF) 來同化資料，並加入理想地形和環境風場，模擬暴風發展情況就與 Tong and Xue (2005) 的研究有所差異。

圖 4.3 是圖 4.2 中紅色直線處的垂直剖面，包含擾動風場與回波，每張圖的底部可以看到鐘型山脈的位置。由左而右是時間第 40、60、80、100 分鐘，由上而下分別是虛擬真實大氣與表 4.1 的四個實驗。從這處垂直剖面也能追蹤觀察原先植入的熱胞發展情形，在第 40 分鐘可看到暴風垂直延伸到 10 公里高度，伴隨強烈的上升運動，第 60 分鐘暴風過山並開始分裂出另一個暴風，可參照圖 4.2，在第 80 分鐘已分裂出來而且回波有開始縮小的跡象，最後此暴風便迅速

地減弱消散。實驗 AT16 表現出最好的同化結果，持續同化使系集得以預報出暴風後期衰減的情況。AT00 則到處都有假的回波，單純的系集預報無法獲取中小尺度的系統資訊。而最後兩組實驗 AT06 與 AT06N 在初期雖然有不錯的預報，但後期不再同化，使得預報沒能顯示暴風即將衰退的訊息，造成後期引發的假降水，而 AT06N 的結果又較差了些，有更大範圍的假回波生成。

暴風發展所帶來的降水如圖 4.4，為追隨地勢的地面累積降雨量分佈圖。起初暴風北移過山，在迎風坡一側產生降水，過山之後的暴風減弱，降雨量較稀少，新分裂的暴風在第 100 分鐘開始有部份的降雨。AT16 的降雨分佈一直與真實大氣十分接近，而完全不同化(AT00)則使整個區域都有假降水，在東側還形成線狀排列的多胞暴風，造成嚴重錯誤的降水預報。南方邊界的空白應該是模擬設定中給予的環境風場所致。實驗 AT06、AT06N 由於在初期有同化，準確預報暴風發展過山並引起的降雨，但後期沒有同化，原本的暴風強度不減反增，降雨範圍擴大，也因為沒有預報到分裂出來的新暴風，所以該由新暴風引發的降雨也不存在。藉由這些圖的結果也顯示出實驗 AT06N 較不如 AT06。

本研究再仔細比較每個狀態變數的誤差經由同化改變的情形。圖 4.5a ~ k 分別代表 11 個可更新狀態變數的均方根誤差隨時間的變化，橫軸為時間，縱軸為均方根誤差值。圖中黑色實線是連續同化 16 次的實驗(AT16)，呈鋸齒狀分布，如同前一章節圖 3.6a ~ k 的說明，將每個時刻的「預報場」與「分析場」連接起來，就可以得到如圖上的鋸齒演變型態，適合用來描述每次同化前後誤差改變的程度。圖中綠色虛線是實驗 AT06，在前六次都有同化，所以前期是與

AT16 重疊的，被黑色實線遮蔽住，後期才開始只做系集預報，在單一時刻只有一個值，即「預報場」。圖中紅色點線是實驗 AT06N，雖在前六次都有同化，但在前三次不使用回波來更新「非直接相關變數」，所以這些變數在第一次同化後的「分析場」誤差就與黑色實線（AT16）不同，而圖 4.5i、圖 4.5j、圖 4.5k 顯示與回波有直接相關的變數  $q_r$ 、 $q_s$ 、 $q_h$ ，其第一次更新後的誤差是與黑色實線（AT16）相同的。後來的預報過程就使各變數的誤差有所變動，此後的誤差便與黑色實線（AT16）不同。棕色點虛線是完全不同化的情況（AT00），只有單純「預報場」的誤差變化。由這些圖中大致上可以看出，最能有效且持續降低誤差的是實驗 AT16，而其他三個實驗，誤差由小而大依序是 AT06、AT06N、AT00。誤差在後期有增大，推測應該是真實情況系統消散造成同化過程無法有效降低誤差，而且當誤差已下降至極小的值時，同化有可能會適得其反。完全不做同化的實驗雖有因系集預報而在初期誤差降低，但降低程度不及其他的實驗。AT06 與 AT06N 的誤差也有一小段差距，但後期預報的結果是更為接近。在  $q_c$ （圖 4.5g）方面，第 80 ~ 90 分鐘預報過程中的誤差都有顯著地增加，但 AT16 則能在之後 10 分鐘迅速地降低誤差，顯示同化也能影響預報過程的誤差變化。圖 4.5e 是擾動氣壓的誤差變化，與其他變數的行為較不一樣，AT06N 的誤差變化相當不穩定，而且 AT06 反而誤差一度比 AT16 低，但後來還是 AT16 能繼續維持在較小的誤差範圍內。

由此組實驗可知，配合雷達觀測盡量多次同化可有助於誤差的降低並避免誤差擴大而無法修正回來。在此實驗架構上，初期以回波更新「非直接相關變數」可以有效降低這些變數的誤差，維持不錯的結果。

## 4.2 加入長條型山脈

使用長條型山脈的目的是模擬類似台灣縱向的地形，雷達易受地形阻擋而無法取得山後面的資訊，或是只有較高仰角的資料，我們在此針對不同「同化區域」深入比較。4.2.2 節 也做較長期的系集預報，檢視不再同化後的長期預報水準變化情形。

### 4.2.1 實驗六：「同化區域」測試

本實驗設計了一個南北向有如中央山脈的縮小版理想地形，高度 3000 公尺，如圖 4.6，全區範圍是 128 × 128 公里，山中心點在(58, 57) 公里處，半山寬各為 (10, 40) 公里。都卜勒雷達設置在原點，起始熱胞由山脈左側底層的位置開始發展，熱胞中心在 (12, 40, 1.5) 公里處。在探空資料中加入一個西風  $(u, v) = (10, 0) (\text{ms}^{-1})$  的環境風場以使暴風東移作過山運動。表 4.2 為實驗六的實驗設計，以不同的「同化區域」分成四個實驗。首先，實驗代號 ADA 是一個較不貼近現實的情況，即使有山脈阻擋，我們依然建立所有範圍的雷達資料，也就是說即使在山的後面，雷達也同樣能取得觀測資料。實驗代號 ADU 則是只同化「全區域高度 3000 公尺以上」，對於山的高度以下皆不同化。實驗代號 ADM 最符合現實的情況，對於「山前」和「山後高度 3000 公尺以上」都可以觀測得到，而山後底層則因阻擋而無法測得或資訊不足，所以便不同化。以上三個實驗，在第 25 ~ 100 分鐘內，全部都同化 16 次。實驗代號 ADX 則是所有範圍皆不同化，也就是只做系集預報的實驗。

圖 4.7 為高度 2.5 公里的水平風場  $(u, v)$  與回波  $(Z)$ ，由左

而右是時間第 40、60、80、100 分鐘，由上而下分別是虛擬真實大氣與表 4.2 的四個實驗。圖的中間空白處代表長條型山脈的位置，由於山高 3000 公尺，所以此圖所繪回波與風場是水平切過山脈，因而此處無任何資料存在。紅色直線則表示將繪出此線之垂直剖面，如圖 4.8，將橫向剖過山脈，以了解過山的情形。由圖 4.7 中可看到真實情況的暴風發展並逐漸東移，在其東邊有延伸微弱但狹長的區域回波，西側則分裂發展出新的暴風，受到西風環境風場的影響而往東北移動。原本的暴風在分裂後繼續東移過山，過山後則迅速減弱，在第 100 分鐘可看出暴風消散並留下帶狀的區域回波。比較圖中實驗 ADA 與真實大氣，雖然有山脈阻隔但還是假定能獲取山後資訊，所以結果非常相似。而 ADU 只同化高度 3000 公尺以上的雷達觀測資料，因此在初期並無同化到山前底層的暴風，導致此圖只有微弱的暴風回波訊號，其餘區域則有許多假回波。在第 60 分鐘，此弱小暴風已消散掉了，僅存系集假回波隨著時間往東北方移出。在第 100 分鐘幾乎已無任何回波。實驗 ADM 較符合實際的觀測情形，雷達只有觀測到「山前」和「山後之處比山還高」的地方。由圖中的結果發現，由於觀測到了山前的暴風並同化此處的資料，使得此暴風有不錯的預報結果，其後也清楚地顯示暴風分裂並過山的情形。雖然山後的假回波無法有效的消除，但不至於產生太大的影響。在過山之後，原本的暴風也消散掉了，這裡推測是因暴風已過山，無同化任何資料而使暴風迅速消散，此處與真實的消散情形正好相符，有可能是巧合預報正確。若真實情況的暴風繼續發展，推測此實驗應無法準確預測後續的暴風演變。最後一個實驗 ADX 是完全不做同化以作為比對之用，圖中幾乎所有區域都有系集預報的假回波，隨著環境風場逐漸移出，也有減弱的趨勢。

綜合圖 4.7 結果顯示，與真實大氣較為接近的是實驗 ADA 和 ADM，都能預報出暴風的發展與演進，另外兩個實驗 ADU 和 ADX 則連暴風的位置都無法預測，結果較差。

由圖 4.8 來看垂直剖面的情況，包含擾動風場與回波，每張圖的底部可以看到長條型山脈的位置。由左而右是時間第 40、60、80、100 分鐘，由上而下分別是虛擬真實大氣與表 4.2 的四個實驗。從這處垂直剖面可觀察原先植入的熱胞發展情形，但受到暴風本身移動所影響，圖中只能掌握住前兩個時刻觀察暴風中心的變化，後期暴風北移一些後就無法較完整描述暴風的結構，但還是可以看到東側帶狀的回波分布。由圖中可看到暴風的中心回波逐漸向上垂直延伸到 10 公里高度，伴隨強烈的上升運動，第 60 分鐘暴風過山並開始分裂出另一個暴風，可參照圖 4.7。而由圖 4.8 後期可看到東側帶狀回波位於 5 公里以上的高層區域，底層是微弱的回波，所以較無完整的垂直結構。配合四個實驗的結果比較，由於 ADA 和 ADM 有同化到初期暴風發展資訊，在垂直結構上有不錯的預報。而 ADU 預測出一個微弱的暴風，也很快地消散而無幾乎沒有回波。ADX 則到處都有許多假胞與假回波，後期雖有消散，但程度較小。

圖 4.9 顯示暴風發展所帶來的降水，為追隨地勢的地面累積降雨量分佈圖。暴風受到環境風場的影響往東北移動，其所帶來的雨量分布呈現帶狀的型態，而分裂出來的另一個暴風在第 80 分鐘也引發部份降水。ADA 和 ADM 的降雨分佈與真實大氣十分接近，而 ADU 的暴風微弱且迅速消散，只有初期有降水，但範圍與大小都有差異。ADX 則因錯誤的假胞無法消除而使全區域都是微弱的假降水。

圖 4.10 繪出全區域在每 5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化



圖，橫軸為時間，這裡只列出第 30 ~ 100 分鐘，分別統計出每個時刻前 5 分鐘內的總降雨量。藍色短虛線為虛擬真實大氣的情況，雨量在第 35 分鐘最強，後來逐漸減弱，第 75 分鐘後因分裂出來的暴風產生降水而使雨量再次增大。黑色實線為實驗 ADA，綠色長虛線為實驗 ADM，這兩個實驗的結果與真實情況接近，ADM 在初期有稍微大一點的降水預報。紅色點線為實驗 ADU 的結果，初期暴風產生範圍較大但雨勢較小的降水，所以總降雨量與真實大氣接近，但由於暴風在後期快速消散，雨量也快速減少幾乎至零。棕色點虛線為實驗 ADX，總雨量非常大，此現象經由查看比對每五分鐘內的降雨量分布，如圖 4.11，發現由於系集假降水使得全部區域都有極小降雨，雖然每個點的雨量幾乎在 0 ~ 1 公厘之間（即灰色部份），但全區域總和起來就使總雨量異常地大，而暴風位置的降雨量預報亦很小，顯示出此實驗結果也是很差。

本研究再計算 GS 得分與相關係數 (CC) 以了解這四個實驗的降雨預報能力。圖 4.12 為 5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。時間是第 30 ~ 100 分鐘。黑色實線與綠色虛線分別為實驗 ADA 與 ADM。在此期間，由於一直有觀測到暴風並加以同化，GS 得分都能維持在 0.75 以上。而紅色點線與棕色點虛線分別代表實驗 ADU 與 ADX。GS 得分幾乎為零，這是因為系集的假降水雨量大都不到 1 公厘，而 GS 得分鑑別降水與否的標準為 1 公厘，因此使得 X 族群（參照表 2.1）幾乎為零，GS 得分也就很差。圖 4.13 為 5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化情形。圖上的線條說明同上（圖 4.12），實驗 ADA 與 ADM 皆能維持高相關係數，表示預報越接近真實情況。而實驗 ADU 與 ADX 的相關係數都在 0.3 以下，後期甚至有小於零的情況

產生。從這些圖可以很明顯地將這四個實驗分成兩種不同的預報結果，是否能同化到初期暴風的發展才是關鍵。

#### 4.2.2 實驗七：同化後並作長時間系集預報

在有長條型山脈的地形之下，本實驗做一小時的系集卡曼濾波器資料同化，並繼續做較長期的系集預報，以了解同化以後所帶來的預報效益。全區範圍是  $128 \times 128$  公里，中間有高度 3000 公尺的縱向長條型山脈，環境風場為  $(u, v) = (10, 0) (\text{ms}^{-1})$  的西風，使暴風逐漸東移作過山運動。實驗設計如同上一組實驗的 ADM，即同化「山前」和「山後高度 3000 公尺以上」以符合現實的情況。同化區間為第 20 ~ 80 分鐘，一共同化了 12 筆雷達觀測資料，包含徑向風與回波，用來更新所有的變數。同化完後就僅只以系集做預報，延長預報到第 210 分鐘，並與虛擬真實大氣作比較。

圖 4.14 為高度 2.5 公里的水平風場  $(u, v)$  與回波  $(Z)$ 。這裡繪出五個時間點，分別為第 60、80、100、120、140 分鐘（注意最後一次同化是在第 80 分鐘）。圖中淡綠色的橢圓形代表長條型山脈。真實情況的暴風發展並逐漸東移，在其東邊有延伸微弱但狹長的區域回波，第 60 分鐘開始在西側分裂發展出新的暴風，受到西風環境風場的影響而往東北移動。原本的暴風在分裂後繼續東移過山，過山後則迅速減弱，第 100 分鐘可看出暴風消散並留下帶狀的區域回波。分裂的暴風開始主導整個系統，與弱回波帶繼續向東北移往較低的山脈區。在同化 12 次的實驗裡，暴風在山前的發展與分裂過程有不錯的預報結果，第 80 分鐘後不再同化，便開始產生部份假回波於暴風回波區周圍與模擬邊界上，回波區範圍明顯擴大，暴風中心的形狀逐漸

改變，與真實情況比較也有些許位移。

我們再比對降雨量的分布情形，如圖 4.15，是每 5 分鐘內地面累積降雨量分布圖，時間為第 60、80、100、120、140 分鐘，這裡只繪出降雨量大於 1 公厘的區域。原本的暴風在第 60 分鐘有較大的降雨，後來分裂並漸漸消散，轉為以分裂後的暴風主導，降雨量改由它來貢獻。同化 12 次的實驗在前期的預報都非常相似，不過一旦不再同化，暴風降雨量明顯減少，有低估情形，雨量分布上也有一點偏移。

圖 4.16 為每 5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化情形。圖中綠色直線表示第 80 分鐘後便不再同化，藍色虛線為虛擬真實大氣，黑色實線為同化 12 次的實驗。前後共兩個暴風提供了主要的降雨，後期暴風移出模擬範圍之外，降雨量才快速減少。而此實驗在後期產生許多假回波與假降水，雖然單位面積降雨量稀少，但範圍很大，造成總雨量迅速地增加，與真實情況產生差異。圖 4.17 是 5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。綠色直線同樣表示第 80 分鐘後便不再同化。由圖可看出在有同化的過程中，GS 得分都能維持在 0.75 以上。不再同化而只做系集預報，圖中藍色直線表示在第 150 分鐘內可維持 GS 得分有 0.5 以上，而第 180 分鐘內，還能維持 GS 得分在 0.3 以上，表示降水預報能力約可維持約一小時的準確度。再計算相關係數以了解降雨分布的相關性，如圖 4.18，為 5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化情形。圖中綠色直線以後表示不再同化，相關係數緩慢遞減，圖中藍色直線表示大約在第 190 分鐘還能維持相關係數在 0.5，有不錯的預報結果。由此實驗可知，同化一個小時的雷達觀測資料，可使定量降水預報至少保有一小時準確的預報能力。

## 第五章 結論與未來展望

### 5.1 結論

本研究利用資料同化的其中一種方法——系集卡曼濾波器 (Ensemble Kalman Filter) (EnKF) 技術同化都卜勒雷達資料。主要目的是探討 EnKF 資料同化的能力，尤其在定量降水預報方面的改善程度。數值預報模式使用先進區域預報系統 (ARPS)。採用 1977 年 5 月 20 日發生在美國中部的 Del City 暴風觀測個案，以觀測系統模擬實驗 (OSSE) 程序為架構，設計各種實驗，比較不同同化方式對預報誤差的影響，再用虛擬真實大氣作驗證，以估計 EnKF 同化所帶來的預報效益。

假設在無地形情況下，做不同系集數與不同雷達掃瞄時間的敏感度測試，考慮電腦運算量與誤差降低的效率，決定以 40 個系集成員與每 5 分鐘做一次 EnKF 資料同化作為以後 OSSE 的基本設定。在一開始便同化觀測資料就能準確抓住暴風的動態並消除錯誤的系集假胞，有很好的預報結果。在同化結束後作長時間系集預報，同化 12 次後的長期預報能力是較同化 6 次的好。同化一小時雷達資料後便只做系集預報，在 60 分鐘內可維持 GS 得分有 0.5 以上，而 90 分鐘內，還能維持 GS 得分在 0.3 以上，顯示同化以後的長期預報效力。

本研究加入圓形鐘型山脈理想地形，比較不同「同化次數」的影響，由結果可知，配合雷達觀測盡量多次同化可有助於誤差的降低並避免誤差擴大而無法修正回來。而在此實驗架構下，初期便以回波更新「非直接相關變數」可以有效降低這些變數的誤差，維持不錯的結果。

由於雷達易受地形阻擋而無法取得山後面的資訊，或是只有在較高仰角才有可信賴的資料，我們加入南北縱向延伸的長條型山脈，針對不同「同化區域」深入比較。只同化高度 3000 公尺（山脈的高度）以上的雷達觀測資料，在初期並無同化到山前底層的暴風，導致同化後只呈現出微弱的暴風回波訊號，結果較差。若是改以較符合實際觀測情形的實驗，即雷達只有觀測到「山前」和「山後之處比山還高」的區域，由於觀測到了山前的暴風並同化此處的資料，使得此暴風有不錯的預報結果，其後也清楚地顯示暴風分裂並過山的情形。由此可知，只要在過山之前就觀測到初期暴風發展的資訊，便能很快速地掌握住暴風的位置與型態，使預報更加準確。

在長條型山脈上同化一小時（共 12 次）雷達資料後便只做較長期的系集預報，以了解同化以後所帶來的預報效益。使用定量降水檢驗方法計算發現，在前期有同化的過程中，GS 得分都能維持在 0.75 以上。不再同化而只做系集預報時，在 70 分鐘內可維持 GS 得分有 0.5 以上，而 100 分鐘內，還能維持 GS 得分在 0.3 以上，相關係數上也顯示相同的結果。總結來說，同化一個小時雷達資料以後，此系集模式的降水預報能力約可維持至少一小時的準確度。使用系集卡曼濾波器同化雷達資料的確對降低預報誤差具有顯著的改進。

對於使用觀測系統模擬實驗來檢驗資料同化的能力時，應特別謹慎。以本篇為例，若系集樣本足夠多，則實驗結果應與虛擬真實大氣非常接近。沒做資料同化的實驗結果都很差，這應該是由於系集樣本太少的關係。依本篇實驗設計與結論可以說明，由於樣本過少所帶來的取樣誤差，可經由同化都卜勒雷達資料獲得改善。

## 5.2 未來展望

目前數值天氣預報對於短期對流尺度天氣系統的預報能力還是有限，而都卜勒雷達就扮演非常重要的角色，可以即時監看這些中小尺度對流系統，如果在暴風發展初期就能將雷達資料同化進入預報模式中，可以使模式準確掌握暴風的行為，就能降低預報誤差，對於短期定量降水預報也會有一定的貢獻。台灣地區地勢陡峭，又位於歐亞大陸與太平洋的交界處，氣候多變，中小尺度對流系統很容易在此處生成，造成台灣部分地區出現短時間豪大雨，低窪地區淹水，甚至引發山區土石流。未來目標將結合系集卡曼濾波器與台灣真實個案做研究，期望有助於台灣短期定量降水預報的發展。將來還要因應多樣化的預報模式，把系集卡曼濾波器資料同化技術建立在其他預報模式中測試也是未來的工作之一。

中央大學在 2004 年底與各單位通力合作下升級建造台灣地區首座雙偏極化雷達，可以觀測得到更多樣的雷達參數，如  $Z_{DR}$ （差異反射率）、 $\Psi_{DP}$ （差異相位差）等，並對於參數分析與降雨率估算已有初步的研究成果（紀, 2005；呂, 2006）。未來希望能將雙偏極化雷達觀測參數也加入系集卡曼濾波器資料同化，使預報愈加準確。

台灣地區崎嶇高聳的地形常常阻隔雷達觀測山區內的天氣系統，氣象局作業中的四部雷達或中大雷達等固定雷達的觀測區域也是有限。不過目前台灣首座移動式都卜勒雷達——TEAM-Radar (Taiwan Experimental Atmospheric Mobile-Radar) 即將建置完成，未來可以獲取更多即時山區劇烈天氣系統的資訊。將這些觀測資料同化到模式中，預報山區快速多變的天氣是移動式都卜勒雷達的主要目標，因此系集卡曼濾波器將扮演重要的角色。我們期望藉由研究系集卡曼濾

波器，可以使資料同化領域更加完整，在定量降水預報上也能有更進一步的發展。

## 參考文獻

- 曾忠一，大氣科學中的反問題，初版，國立編譯館，台北市，民國九十五年。
- 紀博庭，2005：利用中央大學雙偏極化雷達資料反求雨滴粒徑分佈及降雨率方法的研究，國立中央大學大氣物理碩士論文，70 頁。
- 呂崇華，2006：雙偏極化雷達資料分析梅雨鋒面雨滴粒徑分佈的物理特性，國立中央大學大氣物理研究所碩士論文，100 頁。
- Crook, N.A., and J. Sun, 2002: Assimilating radar, surface, and profiler data for the Sydney 2000 Forecast Demonstration Project. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **19**, 888–898.
- , ——, 2004: Analysis and forecasting of the low-level wind during the Sydney 2000 Forecast Demonstration Project. *Wea. Forecasting*, **19**, 151–167.
- Dowell, D.C., F. Zhang, L.J. Wicker, C. Snyder, and N.A. Crook, 2004: Wind and temperature retrievals in the 17 May 1981 Arcadia, Oklahoma, Supercell: Ensemble Kalman filter experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **132**, 1982–2005.
- Evensen, G., 1994: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, **99(C5)**, 10 143–10 162.
- , 2003: The ensemble Kalman filter: Theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, **53**, 343–367.
- Schaefer, J.T., 1990: The Critical Success Index as an indicator of warning skill. *Wea. Forecasting*, **5**, 570–575.



- Smith, P.L., C.G. Myers, and H.D. Orville, 1975: Radar reflectivity factor calculations in numerical cloud models using Bulk parameterization of precipitation. *J. Appl. Meteor.*, **14**, 1156–1165.
- Snyder, C. and F. Zhang, 2003: Assimilation of simulated Doppler radar observations with an ensemble Kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **131**, 1663-1677.
- Sun, J., and N. A. Crook, 1997: Dynamical and microphysical retrieval from Doppler radar observations using a cloud model and its adjoint. Part I: Model development and simulated data experiments. *J. Atmos. Sci.*, **54**, 1642–1661.
- , ———, 1998: Dynamical and microphysical retrieval from Doppler radar observations using a cloud model and its adjoint. Part II: Retrieval experiments of an observed Florida convective storm. *J. Atmos. Sci.*, **55**, 835–852.
- , ———, 2001: Real-time low-level wind and temperature analysis using single WSR-88D data. *Wea. Forecasting*, **16**, 117–132.
- Tong, M., and M. Xue, 2005: Ensemble Kalman filter assimilation of Doppler radar data with a compressible nonhydrostatic model: OSS experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 1789–1807.
- Torn, R.D., G.J. Hakim, and C. Snyder, 2006: Boundary conditions for limited-area ensemble Kalman filters. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 2490–2502.
- Whitaker, J. S., and T. M. Hamill, 2002: Ensemble data assimilation without perturbed observations. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 1913–1924.

- Xiao, Q., Y.H. Kuo, J. Sun, W.C. Lee, E. Lim, Y.R. Guo, and D.M. Barker, 2005: Assimilation of Doppler radar observations with a regional 3DVAR System: Impact of Doppler velocities on forecasts of a heavy rainfall case. *J. Appl. Meteor.*, **44**, 768–788.
- Xue, M., K. K. Droegemeier, and V. Wong, 2000: The Advanced Regional Prediction System (ARPS) - A multiscale nonhydrostatic atmospheric simulation and prediction tool. Part I: Model dynamics and verification. *Meteor. Atmos. Physics*, **75**, 161-193.
- , ——, ——, Shapiro, K. Brewster, F. Carr, D. Weber, Y. Liu, and D.-H. Wang, 2001: The Advanced Regional Prediction System (ARPS) - A multiscale nonhydrostatic atmospheric simulation and prediction tool. Part II: Model physics and applications. *Meteor. Atmos. Phy.*, **76**, 143-165.
- , M. Tong, and K. K. Droegemeier, 2006: An OSSE framework based on the ensemble square root Kalman filter for evaluating the impact of data from radar networks on thunderstorm analysis and forecasting. *J. Atmos. Oceanic Tech.*, **23**, 46-66.
- Zhang, F., C. , Snyder, and J. Sun, 2004: Impacts of initial estimate and observations on the convective-scale data assimilation with an ensemble Kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **132**, 1238-1253.

表 2.1 1977 年 5 月 20 日 15:00:00CST 的 Del City 環境探空資料。

由左至右依序是高度 (m)、位溫 (K)、水汽混合比 ( $\text{gkg}^{-1}$ )、u 風場

( $\text{ms}^{-1}$ )、v 風場 ( $\text{ms}^{-1}$ )。其中 (u, v) 已扣除環境風場 (3, 14)( $\text{ms}^{-1}$ )。

垂直方向共有 35 層，而最底層的高度與氣壓分別為 0 m 與 965 hPa。

```

1-D Sounding Input for ARPS
supercell storm
15:00:00 CST
20 May, 1977 - Domain speed subtracted (umove=3,vmove=14)
Ft. Sill, OK (for Del City Storm)
'height' 'potential temperature' 'relative humidity' 'uv'
  0.0 9.65e4
    35
ZSND THSND QVSND USND-3.0 VSND-14.0
16750.00000 414.00000 0.00000 15.00000 -5.40000
16250.00000 406.00000 0.00000 15.00000 -5.40000
15750.00000 398.00000 0.00000 15.00000 -5.40000
15250.00000 390.00000 0.00000 16.00000 -5.70000
14750.00000 382.00000 0.00000 17.00000 -6.00000
14250.00000 374.00000 0.00000 18.00000 -6.30000
13750.00000 366.00000 0.00000 19.00000 -6.80000
13250.00000 358.00000 0.00000 20.00000 -7.60000
12750.00000 351.00000 0.00000 21.00000 -8.80000
12250.00000 346.00000 0.00000 21.80000 -10.20000
11750.00000 343.60000 0.00000 22.60000 -11.20000
11250.00000 341.00000 0.00000 23.40000 -11.70000
10750.00000 338.50000 0.00000 24.00000 -11.80000
10250.00000 336.00000 0.34960 24.40000 -11.00000
 9750.00000 333.50000 0.53010 24.30000 -10.00000
 9250.00000 331.00000 0.58590 23.70000 -8.50000
 8750.00000 329.00000 0.57420 22.40000 -6.00000
 8250.00000 327.50000 0.56300 20.40000 -3.00000
 7750.00000 326.00000 0.63030 18.40000 1.00000
 7250.00000 324.60000 0.63160 16.00000 6.60000
 6750.00000 323.20000 0.60140 13.40000 11.40000
 6250.00000 321.80000 0.64950 11.00000 13.50000
 5750.00000 320.50000 0.71920 8.60000 14.10000
 5250.00000 319.00000 0.77210 6.10000 13.70000
 4750.00000 317.50000 0.78080 3.60000 12.50000
 4250.00000 315.50000 0.76890 1.50000 10.80000
 3750.00000 313.50000 0.74610 -0.50000 9.60000
 3250.00000 311.20000 0.82920 -3.50000 8.80000
 2750.00000 309.00000 0.87740 -4.40000 8.00000
 2250.00000 307.00000 0.89300 -6.20000 7.00000
 1750.00000 305.00000 0.86640 -7.80000 6.00000
 1250.00000 304.00000 0.85490 -9.20000 4.70000
  750.00000 303.00000 0.80820 -10.40000 2.00000
  250.00000 303.00000 0.71020 -12.00000 -3.00000
   0.00000 303.00000 0.71020 -12.00000 -3.00000
    
```

表 2.2 四種「預報」與「事件」發生可能性分類表。

(摘自 Schaefer, 1990)

		FORECASTS		
		YES	NO	
EVENTS	YES	$X$	$Y$	$E = X + Y$
	NO	$Z$	$W$	$T = X + Y + Z + W$
		$P = X + Z$		

表 3.1 測試實驗：實驗一為「系集數」測試；實驗二為「掃描時間」測試；實驗三為「是否同化徑向風與回波」測試。

Exp	是否同化Vr, Z	系集數(個)	雷達掃描時間(mins)
M20		20	
M30		30	
M40	Yes	40	5
M80		80	
M160		160	
T5			5
T10	Yes	40	10
AY	Yes		
AN	No	40	5

表 3.2 實驗四：同化後並作長時間系集預報

——「同化次數」測試。

Exp	同化次數	同化區間
AL12	同化12次(共一小時雷達觀測)	第20~80分鐘
AL06	同化6次(共半小時雷達觀測)	第50~80分鐘

表 4.1 實驗五：加入鐘型山脈——「同化次數」測試。

Exp	Vr (Z>10dBZ)	Z	
	update of : all variables	update of : qr, qs, qh	update of : u, v, w, ptprt, pprt, qv, qc, qi
AT16	Yes (第1~16次)	Yes (第1~16次)	Yes (第1~16次)
AT00	No	No	No
AT06	Yes (第1~6次)	Yes (第1~6次)	Yes (第1~6次)
AT06N	Yes (第1~6次)	Yes (第1~6次)	Yes (第4~6次)

表 4.2 實驗六：加入長條型山脈——「同化區域」測試。

Exp	同化區域
ADA	所有區域皆同化
ADU	同化「全區域高度3000m以上」
ADM	同化「山前」和「山後高度3000m以上」
ADX	完全不同化

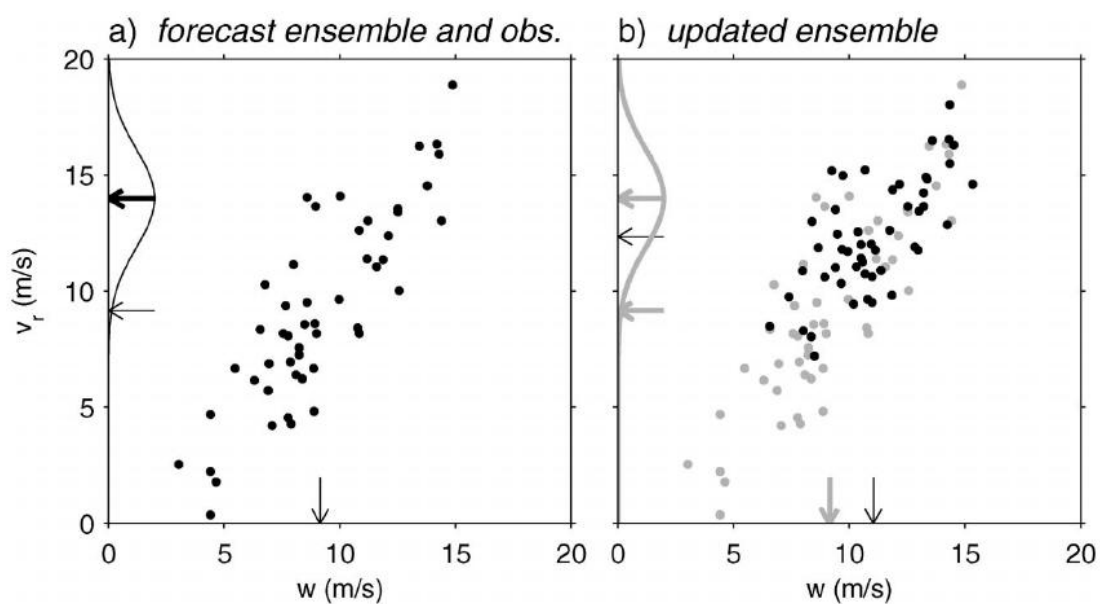


圖 2.1 系集卡曼濾波器同化示意圖。  
 (摘自 Snyder and Zhang, 2003)

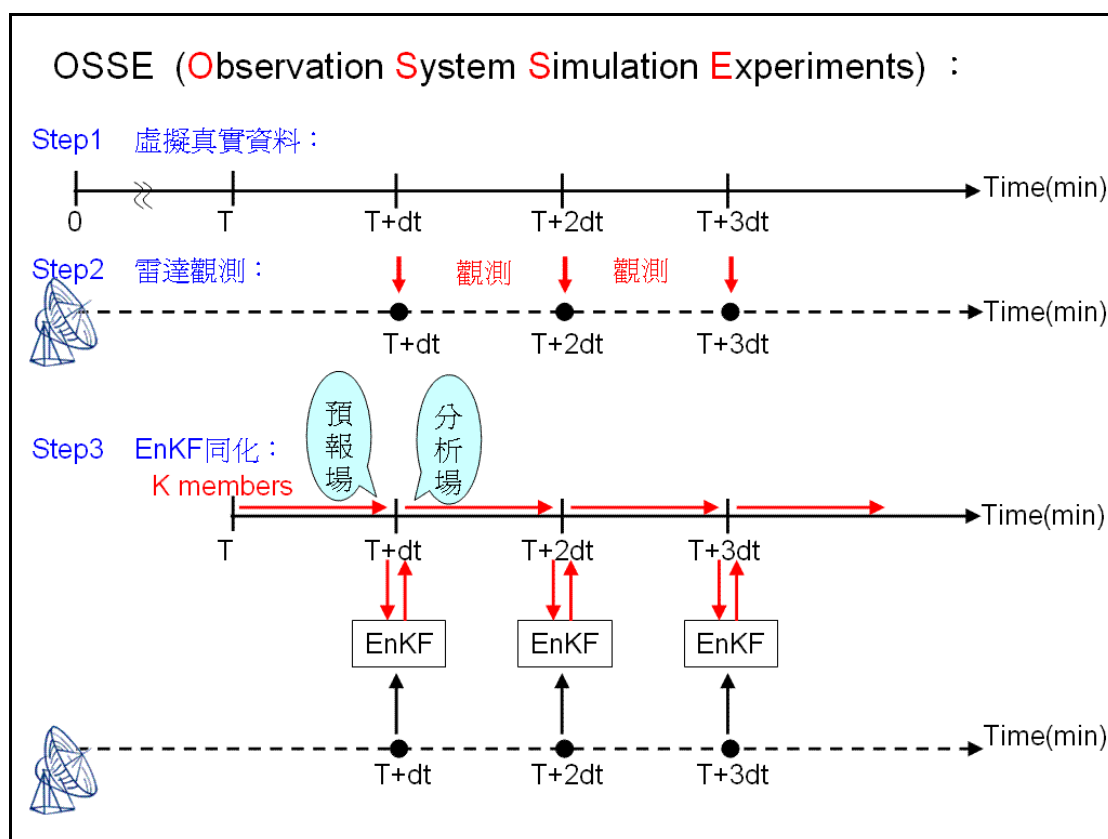


圖 2.2 觀測系統模擬實驗的流程概念圖。

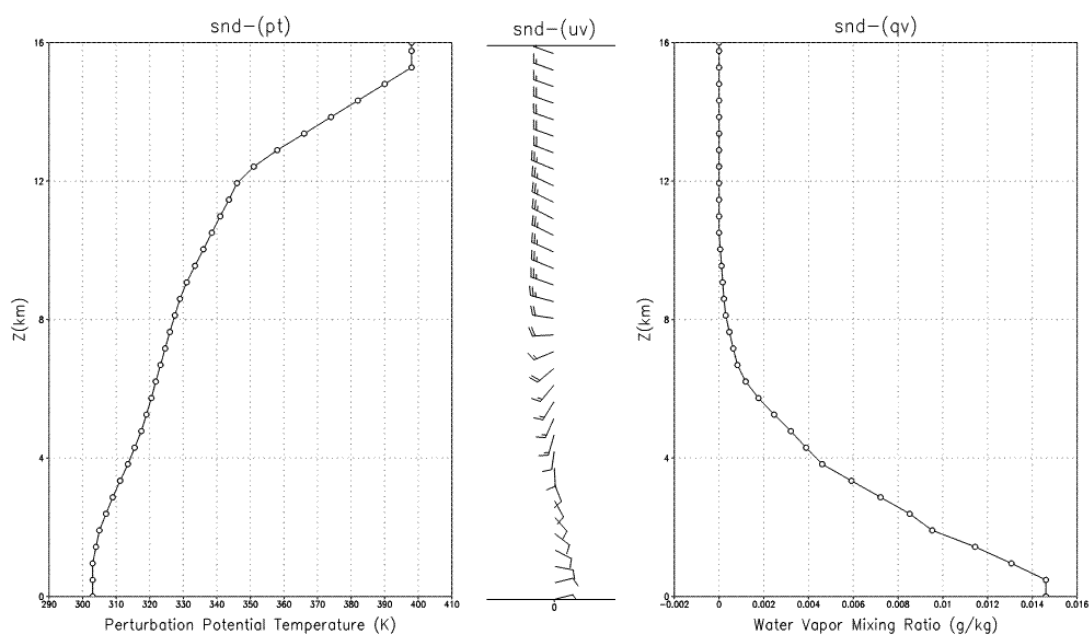


圖 2.3 1977 年 5 月 20 日 15:00:00CST 的 Del City 環境探空資料所繪各變數隨高度的變化圖。由左而右依序是位溫 (K)、水平風場 ( $\text{ms}^{-1}$ ) 與水汽混合比 ( $\text{gkg}^{-1}$ )。

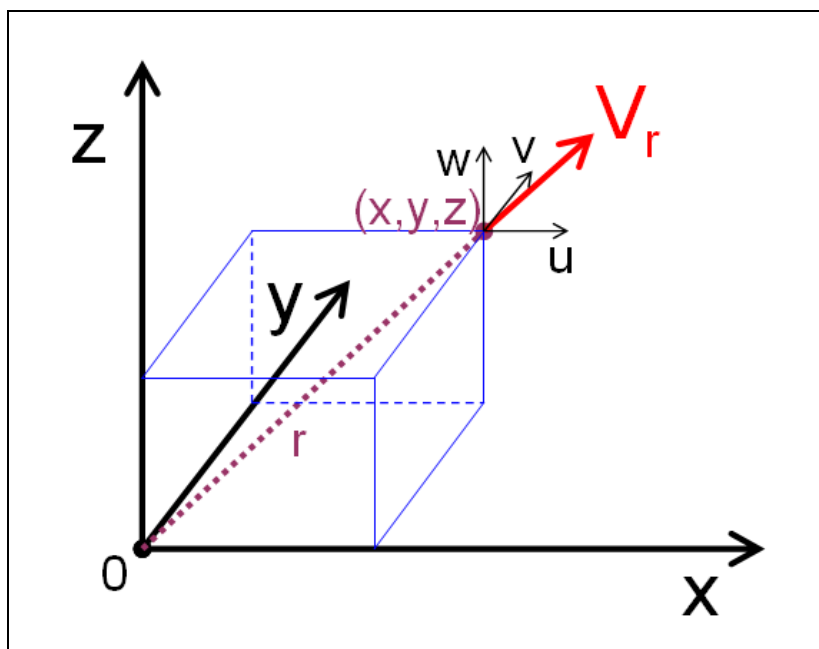


圖 2.4 都卜勒雷達 (位於原點) 觀測空中某一點  $(x, y, z)$  的徑向風示意圖。

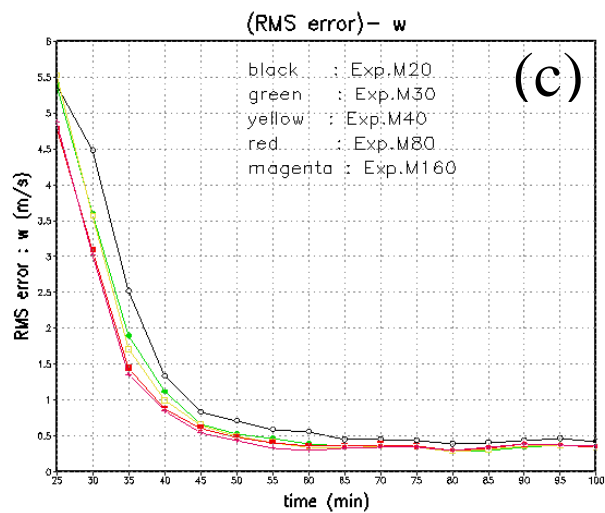
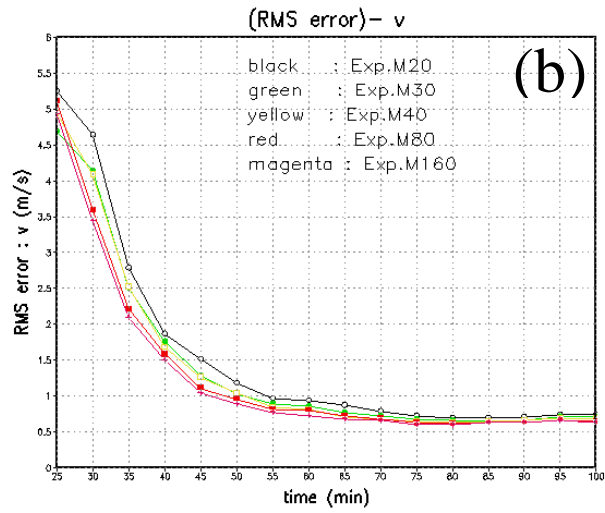
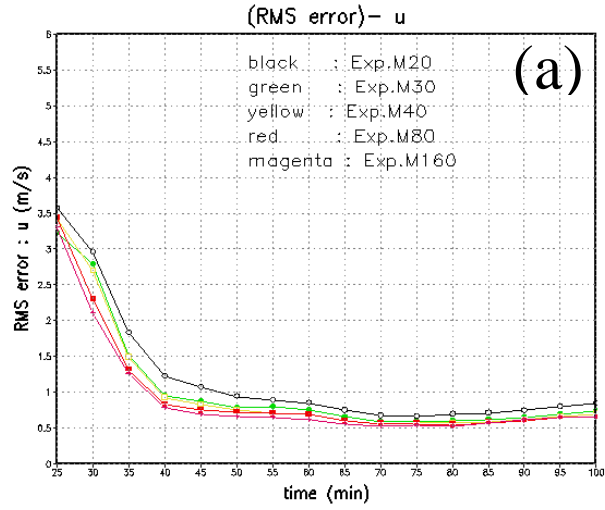


圖 3.1 實驗一：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。  
(a). 水平速度  $u$  ; (b). 水平速度  $v$  ; (c). 垂直速度 ( $w$ )



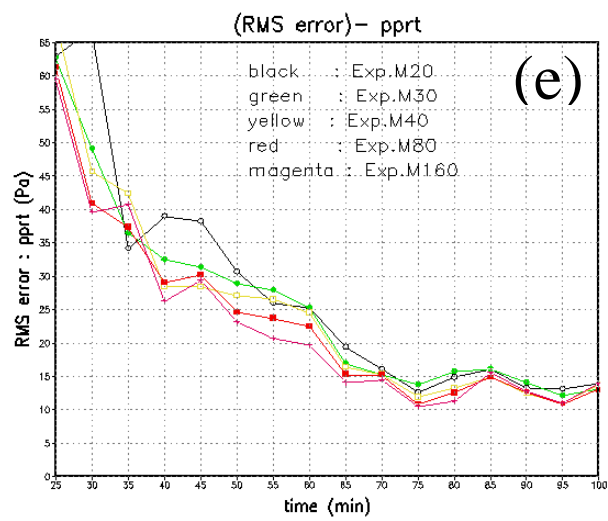
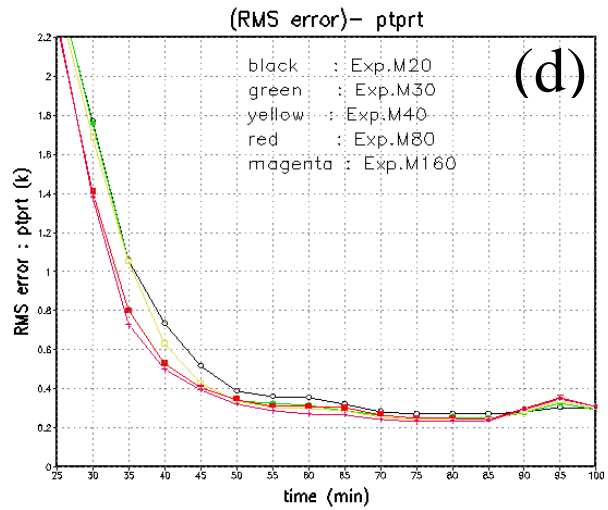


圖 3.1 (續) (d). 擾動位溫 (ptprt) ; (e). 擾動氣壓 (pprt)

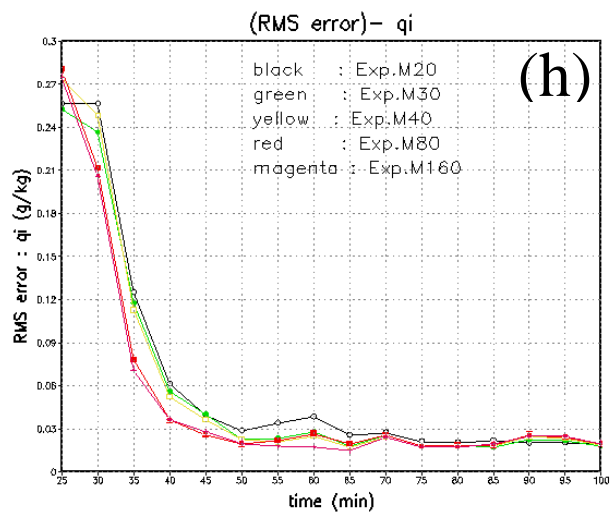
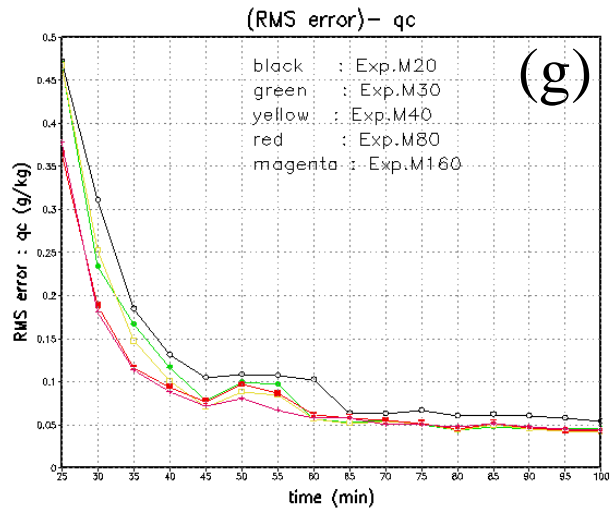
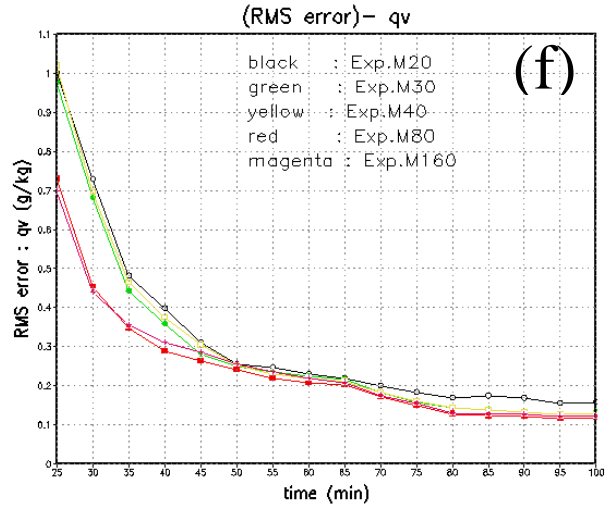


圖 3.1 (續) (f) . 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g) . 雲水混合比 ( $q_c$ ) ;  
(h) . 雲冰混合比 ( $q_i$ )

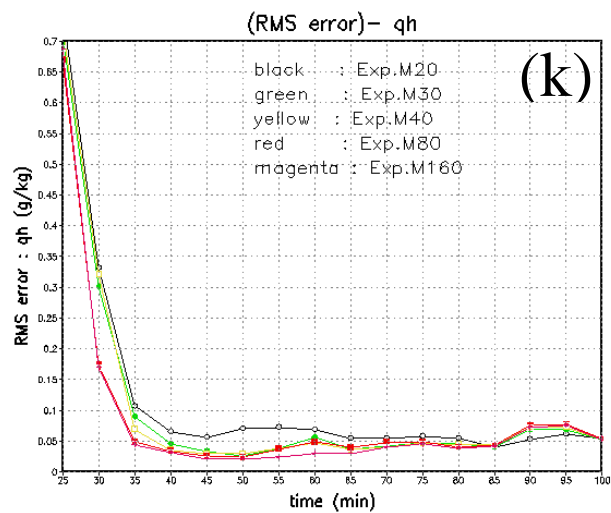
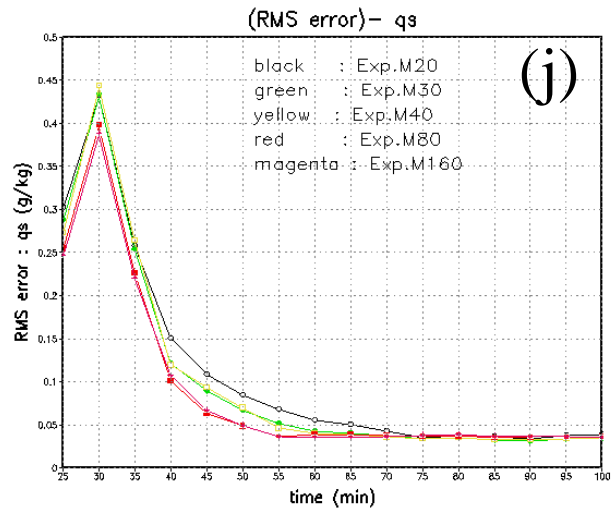
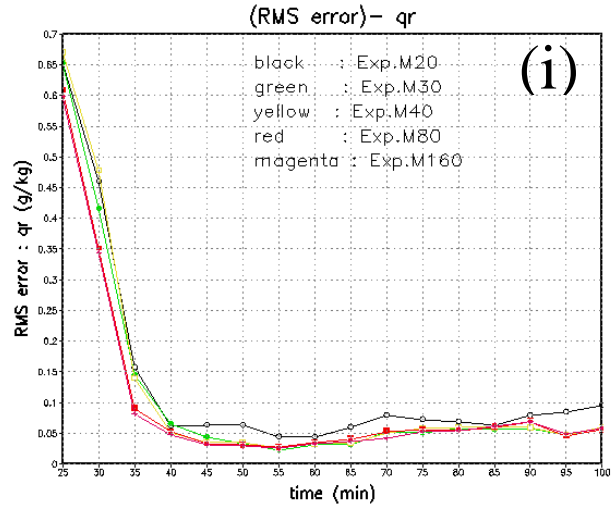


圖 3.1 (續) (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ;  
(k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )

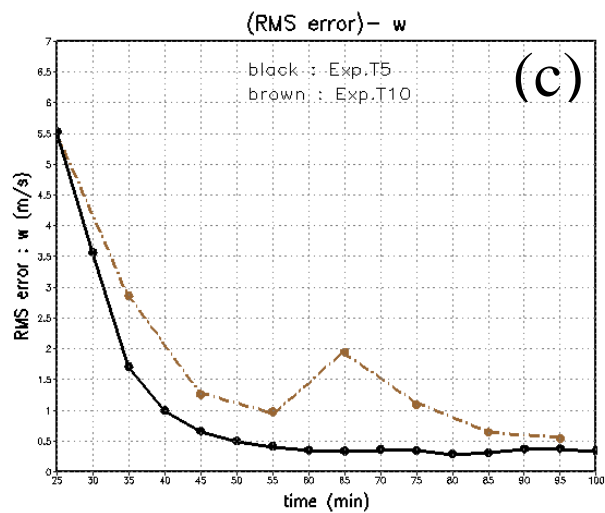
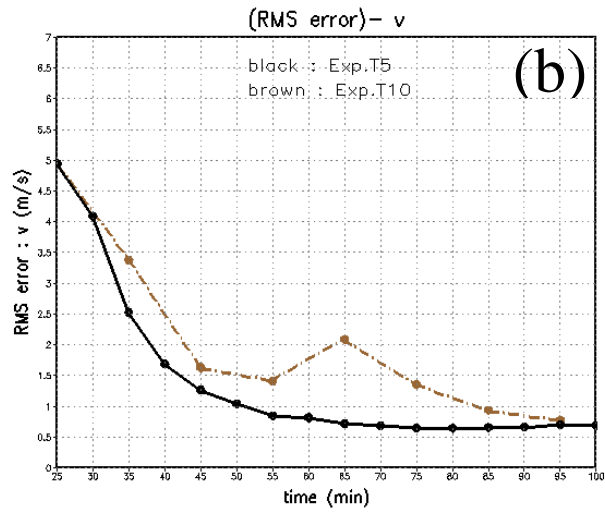
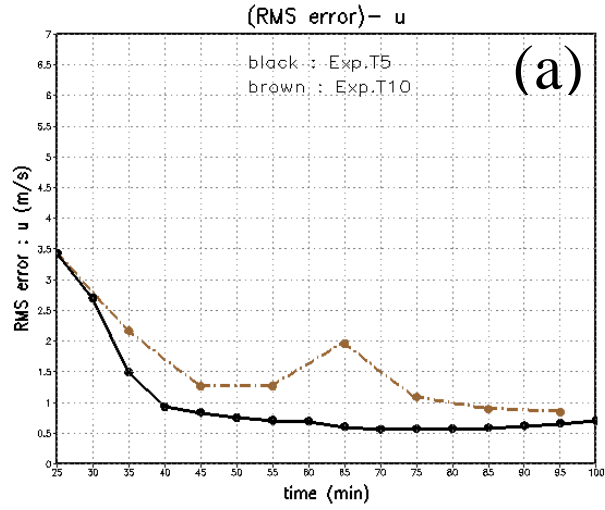


圖 3.2 實驗二：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。  
 (a). 水平速度  $u$  ; (b). 水平速度  $v$  ; (c). 垂直速度 ( $w$ )

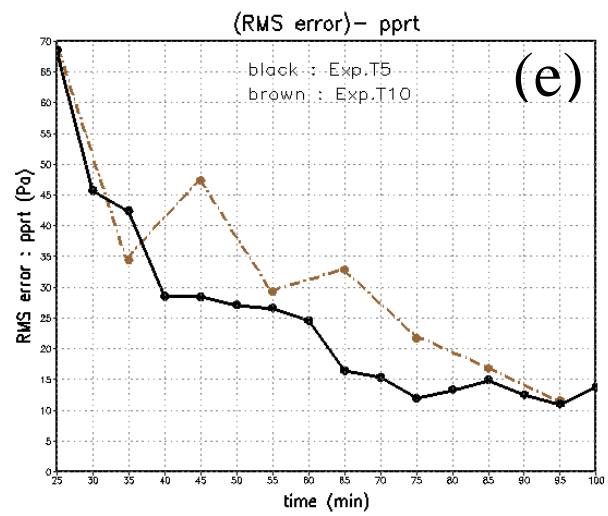
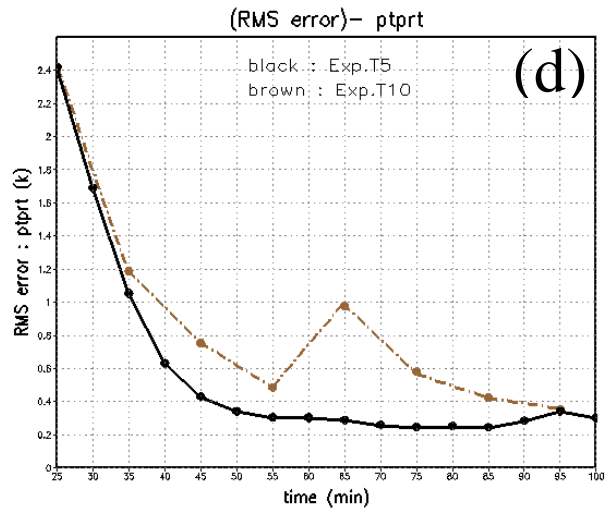


圖 3.2 (續) (d). 擾動位溫 (ptprt) ; (e). 擾動氣壓 (pprt)

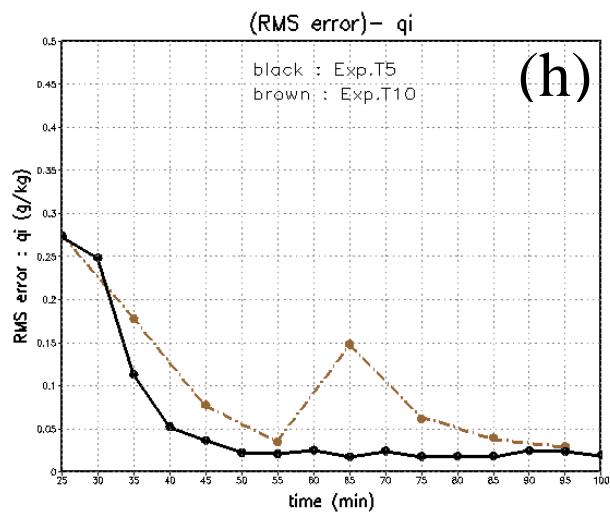
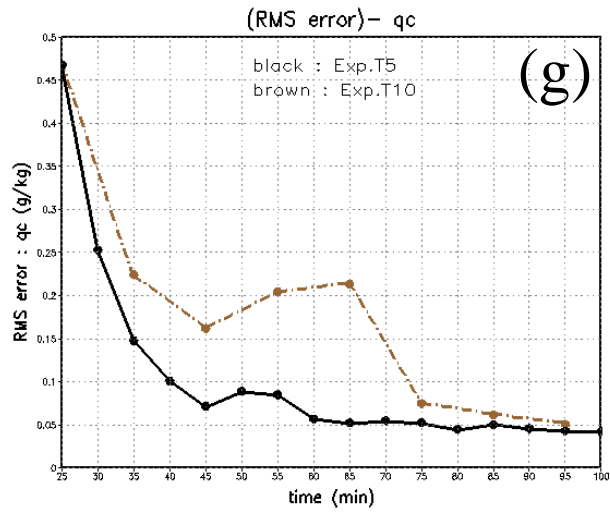
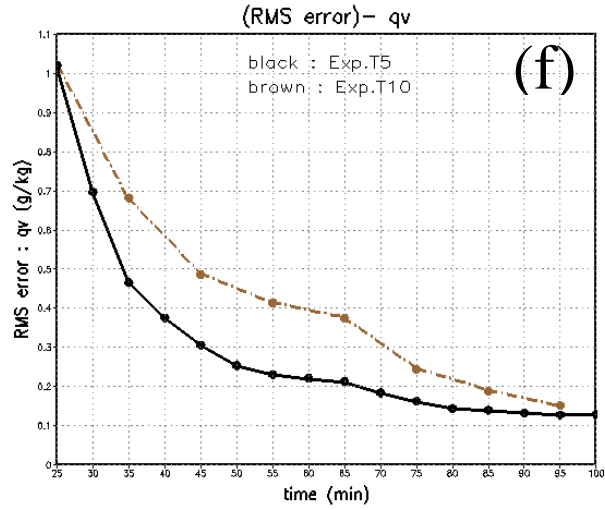


圖 3.2 (續) (f) . 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g) . 雲水混合比 ( $q_c$ ) ;  
(h) . 雲冰混合比 ( $q_i$ )

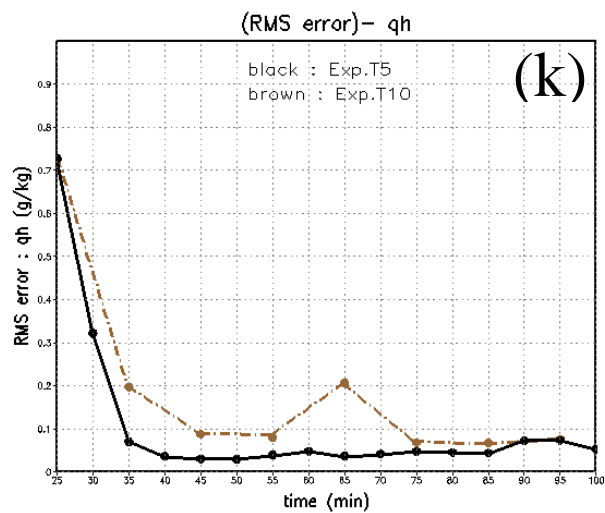
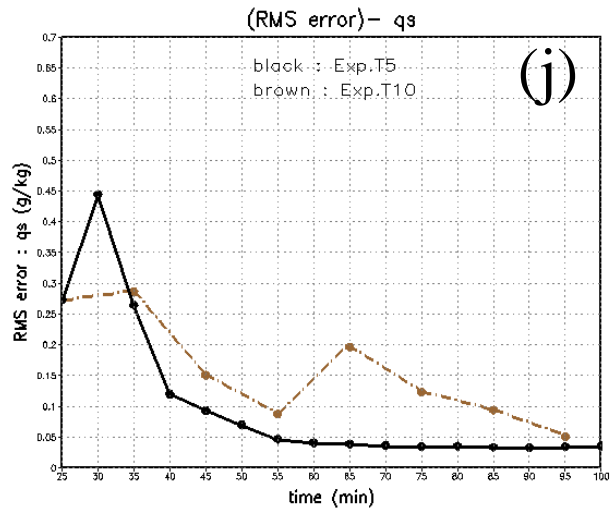
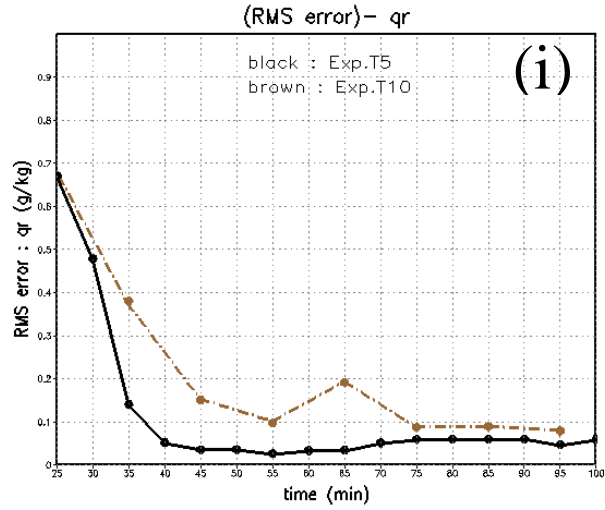


圖 3.2 (續) (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ;  
(k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )



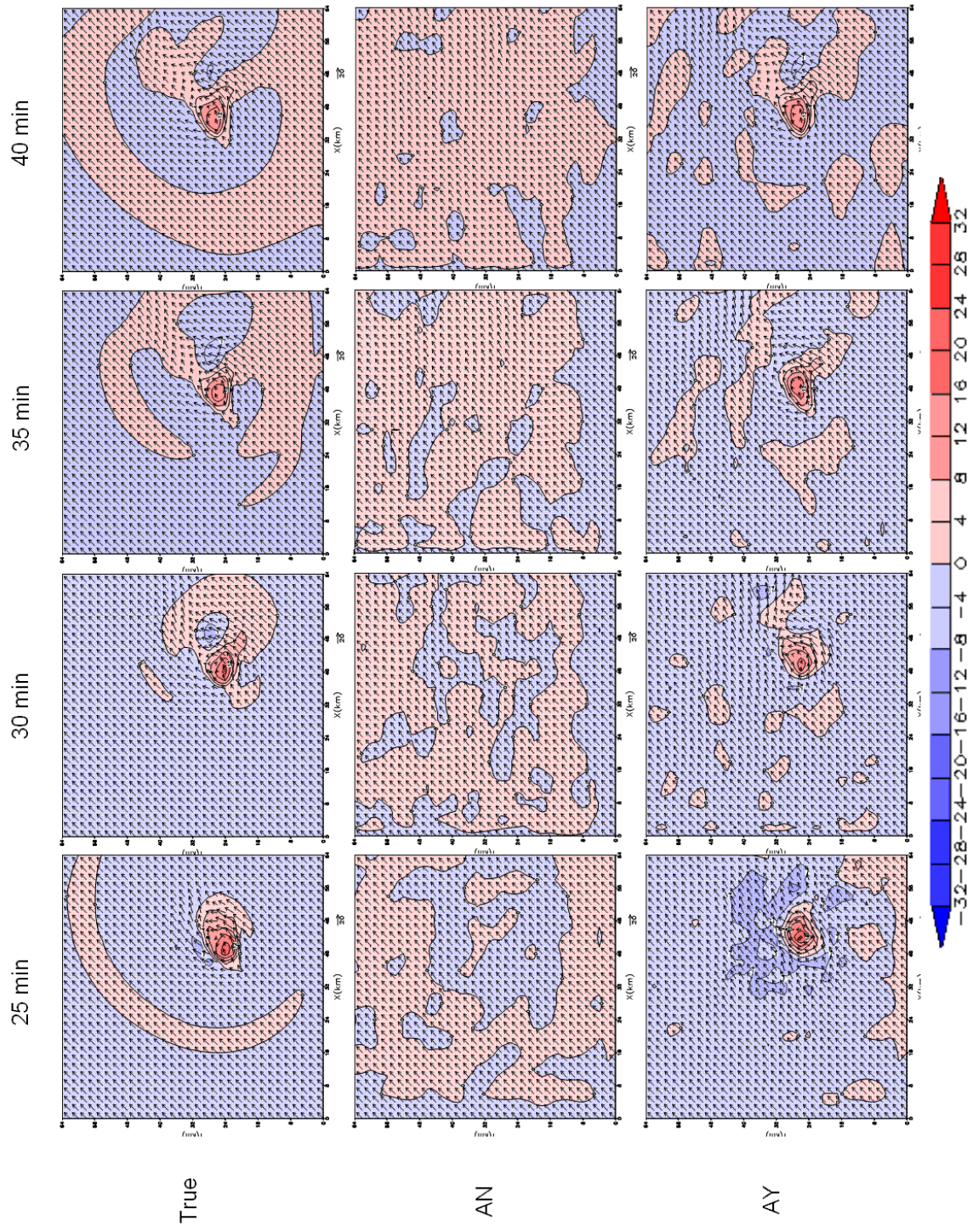


圖 3.3 實驗三：高度6公里的水平風場 (u、v) 與垂直速度 (w)。時間：第25、30、35、40分鐘。由上而下依序是真實情況、AN (不同化)、AY (同化 Vr、Z)。



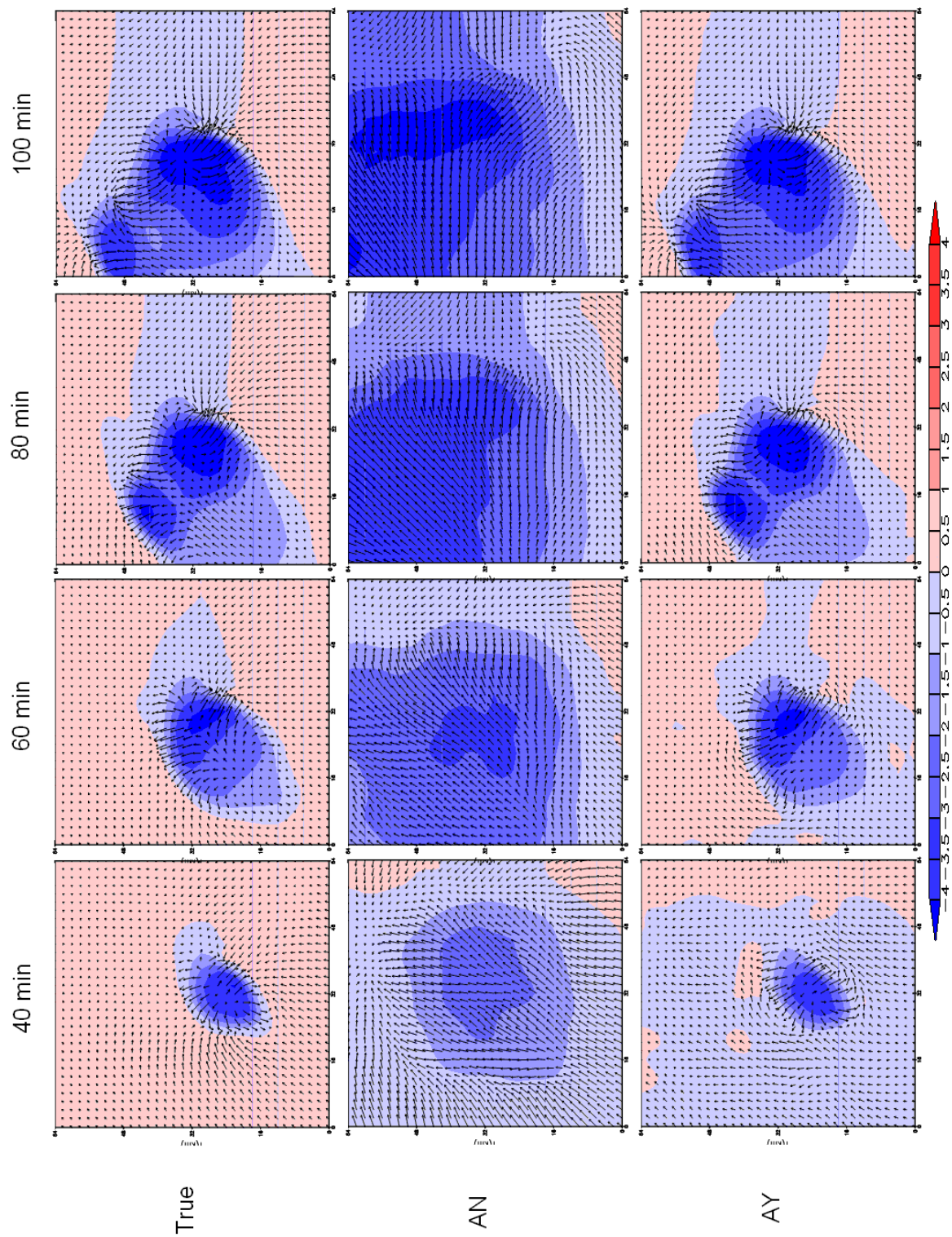


圖 3.4 實驗三：高度 250 公尺的水平擾動風場與擾動位溫場 (ptprt)。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AN (不同化)、AY (同化 Vr、Z)。

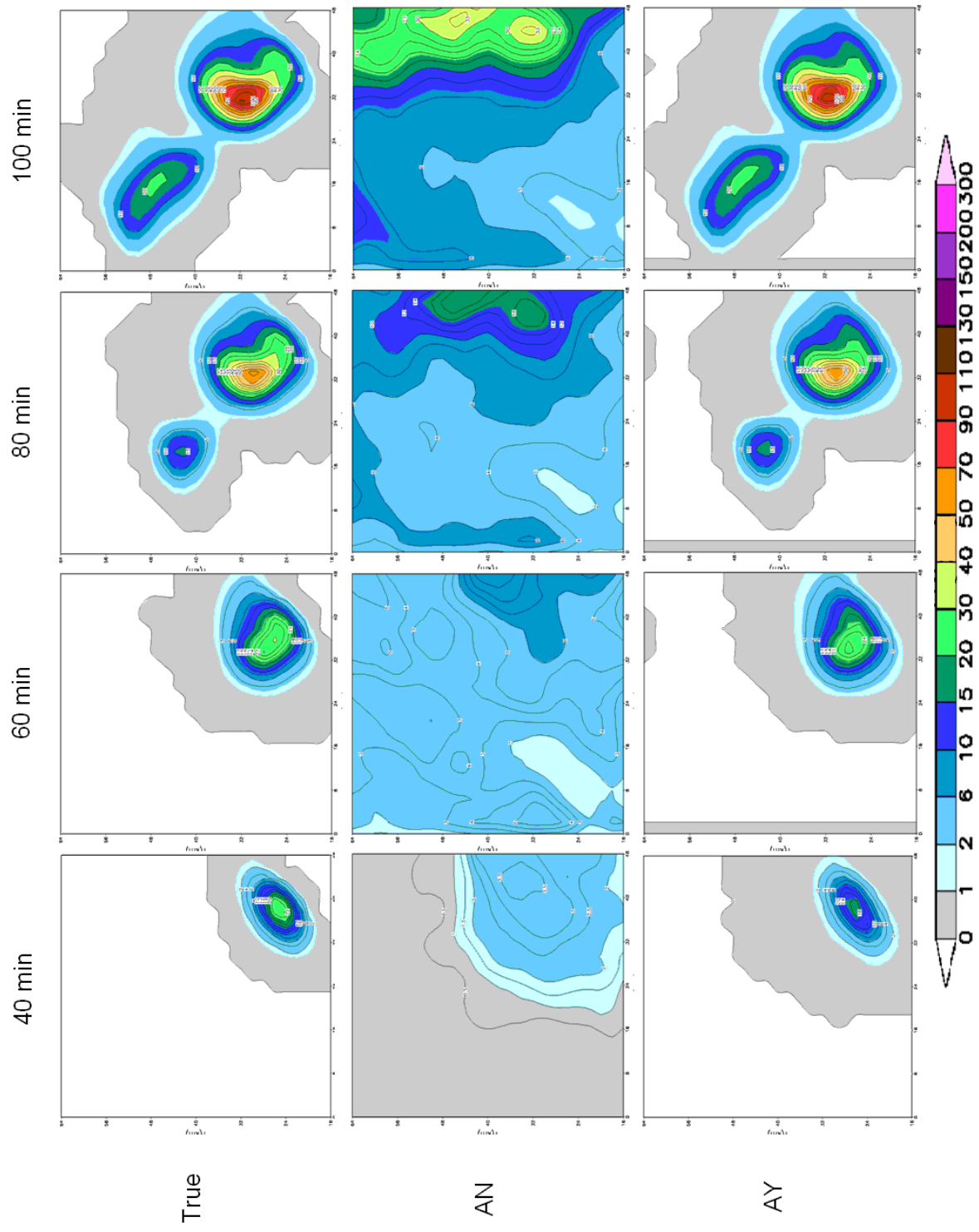


圖 3.5 實驗三：地面累積降雨量。時間：第 40、60、80、100 分鐘。  
 由上而下依序是真實情況、AN (不同化)、AY (同化 Vr、Z)。

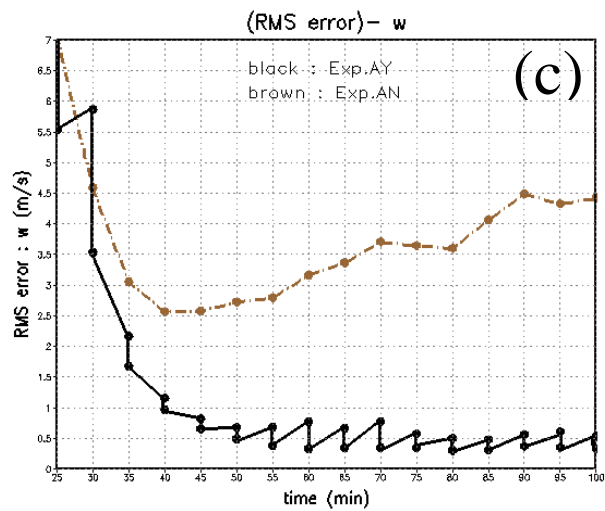
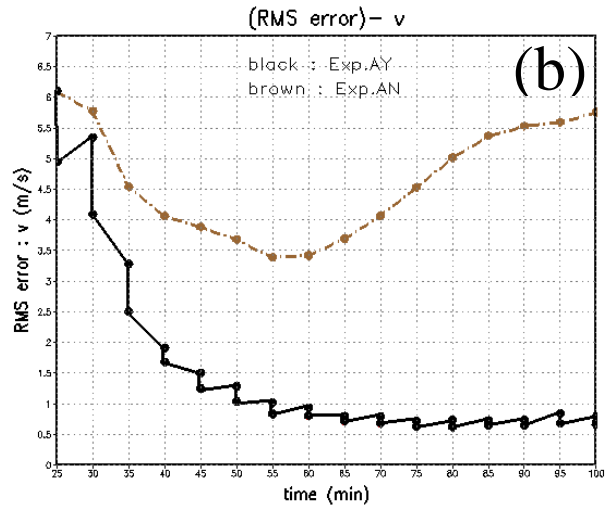
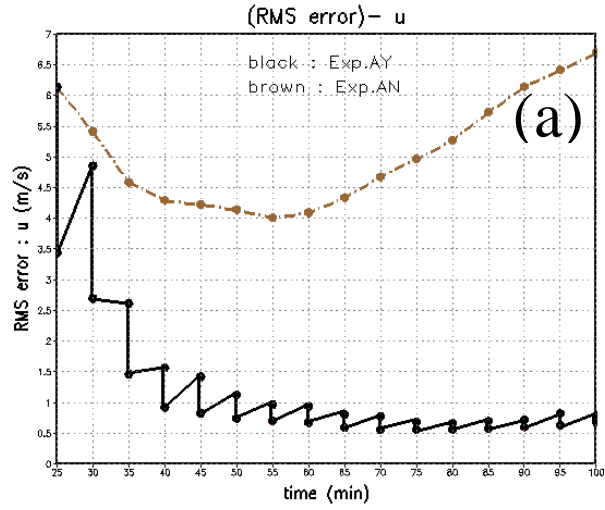


圖 3.6 實驗三：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。  
(a). 水平速度  $u$  ; (b). 水平速度  $v$  ; (c). 垂直速度 ( $w$ )

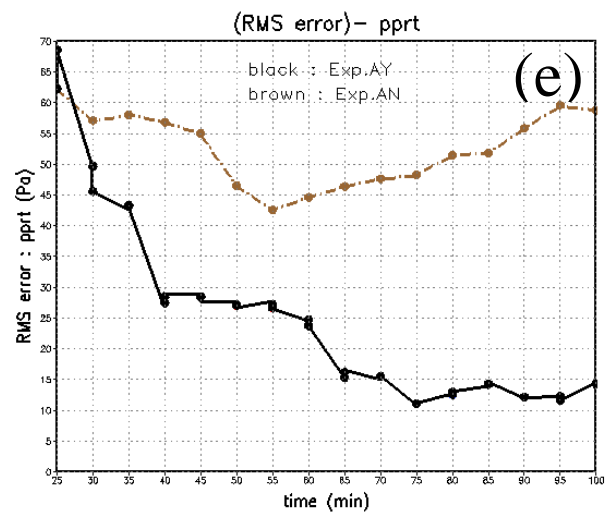
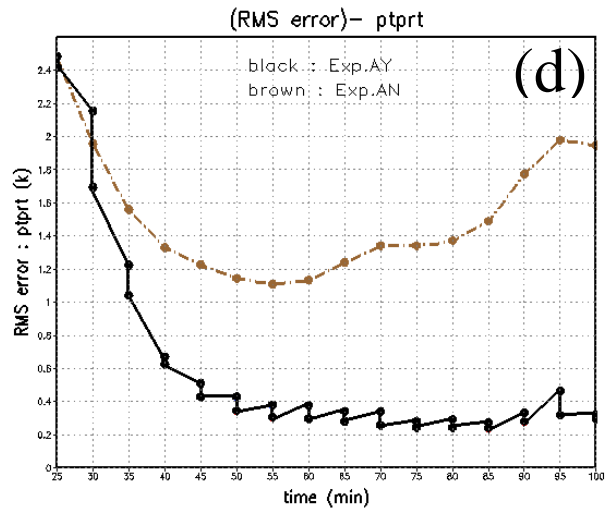


圖 3.6 (續) (d). 擾動位溫 (pprt) ; (e). 擾動氣壓 (pprt)

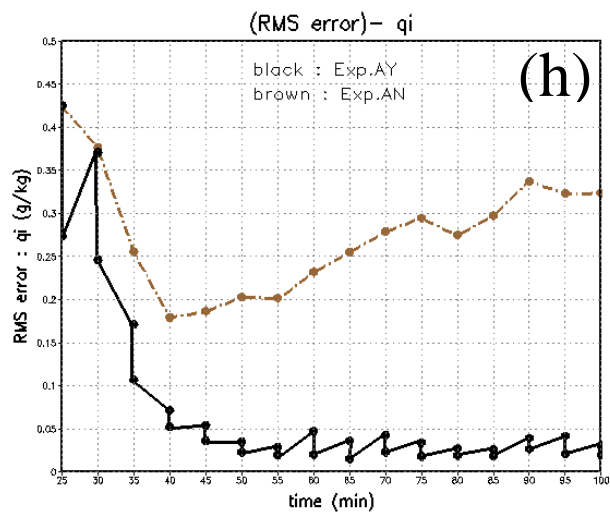
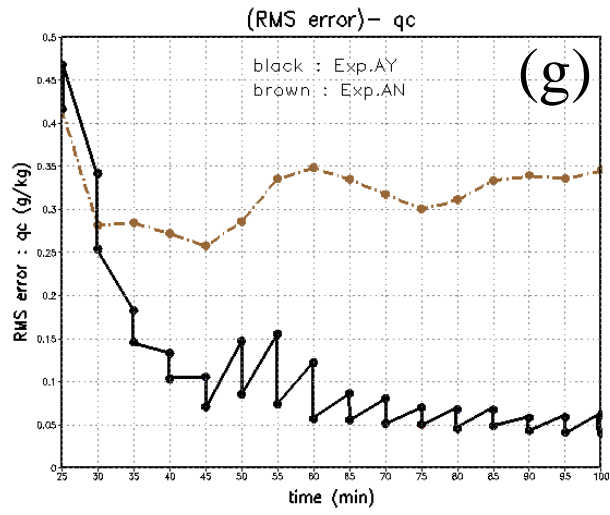
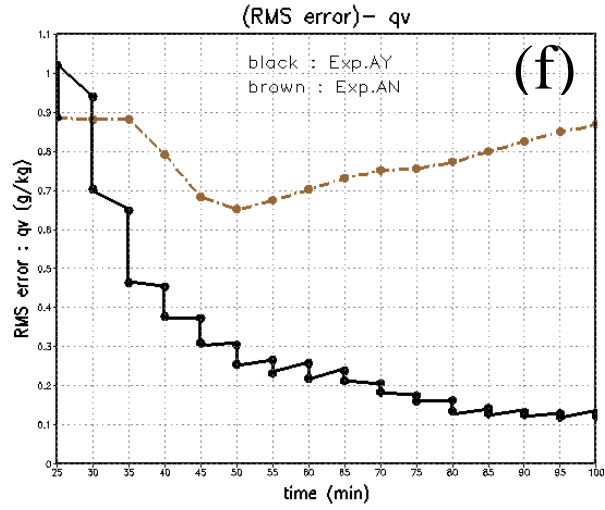


圖 3.6 (續) (f) . 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g) . 雲水混合比 ( $q_c$ ) ;  
(h) . 雲冰混合比 ( $q_i$ )

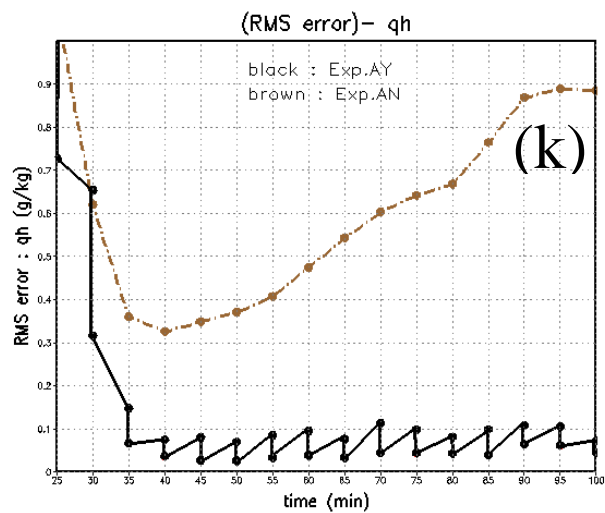
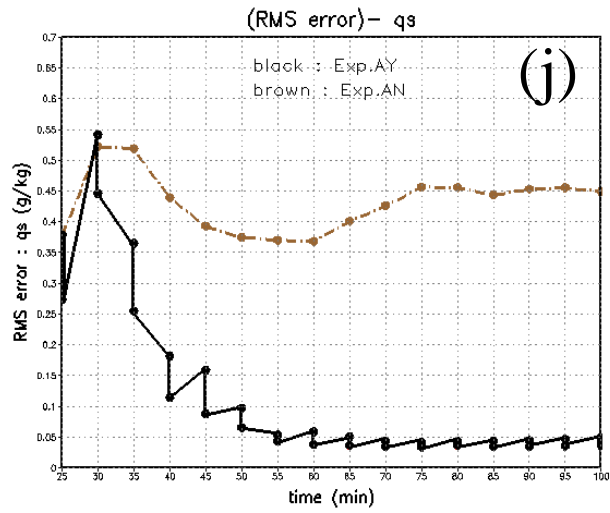
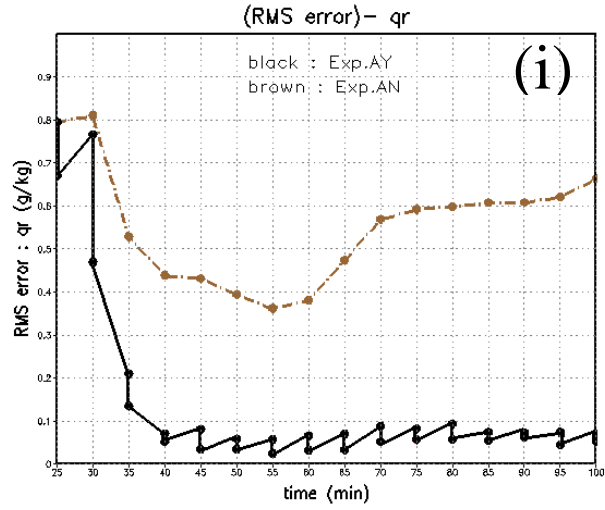


圖 3.6 (續) (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ;  
(k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )

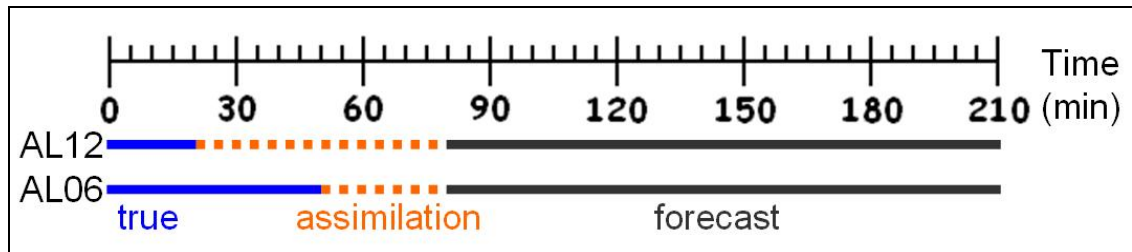


圖 3.7 實驗四：同化與長期系集預報區間示意圖。實驗代號 AL12 是將第 20 分鐘時「虛擬真實大氣」的風場與位溫做擾動以成為 40 個系集初始場，同化區間是在第 20 ~ 80 分鐘，共同化一小時雷達觀測資料。實驗代號 AL06 則是在第 50 分鐘做擾動成為 40 個系集初始場，同化區間是在第 50 ~ 80 分鐘，只同化半小時雷達觀測資料。圖中虛線處即表示同化區間的範圍，在同化區間之前為虛擬真實大氣的模擬，在同化區間之後則是長期系集預報。



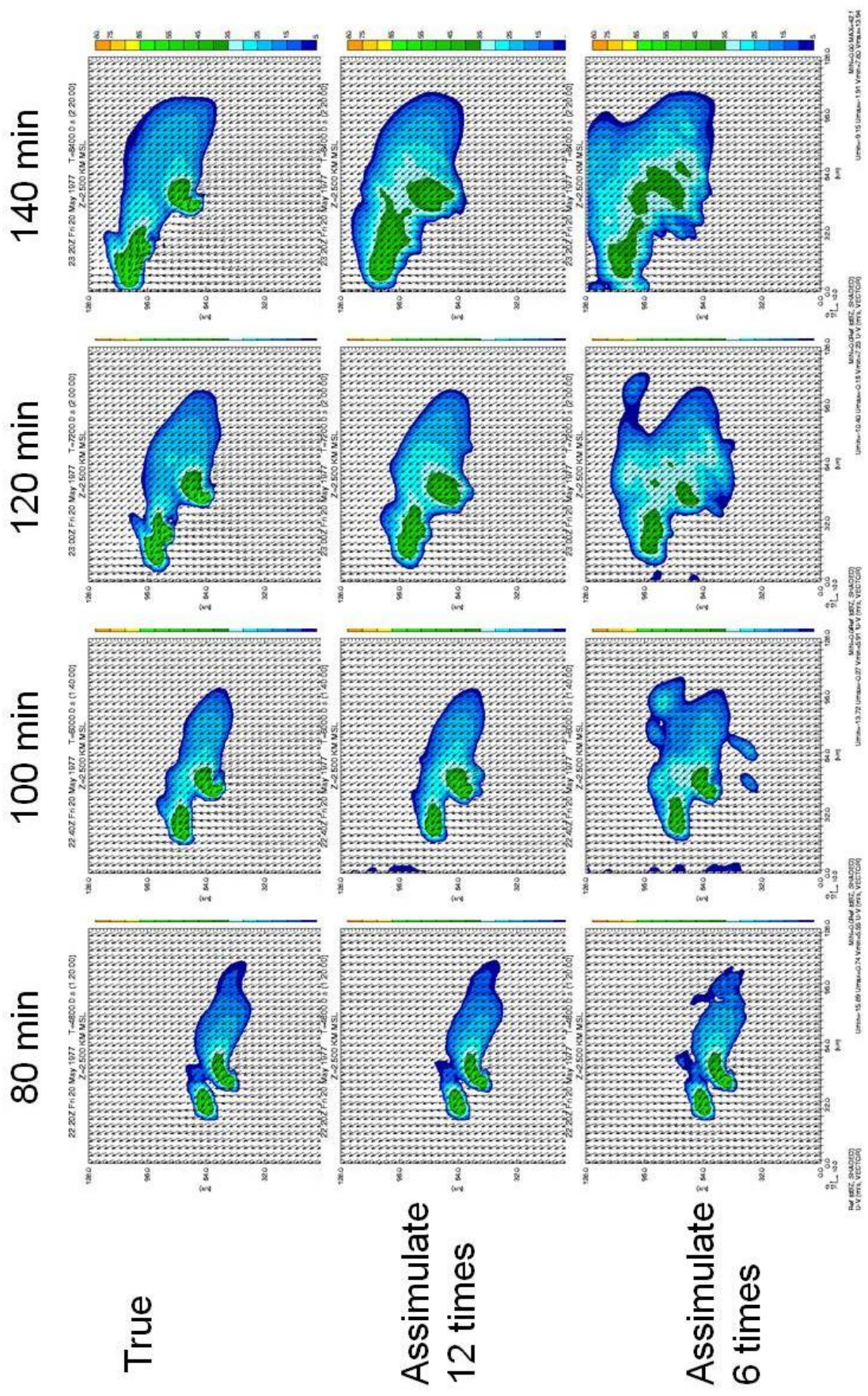


圖 3.8 實驗四：高度2.5公里的水平風場 (u, v) 與回波 (Z)。時間：第80、100、120、140分鐘。由上而下依序為真實情況、AL12 (同化12次)、AL06 (同化6次) 的結果。



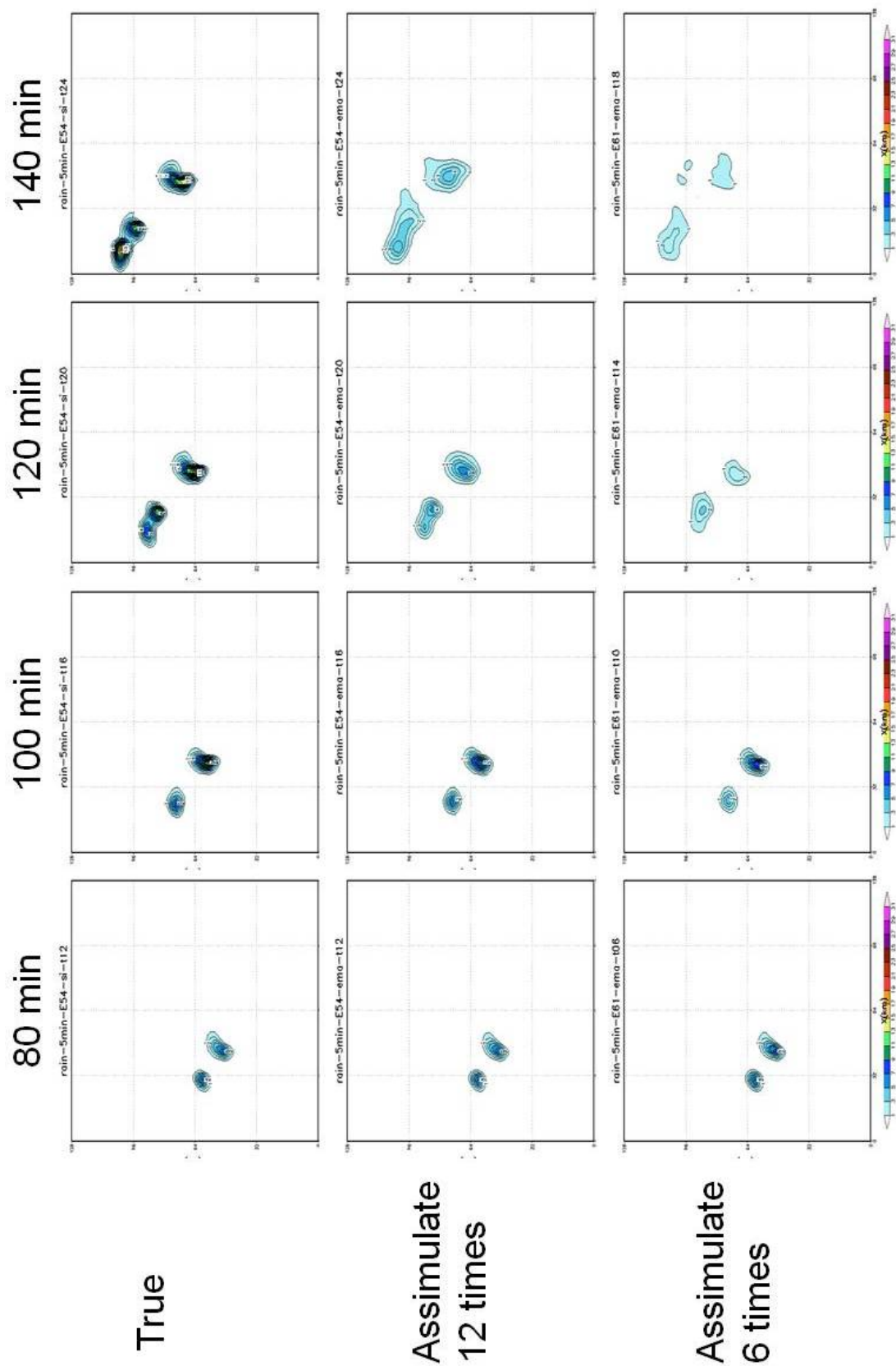


圖 3.9 實驗四：地面 5 分鐘內累積降雨量。時間：第 80、100、120、140 分鐘。  
 由上而下依序為真實情況、AL12（同化 12 次）、AL06（同化 6 次）的結果。

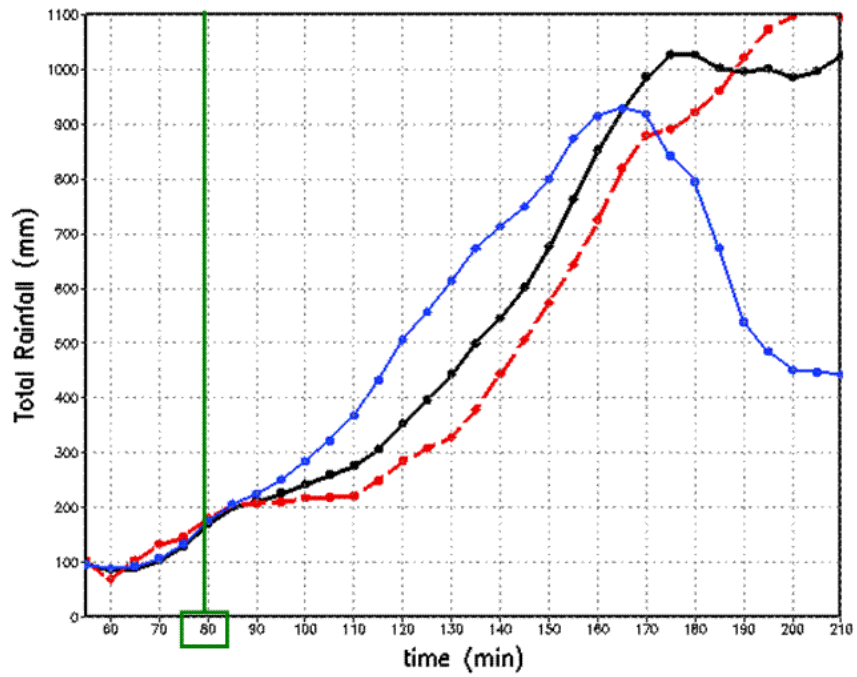


圖 3.10 實驗四：5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化。綠色直線表示在第 80 分鐘後，就不再同化而只做較長期系集預報。藍色實線為虛擬真實大氣，黑色實線為 AL12（同化 12 次），紅色虛線為 AL06（同化 6 次）。

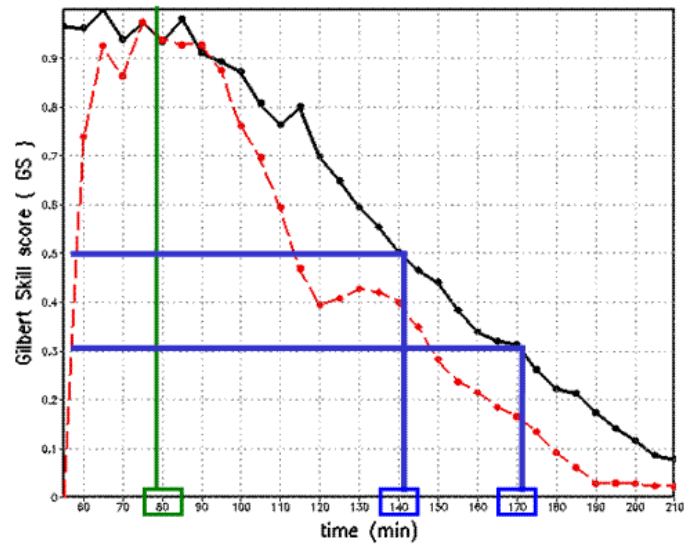


圖 3.11 實驗四：5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。綠色直線表示在第 80 分鐘後，就不再同化而只做較長期系集預報。黑色實線為 AL12（同化 12 次），紅色虛線為 AL06（同化 6 次）。藍色直線表示 AL12 到第 140 分鐘的 GS 得分有 0.5，而在第 170 分鐘前，還能維持在 0.3 以上。

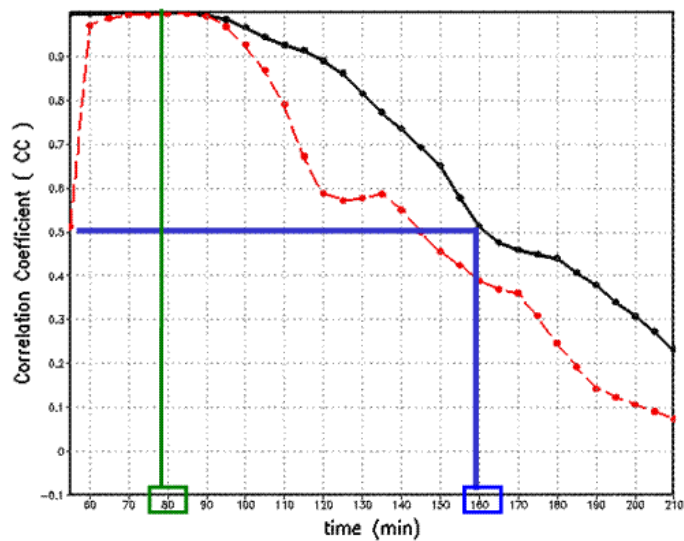


圖 3.12 實驗四：5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化。綠色直線表示在第 80 分鐘後，就不再同化而只做較長期系集預報。黑色實線為 AL12（同化 12 次），紅色虛線為 AL06（同化 6 次）。藍色直線表示 AL12 在第 160 分鐘以前相關係數還能維持在 0.5 以上。

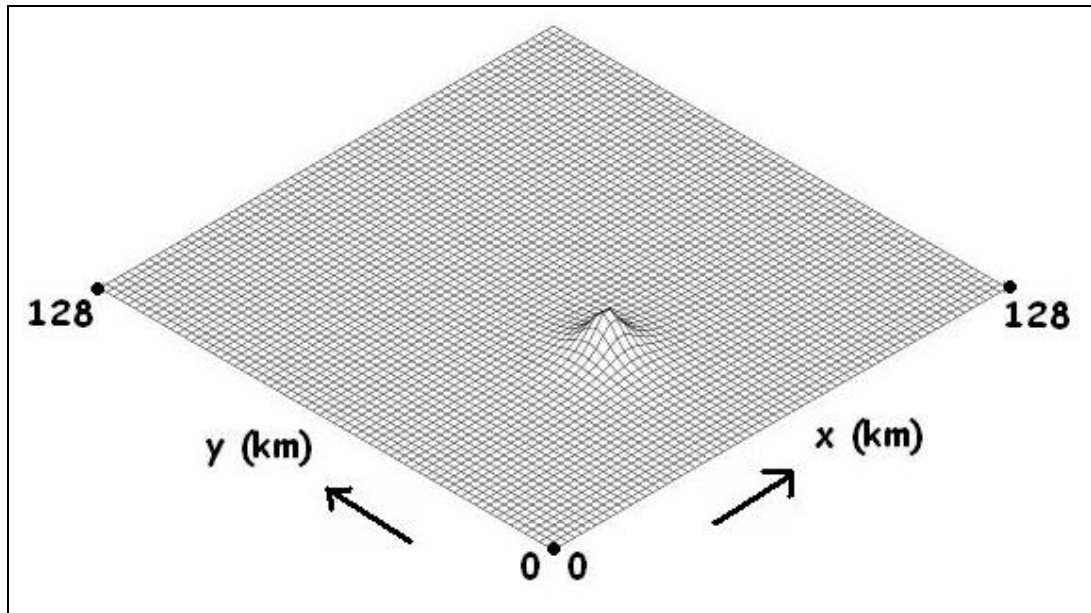


圖 4.1 實驗五：鐘型山脈地形示意圖。山脈高度 2000 公尺。山中心點在 (55, 40) 公里處，半山寬為 5 公里。

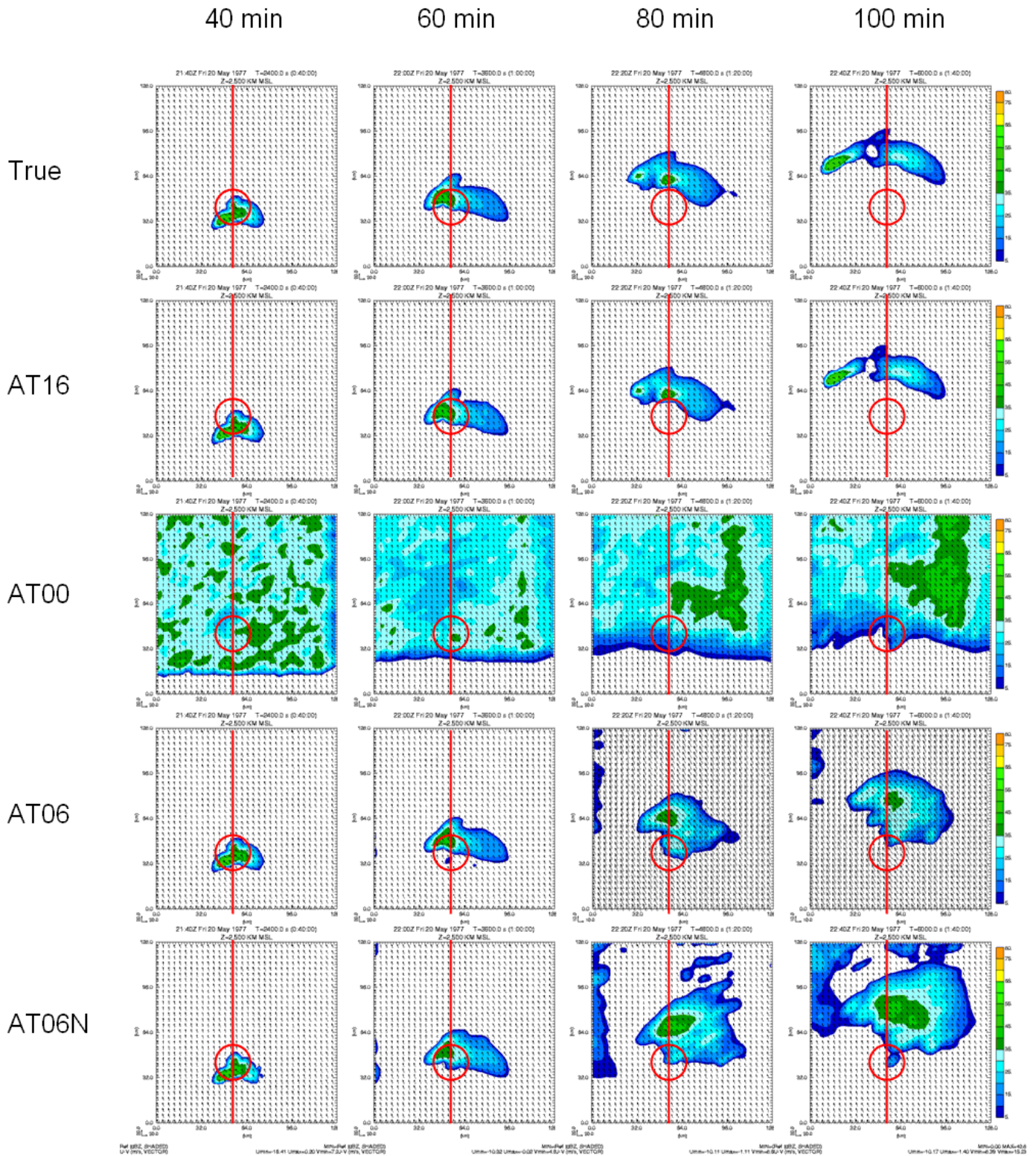


圖 4.2 實驗五：高度 2.5 公里的水平風場 ( $u, v$ ) 與回波 ( $Z$ )。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AT16 (同化 16 次)、AT00 (完全不同化)、AT06 (同化前 6 次)、AT06N (同化前 6 次，但回波對於非直接相關變數只同化第 4 ~ 6 次)。紅色圓圈標示鐘型山脈的位置。紅色直線表示將繪出此線的垂直剖面，如圖 4.3。



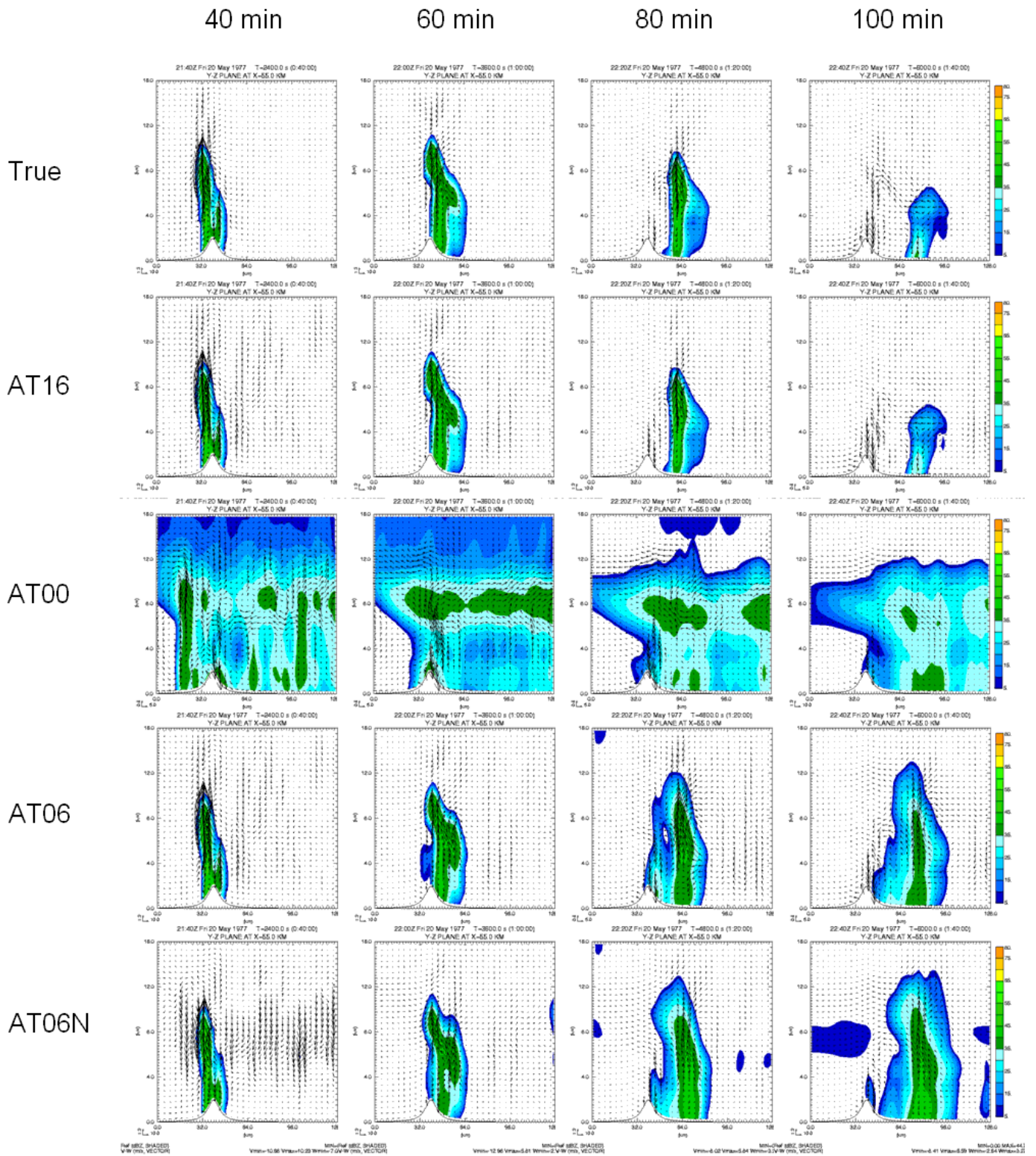


圖 4.3 實驗五： $x = 55$  公里處垂直剖面的擾動風場與回波。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AT16（同化 16 次）、AT00（完全不同化）、AT06（同化前 6 次）、AT06N（同化前 6 次，但回波對於非直接相關變數只同化第 4 ~ 6 次）。

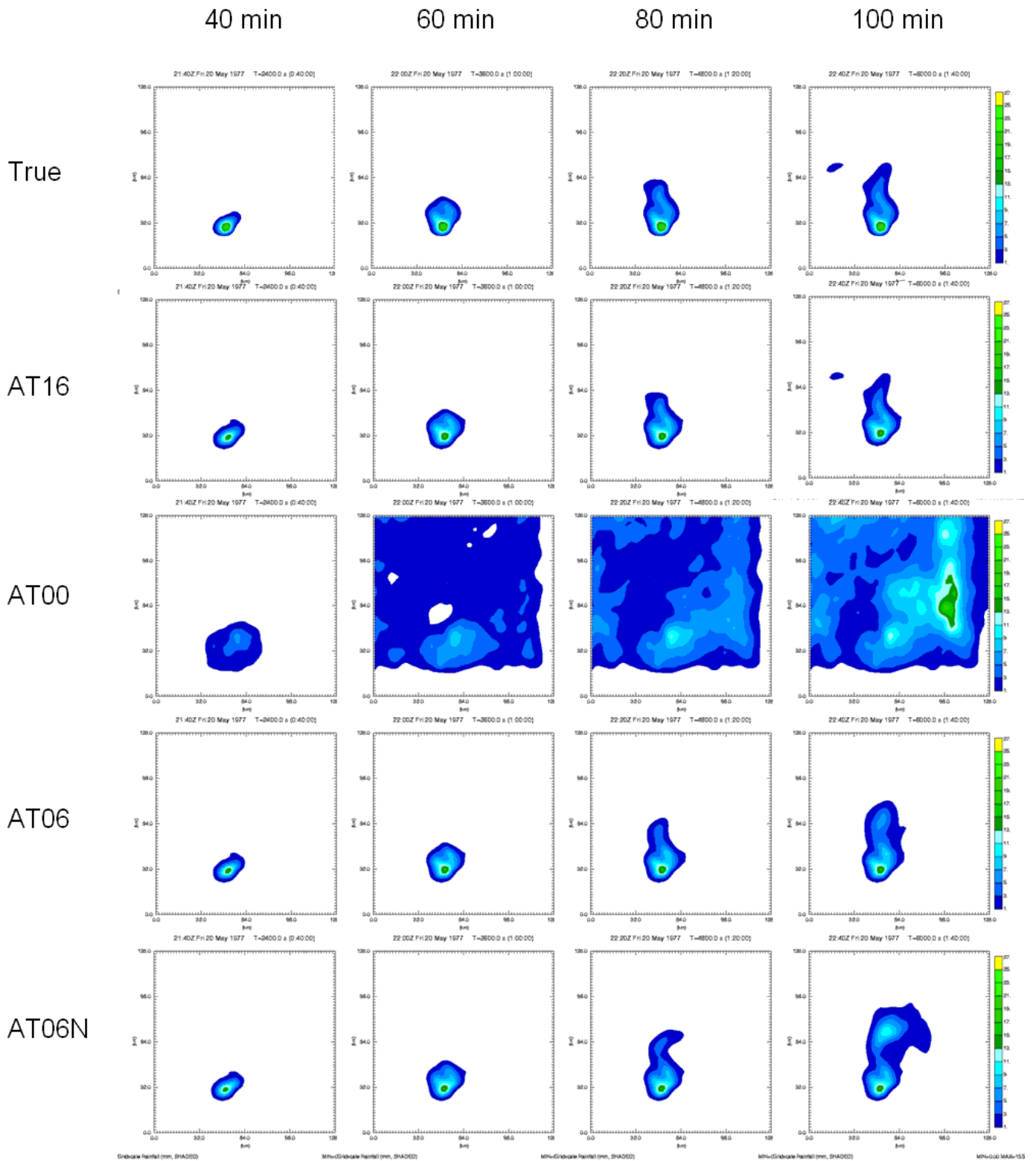


圖 4.4 實驗五：地面累積降雨量（追隨地勢）。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、AT16（同化 16 次）、AT00（完全不同化）、AT06（同化前 6 次）、AT06N（同化前 6 次，但回波對於非直接相關變數只同化第 4 ~ 6 次）。

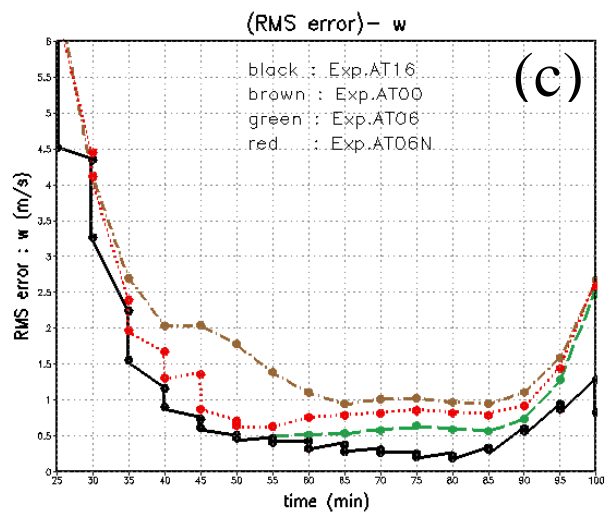
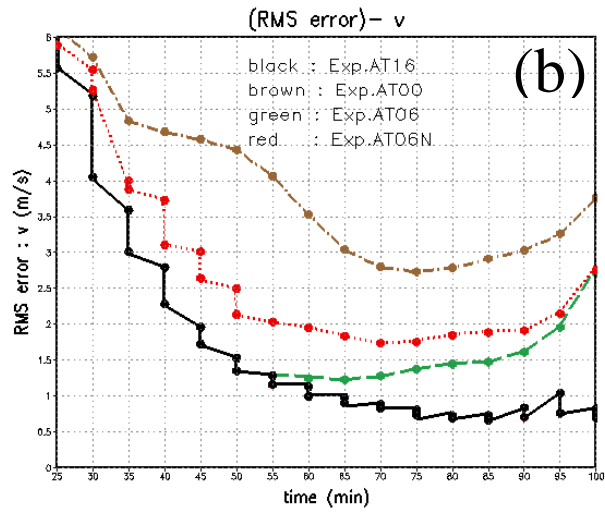
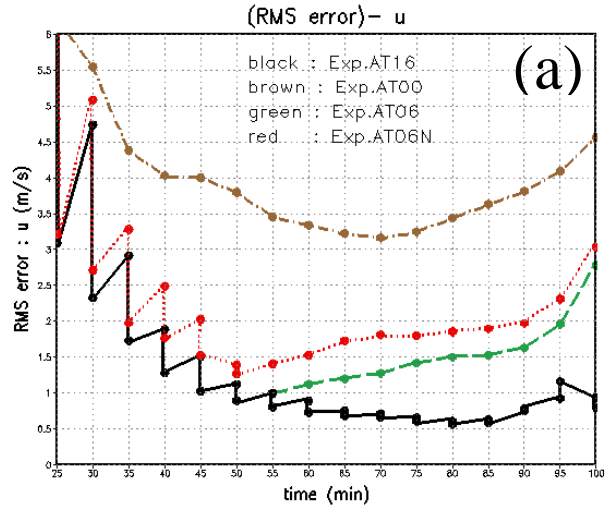


圖 4.5 實驗五：各種狀態變數的均方根誤差隨時間變化圖。  
 (a). 水平速度  $u$  ; (b). 水平速度  $v$  ; (c). 垂直速度 ( $w$ )



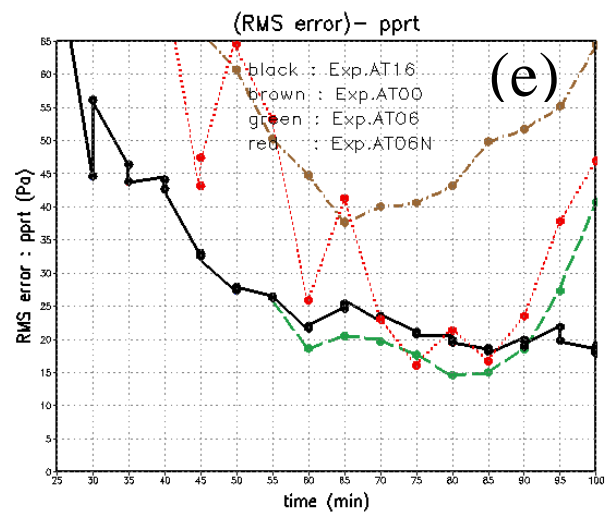
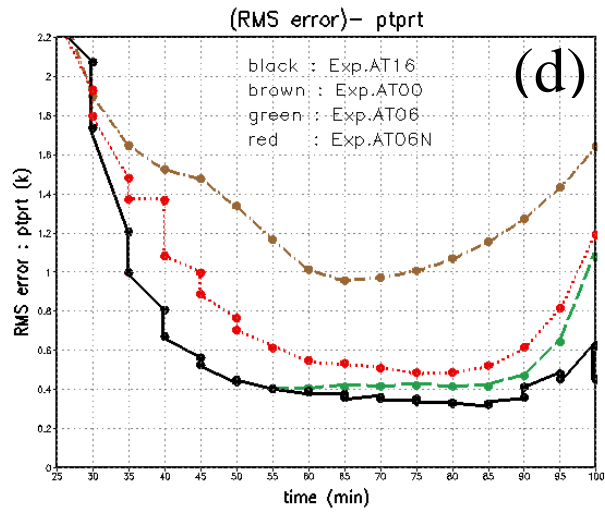


圖 4.5 (續) (d). 擾動位溫 (ptprt) ; (e). 擾動氣壓 (pprt)

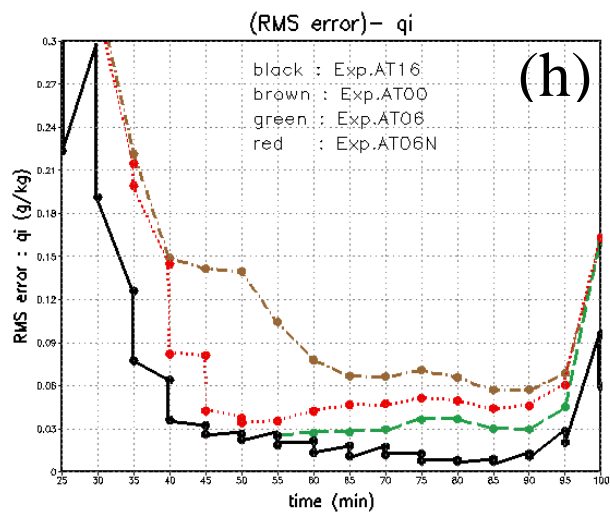
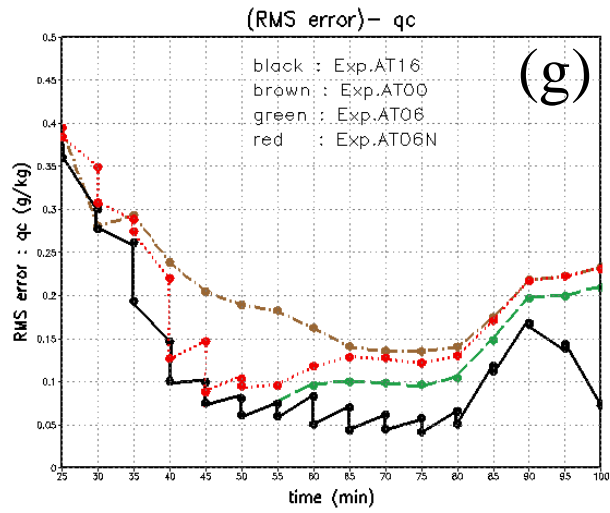
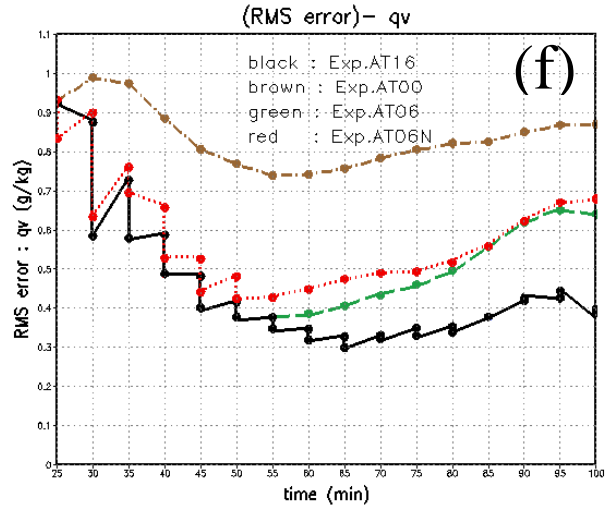


圖 4.5 (續) (f) . 水汽混合比 ( $q_v$ ) ; (g) . 雲水混合比 ( $q_c$ ) ;  
(h) . 雲冰混合比 ( $q_i$ )

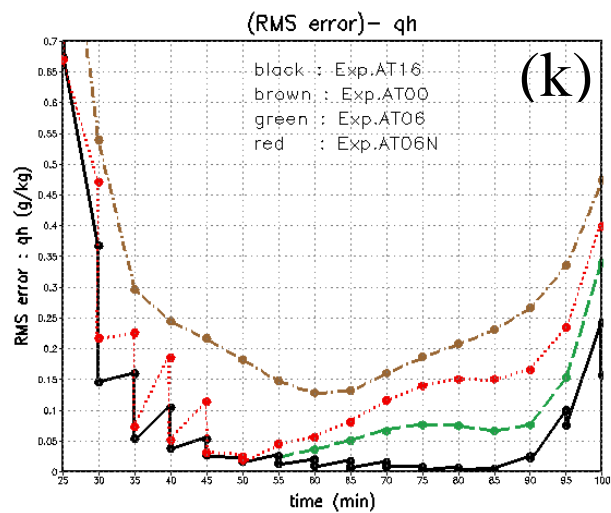
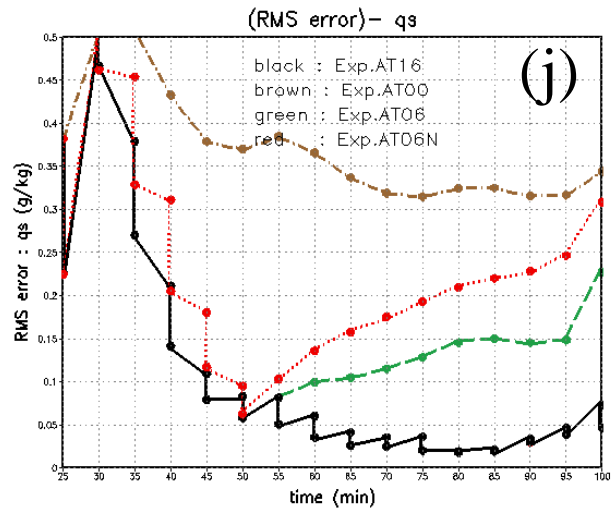
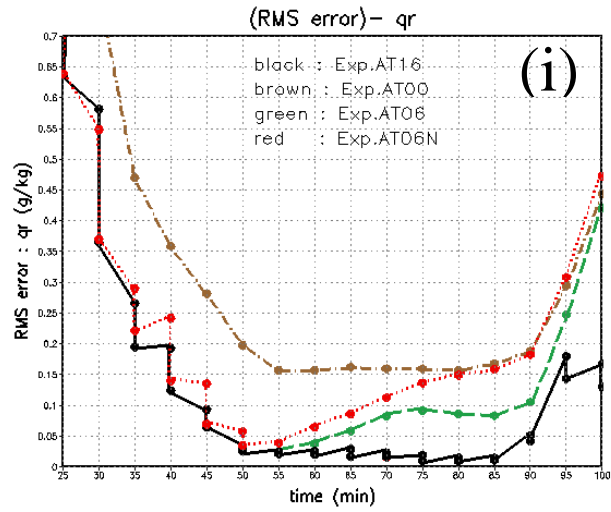


圖 4.5 (續) (i). 雨水混合比 ( $q_r$ ) ; (j). 雪混合比 ( $q_s$ ) ;  
(k). 冰雹混合比 ( $q_h$ )

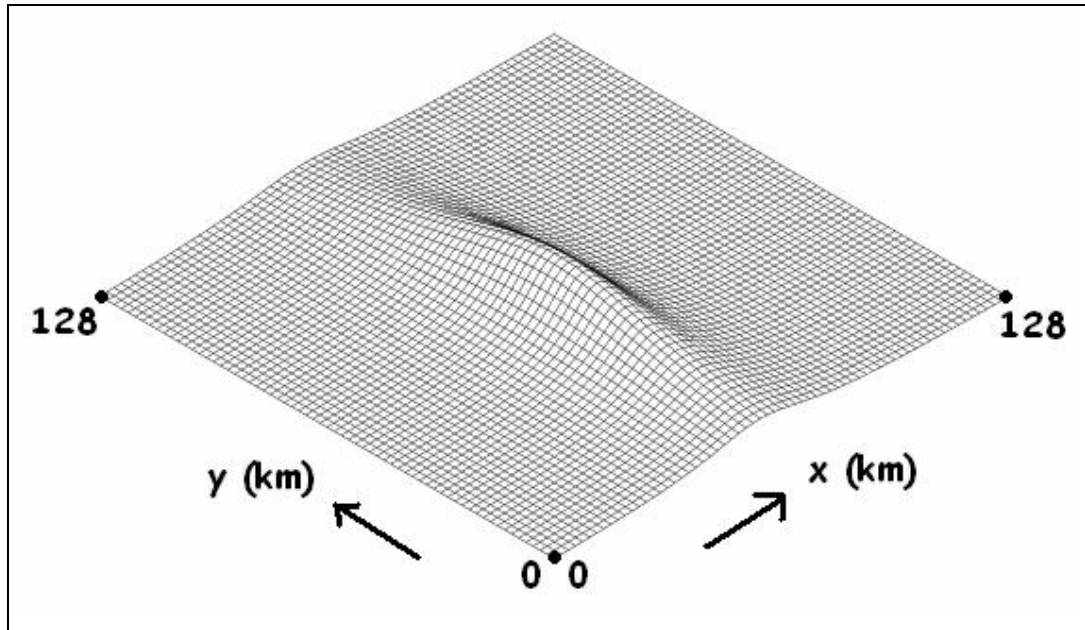


圖 4.6 實驗六：長條型山脈地形示意圖。山脈高度 3000 公尺。山中心點在(58, 57) 公里處，半山寬各為 (10, 40) 公里。

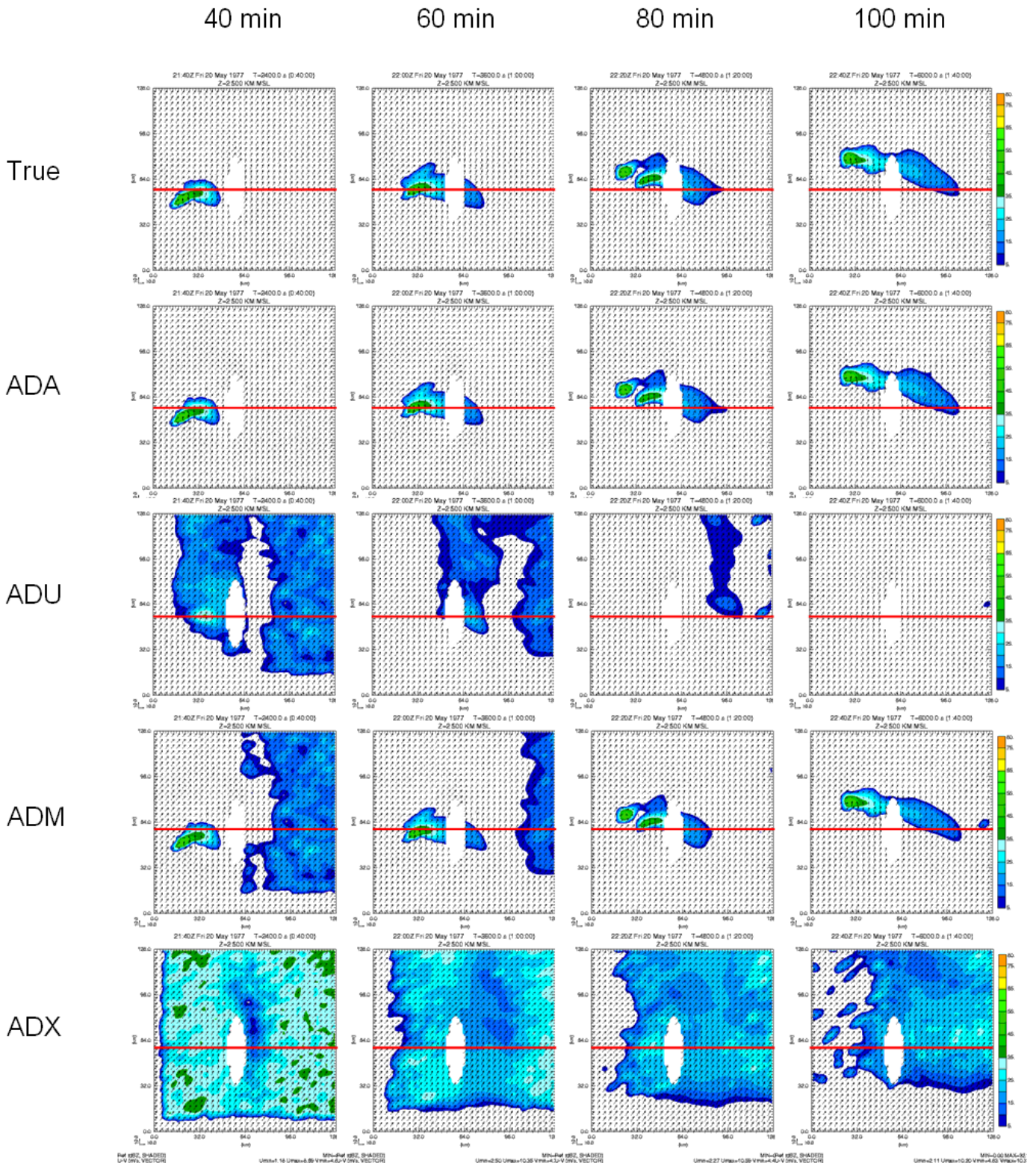


圖 4.7 實驗六：高度 2.5 公里的水平風場 (u、v) 與回波 (Z)。時間：第 40、60、80、100 分鐘。由上而下依序是真實情況、ADA (所有區域皆同化)、ADU (同化「全區域高度 3000 m 以上」)、ADM (同化「山前」和「山後高度 3000 m 以上」)、ADX (完全不同化)。圖中空白區域表示長條型山脈的位置。紅色直線表示將繪出此線的垂直剖面，如圖 4.8。



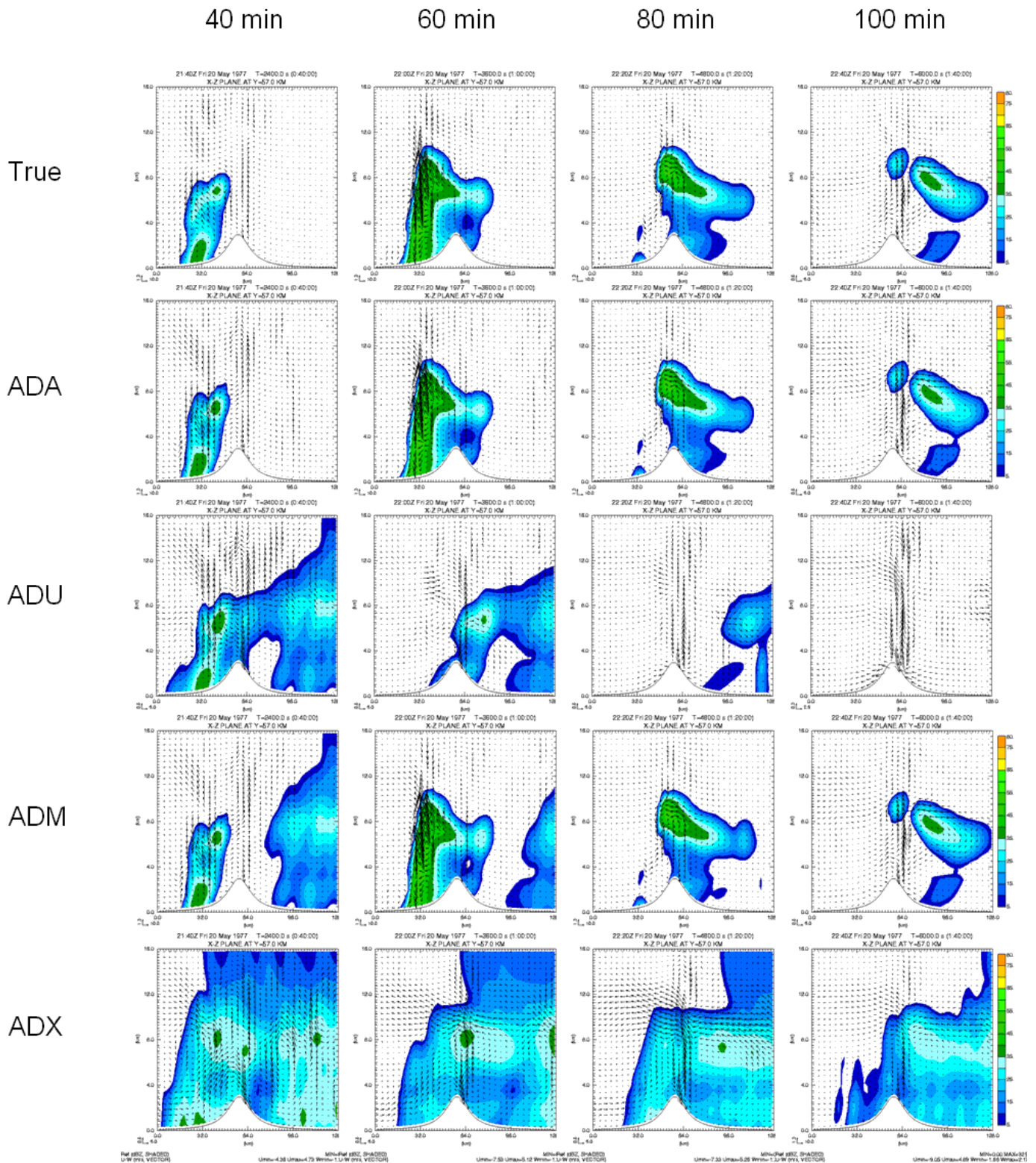


圖 4.8 實驗六： $y = 57$  公里處垂直剖面的擾動風場與回波。由上而下依序是真實情況、ADA（所有區域皆同化）、ADU（同化「全區域高度 3000 m 以上」）、ADM（同化「山前」和「山後高度 3000 m 以上」）、ADX（完全不同化）。時間：第 40、60、80、100 分鐘。

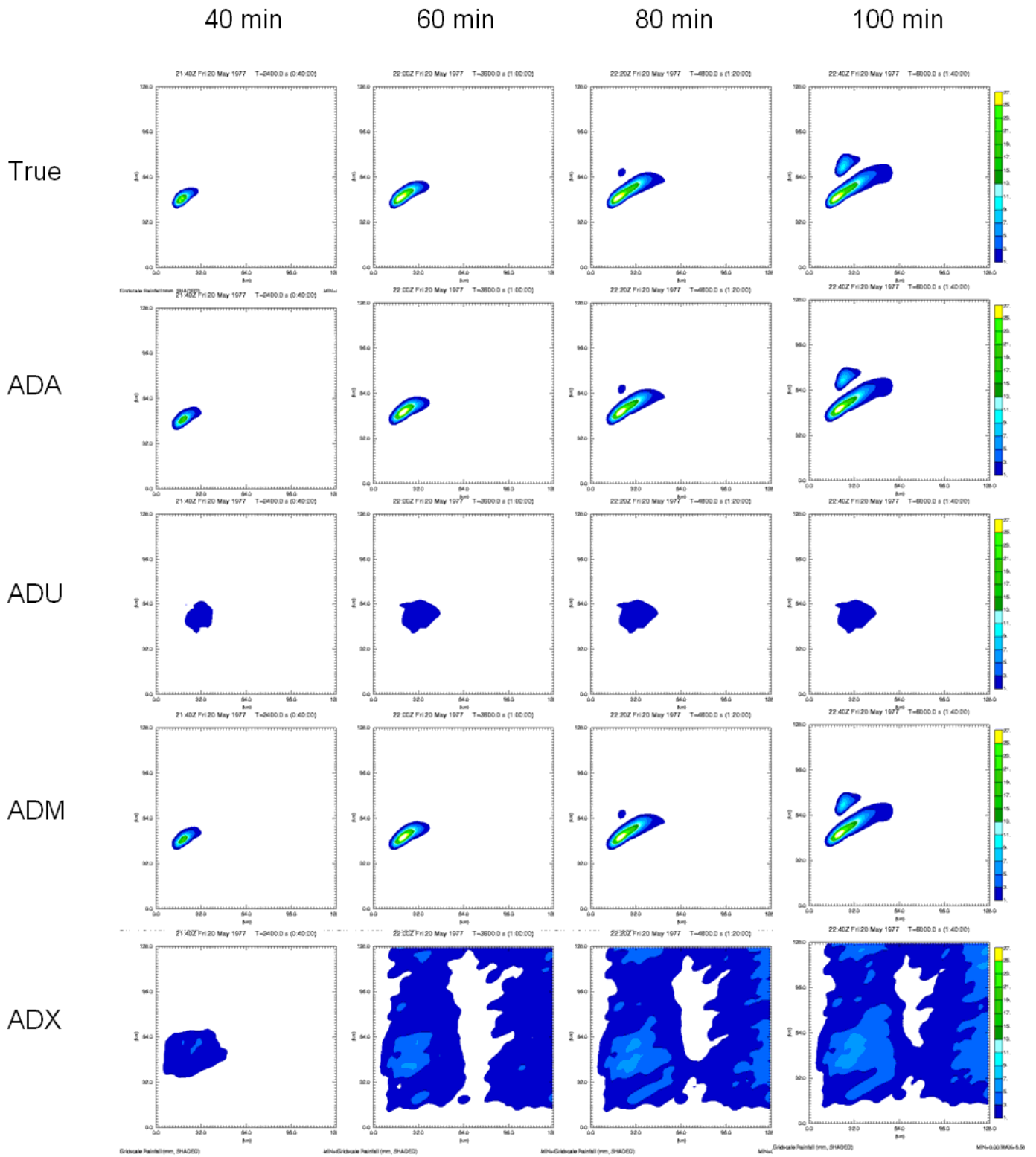


圖 4.9 實驗六：地面累積降雨量（追隨地勢）。由上而下依序是真實情況、ADA（所有區域皆同化）、ADU（同化「全區域高度 3000 m 以上」、ADM（同化「山前」和「山後高度 3000 m 以上」、ADX（完全不同化）。時間：第 40、60、80、100 分鐘。

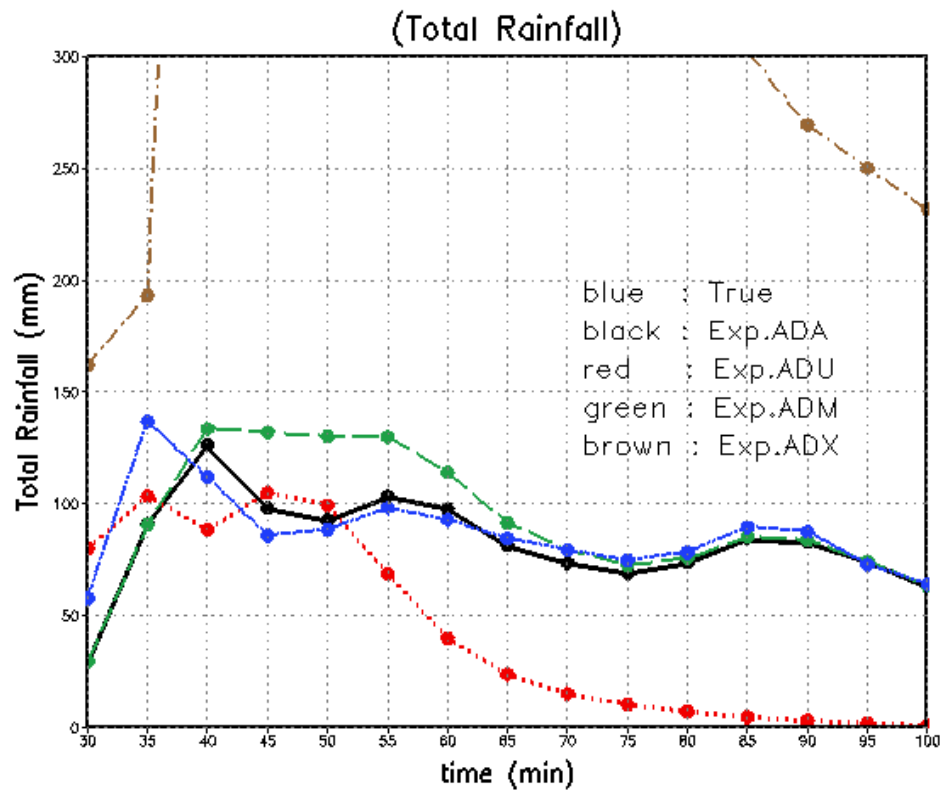


圖 4.10 實驗六：5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化。藍色短虛線為真實情況，黑色實線為實驗 ADA，紅色點線為實驗 ADU，綠色長虛線為實驗 ADM，棕色點虛線為實驗 ADX。



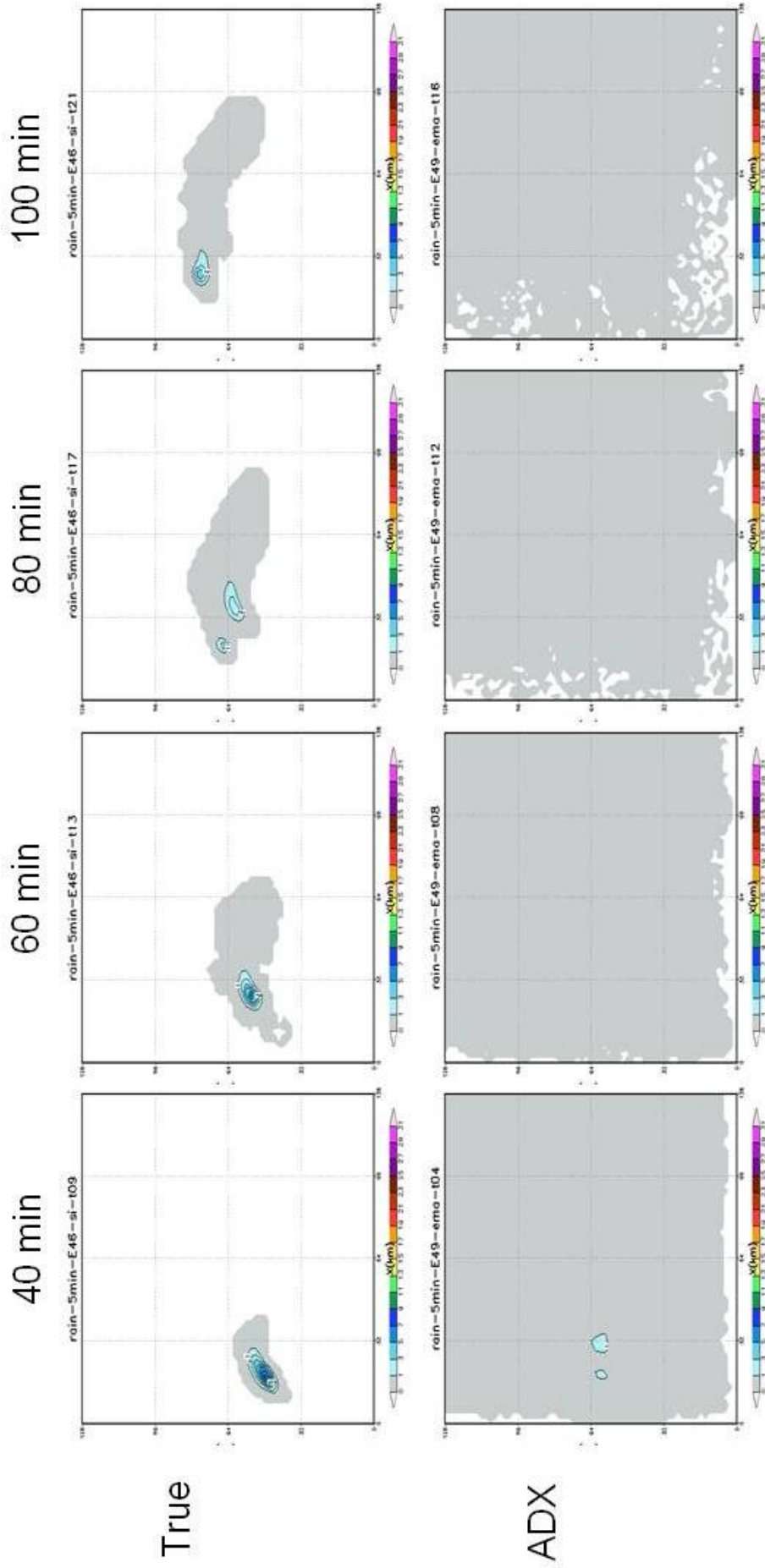


圖 4.11 實驗六：5 分鐘內地面累積降雨量分布圖。實驗代號 ADX（完全不同化）與真實情況比較。  
時間：第 40、60、80、100 分鐘。

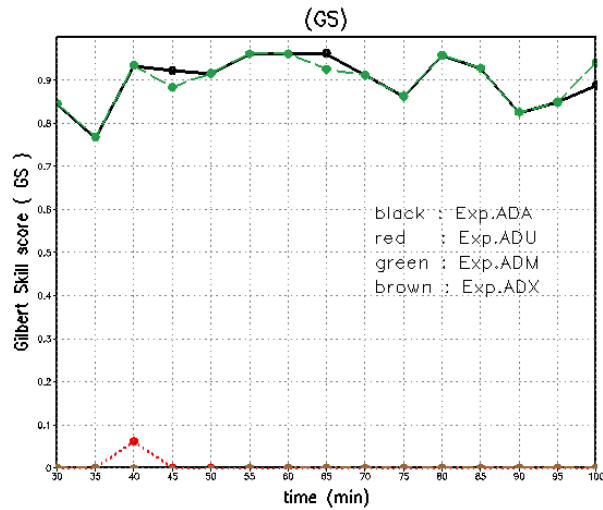


圖 4.12 實驗六：5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。黑色實線為實驗 ADA，紅色點線為實驗 ADU，綠色虛線為實驗 ADM，棕色點虛線為實驗 ADX。

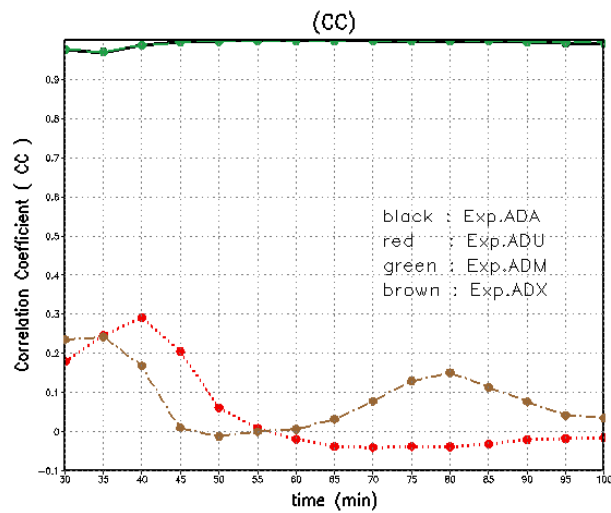


圖 4.13 實驗六：5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化。黑色實線為實驗 ADA，紅色點線為實驗 ADU，綠色虛線為實驗 ADM，棕色點虛線為實驗 ADX。

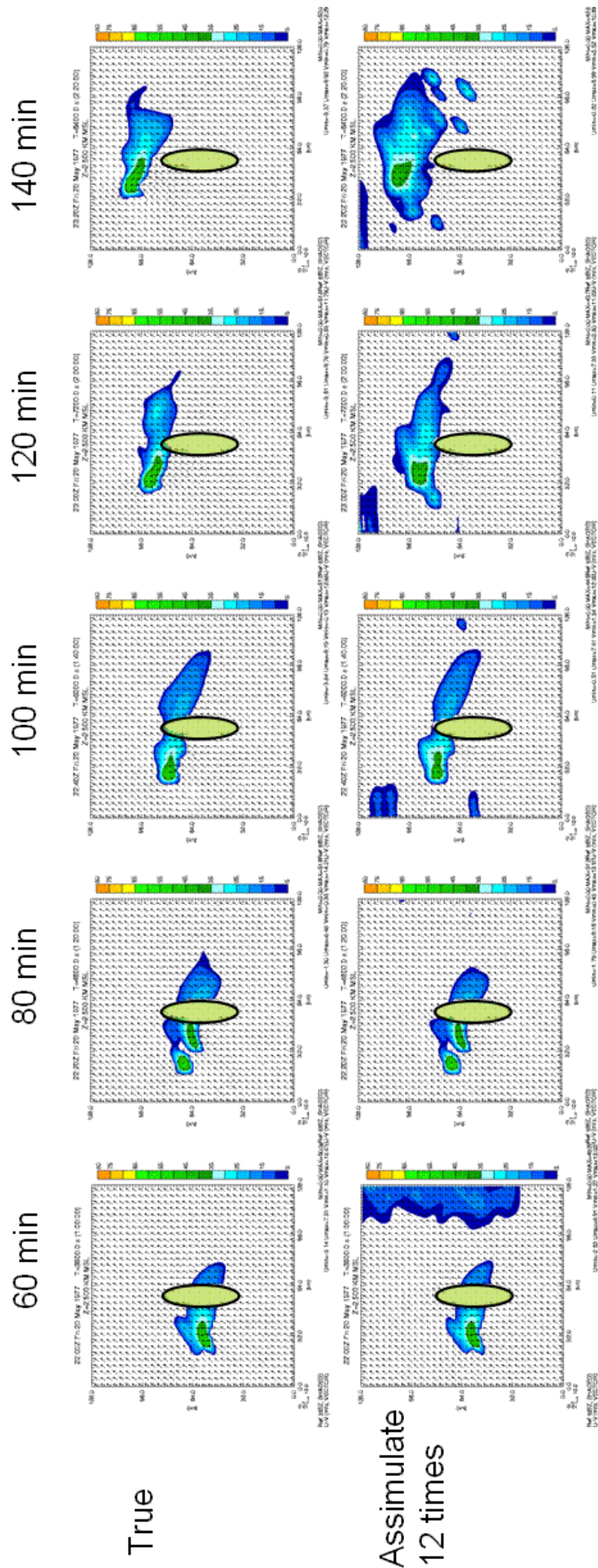


圖 4.14 實驗七：高度 2.5 公里的水平風場 ( $u, v$ ) 與回波 ( $Z$ )。由上而下依序是真實情況、同化 12 次後再做較長期系集預報的結果。時間：第 60、80、100、120、140 分鐘。

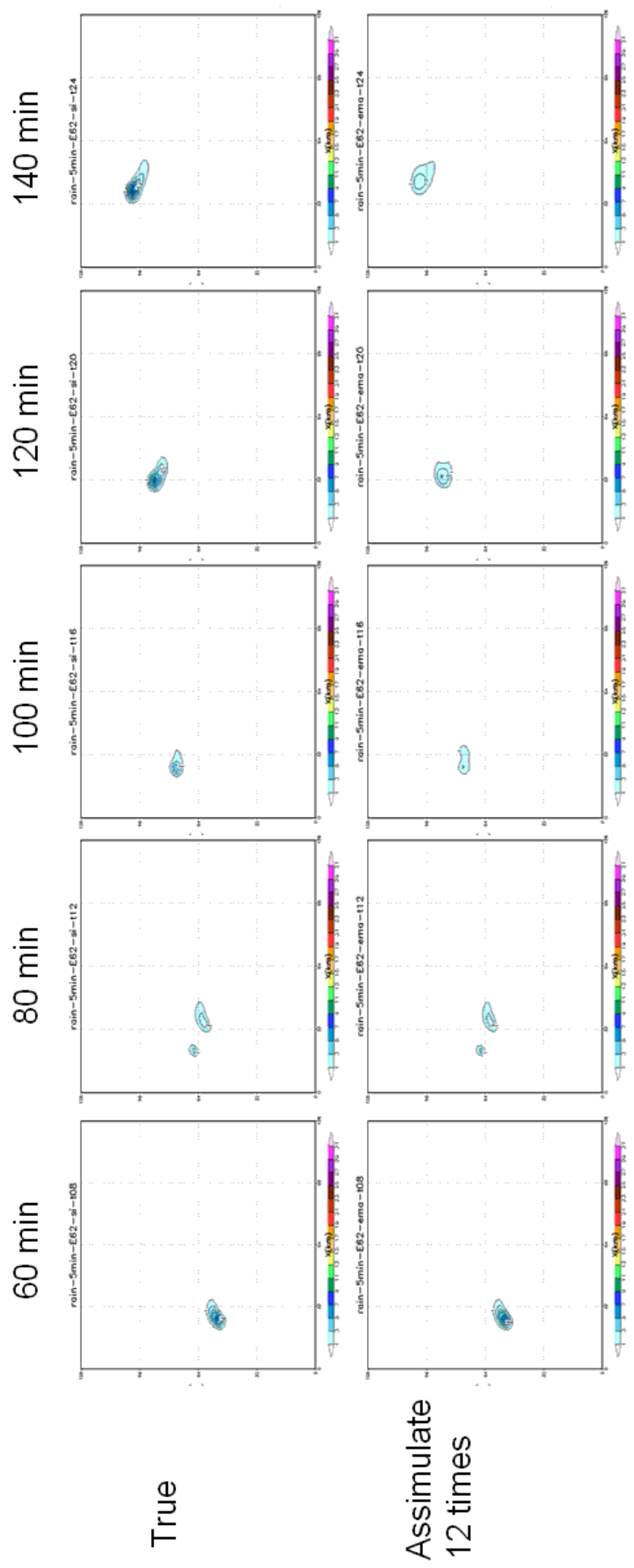


圖 4.15 實驗七：5 分鐘內地面累積降雨量分布圖。由上而下依序是真實情況、同化 12 次後再做較長期系集預報的結果。時間：第 60、80、100、120、140 分鐘。

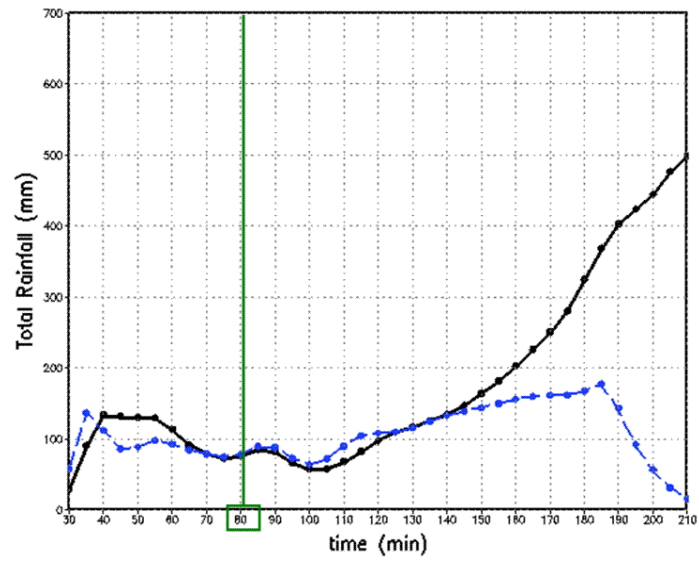


圖 4.16 實驗七：5 分鐘內總累積雨量隨時間的變化。圖中綠色直線表示第 80 分鐘後便不再同化，藍色虛線為虛擬真實大氣，黑色實線為同化 12 次的實驗。

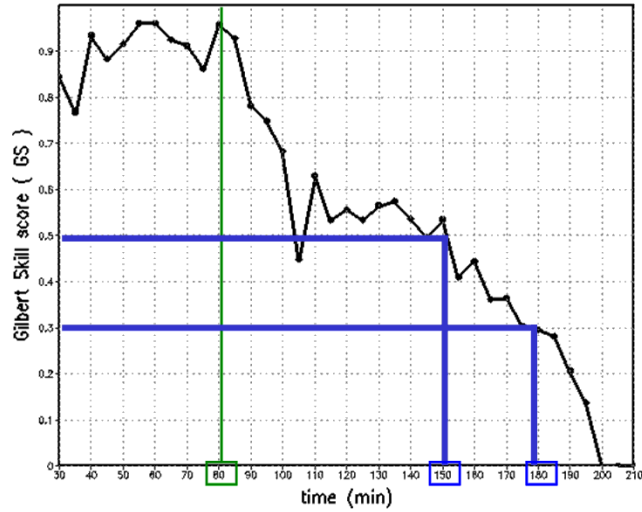


圖 4.17 實驗七：5 分鐘內累積雨量「GS 得分」隨時間的變化。綠色直線表示第 80 分鐘後便不再同化。藍色直線表示在第 150 分鐘內可維持 GS 得分有 0.5 以上，而第 180 分鐘內，還能維持 GS 得分在 0.3 以上。

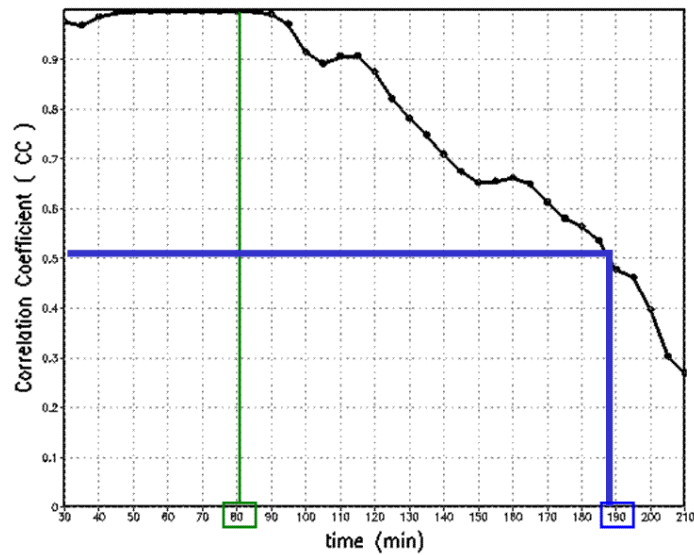


圖 4.18 實驗七：5 分鐘內累積雨量「相關係數」(CC) 隨時間的變化。綠色直線表示第 80 分鐘後便不再同化。藍色直線表示在第 190 分鐘還能維持相關係數在 0.5。

## 略語表

ARPS	Advanced Regional Prediction System
CASA	Center for Collaborative Adaptive Sensing of the Atmosphere
CAPS	Center for Analysis and Prediction of Storms
CC	correlation coefficient
CSI	critical success index
CST	Central Standard Time
EnKF	ensemble Kalman filter
EnSRF	ensemble square root filter
GS	Gilbert skill score
OSSE	Observation System Simulation Experiments
OU	University of Oklahoma
VDRAS	variational Doppler radar analysis system
WSR-88D	Weather Surveillance Radar 88 Doppler
3DVAR	three-dimensional variational method
4DVAR	four-dimensional variational method

## 主要符號表

### 拉丁字母

<b>A</b>	分析誤差協方差	$N_y$	矩陣列數
<b>B</b>	背景誤差協方差	<b>O</b>	量測誤差協方差
$dt$	體積掃描時間	$p$	氣壓
$H$	非線性觀測算子	$p'$	擾動氣壓
<b>H</b>	線性化觀測算子	<b>Q</b>	模式誤差協方差
<b>K</b>	增益矩陣	$q_c$	雲水混合比
$K$	系集成員數	$q_h$	冰電混合比
$K_i$	冰介電因子	$q_i$	雲冰混合比
$K_r$	水介電因子	$q_r$	雨水混合比
$M$	非線性預報算子	$q_s$	雪混合比
<b>M</b>	線性化預報算子	$q_v$	水汽混合比
$M$	系集數	<b>R</b>	觀測誤差協方差
$N_h$	冰電截點參數	$r$	觀測點與雷達距離
$N_r$	雨水截點參數	$T$	熱胞發展至暴風的時間
$N_s$	雪截點參數	$u$	$u$ 方向水平速度
$N_x$	矩陣行數	$v$	$v$ 方向水平速度



$V_r$	徑向風	$w$	垂直速度
$\mathbf{X}$	真實狀態變數	$\mathbf{y}$	可觀測量
$\mathbf{X}_a$	分析場狀態變數	$\mathbf{y}_o$	可觀測量的觀測值
$\mathbf{X}_b$	背景場狀態變數	$\mathbf{y}_{(k)}^o$	系集觀測值
$\mathbf{x}_n^a$	第 n 時刻分析場狀態變數	$\mathbf{y}_{(k)}^{o'}$	系集觀測值擾動項
$\mathbf{x}_n^f$	第 n 時刻預報場狀態變數	$Z$	回波
$\bar{\mathbf{x}}^a$	分析場狀態變數平均項	$Z_e$	相當回波因子
$\mathbf{x}_{(k)}^{a'}$	分析場狀態變數擾動項	$Z_{eh}$	冰雹回波因子
$\bar{\mathbf{x}}^f$	預報場狀態變數平均項	$Z_{er}$	降雨回波因子
$\mathbf{x}_{(k)}^{f'}$	預報場狀態變數擾動項	$Z_{es}$	雪回波因子

## 希臘字母

$\alpha$	增益矩陣修正因子	$\theta$	位溫
$\epsilon_F$	向前模式誤差	$\theta'$	擾動位溫
$\epsilon_a$	分析誤差	$\rho$	空氣密度
$\epsilon_b$	背景誤差	$\rho_h$	冰雹密度
$\epsilon_o$	量測誤差	$\rho_r$	雨水密度
$\epsilon_r$	觀測誤差	$\rho_s$	雪密度
$\eta$	模式誤差或系統噪聲		

## 上下標

$a$	分析場
$f$	預報場
$o$	觀測值
$n$	時間指標
$T$	矩陣轉置
$(k)$	系集成員