

國立中央大學

大氣物理研究所

博士論文

同化策略及冰相微物理

對四維變分都卜勒雷達分析系統(VDRAS)

於定量降雨預報之影響研究

研究生：張少凡

指導教授：廖宇慶 博士

中華民國 一〇二 年 六 月



# 國立中央大學圖書館 碩博士論文電子檔授權書

(101 年 9 月最新修正版)

本授權書授權本人撰寫之碩/博士學位論文全文電子檔(不包含紙本、詳備註 1 說明)，在「國立中央大學圖書館博碩士論文系統」。(以下請擇一勾選)

同意 (立即開放)

同意 (請於西元 \_\_\_\_\_年\_\_\_\_月\_\_\_\_日開放)

不同意，原因是：\_\_\_\_\_

在國家圖書館「臺灣博碩士論文知識加值系統」

同意 (立即開放)

同意 (請於西元 \_\_\_\_\_年\_\_\_\_月\_\_\_\_日開放)

不同意，原因是：\_\_\_\_\_

以非專屬、無償授權國立中央大學、台灣聯合大學系統圖書館與國家圖書館，基於推動「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、微縮、光碟及其它各種方法將上列論文收錄、重製、與利用，並得將數位化之上列論文與論文電子檔以上載網路方式，提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名：張如凡 學號：93641004

論文名稱：同化策略及冰相微物理對四維變分都卜勒雷達分析系統(VDRAS)於定量降雨預報之影響研究

指導教授姓名：廖宇慶 博士

系所：大氣物理研究所 博士班 碩士班

備註：

1. 本授權書之授權範圍僅限電子檔，紙本論文部分依著作權法第 15 條第 3 款之規定，採推定原則即預設同意圖書館得公開上架閱覽，如您有申請專利或投稿等考量，不同意紙本上架陳列，須另行加填聲明書，詳細說明與紙本聲明書請至 <http://thesis.lib.ncu.edu.tw/> 下載。
2. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
3. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
4. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應遵守著作權法規定。

國立中央大學博士班研究生

論文指導教授推薦書

大氣科學系大氣物理博士班 張少凡 研究生所  
提之論文 同化策略及冰相微物理對四維變分都卜勒  
雷達分析系統(VDRAS)於定量降雨預報之影響研究  
係由本人指導撰述，同意提付審查。

指導教授 廖宇慶 (簽章)

102年 7月 19日

國立中央大學博士班研究生  
論文口試委員審定書

大氣科學系大氣物理博士班 張少凡 研究生所  
提之論文 同化策略及冰相微物理對四維變分都卜勒  
雷達分析系統(VDRAS)於定量降雨預報之影響研究  
經本委員會審議，認定符合博士資格標準。

學位考試委員會召集人  
委員

簡芳菁  
廖宇慶  
洪景山  
陳文昇  
楊明仁  
黃清勇

中華民國 102 年 7 月 19 日

## 中文摘要

本篇論文第一部份是利用VDRAS的一系列OSSE實驗和真實個案模擬，來探討同化策略和微物理過程對都卜勒雷達資料同化於定量降雨預報的影響。OSSE實驗指出直接使用模式輸出且帶有錯誤天氣系統為背景場，VDRAS預報會受小尺度錯誤天氣資訊所影響，而產生不必要零星降雨。若使用平滑後的背景場則可去除小尺度錯誤訊息，以改善降雨預報。當低層無雷達觀測資料情況，在缺乏低層資料的區域，VDRAS反演出過強的下降運動和冷池。越多同化循環未必得到較佳的分析和預報。故當低層資料缺乏時，同化循環的數目須審慎選擇。OSSE實驗結果顯示兩個同化循環設計分析和預報上有相對較佳結果。微物理非線性特性隨預報時間的發展，對同化系統表現有明顯負面影響，會導引極小化過程往錯誤方向。其中回波有較徑向風顯的非線性特性。使用多個短循環的同化策略，可幫助同化系統的極小化演算法得到較佳的初始場和預報結果。真實個案方面，則是選擇2008 SoWMEX IOP#8期間的一個強降雨個案，以驗證OSSE的實驗結果。

第二部分則主要是改進VDRAS的微物理過程的研究。吾人在維持VDRAS原本的暖雨微物理架構下加入含雪和冰的冰相微物理過程。OSSE實驗結果顯示，若用原本只有暖雨過程的VDRAS同化回波，會造成分析場的雪水量嚴重被低估。有冰相過程的VDRAS同化雷達資料時，若利用探空的結冰高度用來界定被同化回波中雨和雪，則用兩個4Dvar同化循環設計較單一循環可得到較合理分析場結果。OSSE實驗和2008 SoWMEX IOP#8真實個案的降雨預報分布上，增加冰相微物理可改善VDRAS只有暖雨過程所造成降雨過強且集中現

象，使得降雨範圍較為廣。目前定量降水預報比較，冰相過程則對小雨的降雨有較明顯幫助。

## **Abstract**

A series of observation system simulation experiments (OSSEs) and real case study are conducted to investigate the application of the Doppler radar data assimilation technique for numerical model quantitative precipitation forecasts (QPF). A four-dimensional Variational Doppler Radar Analysis System (VDRAS) is adopted for all experiments. The first set of OSSEs demonstrates that when the background field contains the imperfect information predicted from a mesoscale model, the incorrect convective-scale perturbations in the background can result in spurious scattered precipitation. However, a smoothing procedure can be utilized to remove the fine structures from the primitive model output to avoid this over-prediction. Results from a second set of OSSEs indicate that the lack of low-elevation data due to beam blockage could significantly alter the retrieved low-level thermal and dynamical structures when different number of data assimilation cycles is applied. These impacts could lower the rainfall forecast capability of the model. The third set of OSSEs shows that, when the rainwater is assimilated over a long assimilation window, the nonlinearity embedded in the microphysical process could lead the minimization algorithm to a wrong direction, causing a further degradation of the rainfall prediction. However, using multiple short assimilation cycles produces better minimization and forecast results than those obtained with a single long cycle. A real case experiment based on data collected during Intensive Operation Period (IOP) #8 of the 2008 Southwest Monsoon Experiment (SoWMEX) is conducted to provide a verification of the conclusions obtained from OSSEs under a realistic

framework. The microphysics scheme of VDRAS is extended from warm rain process to cold rain process. It is found that the retrieved water content would be underestimated if all radar reflectivities are assumed to be in the form of warm rain. This underestimation can be improved when the cold rain process is implemented into VDRAS. The VDRAS with ice physics can provide better rainfall forecast.



# 目錄

中文摘要 .....	i
Abstract .....	iii
目錄 .....	v
圖表說明 .....	vii
第一章 緒論....	1
1-1 研究動機.....	1
1-2 文獻回顧 .....	1
1-3 研究目的.....	3
第二章 研究方法.....	5
2-1 變分都卜勒雷達分析系統(VDRAS).....	5
2-1-1 雲模式 .....	5
2-1-2 價值函數 .....	7
2-1-3 伴隨模式 .....	9
2-2 驗證參數 .....	10
第三章 同化策略實驗設計與結果.....	12
3-1 觀測模擬實驗(OSSE) .....	12
3-1-1 Natural run.....	12
3-1-2 單點測試實驗.....	13

3-1-3 錯誤背景場.....	13
3-1-4 缺乏低層雷達資料.....	16
3-1-5 微物理非線性特性.....	18
3-2 微物理非線性特性—真實個案研究2008 SoWMEX IOP#8..	20
第四章 冰相微物理實驗設計與結果.....	24
4-1 冰相微物理參數化.....	24
4-2 切線線性模式驗證.....	25
4-3 實驗結果.....	26
4-3-1 冰相對模擬颱風線的影響.....	26
4-3-2 OSSE同化分析結果.....	27
4-3-3 OSSE和真實個案降雨預報表現.....	30
第五章 總結與未來展望 .....	31
5.1 總結.....	31
5.2 未來展望 .....	32
參考文獻.....	33
附圖.....	39
附表 .....	80

## 圖表說明

圖 1、Natural run 模擬之雨水混合比( $\text{g kg}^{-1}$ )在高度 250 公尺(模式最底層)的水平剖面圖，模擬時間分別: (a) 9300 秒，(b)10800 秒。間隔九公里的箭頭表示風場，兩個虛擬雷達 radar1 和 radar2 的位置標示在(a)。

圖 2、實驗 SOB1 同化過程完成後，分析場在高度 3750 公尺的水平分布圖: (a)雨水混和比(色階，單位: $\text{g kg}^{-1}$ )和水平風場(箭頭); (b)等值線是幅合幅散(間隔為 0.3，單位: $10^3 \text{s}^{-1}$ )，箭頭是水平風增量( $\text{ms}^{-1}$ ); (c)垂直速度(單位: $\text{ms}^{-1}$ ) ; (d)溫度擾動( $^{\circ}\text{C}$ )。

圖 3、同圖 2，但為實驗 SOB2。

圖 4、實驗 BGR1, BGR1SM, BGR2 和 BGR2SM 的 VDRAS 同化循環和預報示意圖。各 4DVar 同化循環的起始時間被標註在示意圖上方，數字是以 natural run 的模擬時間來表示。實線向下箭頭表示取自 natural run 的虛擬雷達資料，共有六筆同化時間 T1~T6 (9300 秒 ~ 10800 秒，間隔 300 秒)，且各同化時間均同時包含 radar1 和 radar2 的徑向風和回波。

圖 5、在高度 250 公尺，模擬時間 9300 秒的水平分布圖:(a)(b)雨水混合比( $\text{g kg}^{-1}$ )，間隔九公里的箭頭表示風場，(c)(d)風場 u 分量，等值線間隔  $0.5 \text{ m s}^{-1}$ ，(e)(f)經 Barnes 客觀分析法平滑後的風場 u 分量，等值線間隔  $0.5 \text{ m s}^{-1}$ 。左圖均代表模擬 R1，右圖則均是 R2。

圖 6、每五分鐘累積雨量的 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為  $[1.25\text{mm} (5 \text{ min})^{-1}]$ 。實驗分別: (a)BGR1 和 BGR1SM，(b)BGR2 和 BGR2SM。

圖 7、(a)Natural run 從模擬時間 10800 秒開始累積三小時的降雨(單位:

mm)分布，(b)(c)(d)(e)分別代表實驗 BGR1、BGR1SM、BGR2 和 BGR2SM 累積三小時的預報降雨(單位: mm)分布。

圖 8、VDRAS 同化循環和預報示意圖，分別代表實驗(a)(b)2CYC 和 2CYCE3; (b) 1CYC 和 1CYCE3; (c) 3CYC，3CYCE3 和 3CYC\_2E3。在這些實驗中，第一個循環的背景場和初始猜值均是由 natural run 的初始探空所提供。

圖 9、Natural run 在模擬時間 9300 秒，延 X = 174 公里的雨水混和比 ( $\text{g kg}^{-1}$ )垂直分布圖。實線和虛線分別是代表 radar1 和 radar2 三度仰角電磁波束掃過此剖面的高度。此仰角高度有考慮地球曲率。

圖 10、(a)natural run 在模擬時間 T=9300 秒，沿颶線(Y 方向)平均的雨水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )垂直剖面圖。(b)同(a)，但在 radar1 和 radar2 觀測  $3^\circ$  仰角高度以上的雨水混和比才納入計算。

圖 11、色階和等值線分別是沿颶線(Y 方向)平均的溫度擾動( $^\circ\text{C}$ )和風場垂直速度(等值線間隔 2.5, 1.5, 0.5, -0.2, -0.6, -1.0  $\text{m s}^{-1}$ )。(a)Natural run 在模擬時間 10800 秒。(b)實驗 1CYC、(c)2CYC、(d)3CYC、(e)1CYCE3、(f)2CYCE3、(g)3CYCE3 和(h)3CYC\_2E3 在同化過程結束時間的分析場。

圖 12、七個實驗(標註在 X 軸)相較於 natural run 的溫度擾動均方根誤差(RMSE) ( $^\circ\text{C}$ )。此計算範圍限制於冷池區域，其回波大於 0 dBZ 及高度低於 3250 公尺。

圖 13、實驗 2CYC、1CYCE3、2CYCE3、3CYCE3 和 3CYC\_2E3 的每五分鐘累積雨量 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為 [ $1.25\text{mm (5 min)}^{-1}$ ]。

圖 14、摘自 Fabry and Sun (2010, Figure 1)的模式軌跡示意圖。

圖 15、實驗 L5V\_5Z, L5V\_3Z and L5V\_3ZL 的 VDRAS 同化循環和預報示意圖。20 分鐘長 4DVar 同化循環開始於 natural run 模擬時間  $T=9300$  秒，該時間與實驗 2CYC 的時間  $T_2$  相同。虛線向下箭頭表示該時間只同化徑向風，不同化回波。

圖 16、實驗 2CYC (—), L5V\_5Z (---), L5V\_3Z(—●—) and L5V\_3ZL (—■—). 在完成極小化疊代過程後，計算各實驗對 radar1 各筆觀測資料(V1-V6)的雨水混和比價值函數(公式 19 的雨水混和比項)。實心圓點●和方塊■分別代表實驗 L5V\_3Z and L5V\_3ZL 未同化該筆回波資料，仍計算雨水混和比的價值函數，代表該時間的模式誤差。 $T_1$ - $T_6$  代表同化時間，從  $T=9300$  秒至 10800 秒，間隔 300 秒。

圖 17、同圖 16，但縱軸表示徑向風價值函數值(公式 19 的徑向風項)，且各圖示表示實驗 2CYC (—), L5V\_5Z (---), L3V\_5Z(—●—, ●) 和 L3VL\_5ZL (—■—, ■)。

圖 18、實驗 2CYC, L5V\_5Z, L5V\_3Z 和 L5V\_3ZL 的歸一化(Normalized)總價值函數(公式 19 的 J)。

圖 19、實驗 2CYC、L5V\_5Z、L5V\_3Z 和 L5V\_3ZL 的每五分鐘累積雨量 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為 $[1.25\text{mm} (5 \text{ min})^{-1}]$ 。

圖 20、2008 年 6 月 14 日 1200UTC 之(a)地面、(b)850hPa、(c)500 hPa 和(d)200 hPa 天氣分析圖。

圖 21、2008 年 6 月 14 日(a)0957 UTC 和(b)1457 UTC 的色調強化紅外線衛星雲圖。

圖 22、實驗 R2CYC、RL5V\_5Z 和 RL5V\_3Z 的同化循環和預報示意圖，上方數字代表同化窗區時間(UTC)，向下箭頭表示雷達 RCCG 和 RCKT 觀測資料，間隔 7.5 分鐘。

圖 23、2008 年 6 月 14 日七股(RCCG)和墾丁(RCKT)雷達合成最大回波圖，時間分別為(a)1202 UTC；(b)1402 UTC。陰影為回波值，單位為 dbz。

圖 24、SoWMEX IOP #8 個案的各資料來源相關位置及模擬區域圖。  
▲代表雷達，×代表地面測站，■代表探空站，·則是 ECMWF 再分析場資料。灰色色階代表地形高度(公尺)。此圖區域亦是代表 VDRAS 的實驗區域。

圖 25、兩小時累積雨量分布圖(單位為 mm)，(a)自動雨量站觀測，(b)(c)(d)分別為實驗 R2CYC，RL5V\_5Z 和 RL5V\_3Z 預報。

圖 26、實驗 R2CYC、RL5V\_5Z 和 RL5V\_3Z，針對不同門檻值的預報兩小時累積降雨(a)ETS 和(b)RMSE 分數比較圖。

圖 27、函數  $\Phi$  對變數  $\alpha$  的折線圖。

圖 28、natural\_run\_warm 所模擬之底層雨水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )水平分布圖，高度 250 公尺。模擬時間分別在(a)10800 秒，(b)14400 秒，(c)18000 秒，和(d)21600 秒。間隔九公里的箭頭表示風場。

圖 29、同圖 21，但為 natural\_run\_ice。

圖 30、(a)natural\_run\_warm 在模擬時間 10800 秒，沿颶線(Y 方向)平均的雨水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )垂直分布，(b) natural\_run\_ice 同時間的雨水和雪水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )分布圖。

圖 31、在模擬時間 10800 秒，沿颶線(Y 方向)平均的溫度擾動( $^{\circ}\text{C}$ )(色階)和垂直速度(等值線)垂直分布(等值線間隔 3, 1.5, 0.2, -0.2, -0.6, -1.0  $\text{m s}^{-1}$ )，(a) natural\_run\_warm，(b) natural\_run\_ice。

圖 32、(a) natural\_run\_ice 沿 X=150 公里的雨水與雪水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )垂直分布(色階)，實線表示結冰高度，(b) 由圖(a) 雨水與雪水

混和比所計算得到的虛擬回波值(dBZ)。時間是在 10800 秒。

圖 33、實驗(a) ICE\_1C，(b)ICE\_2C，(c)ICE\_2CNT 中由回波所計算，被用於同化(公式 19 的  $q_r$  項)的雨水與雪水混和比( $g\ kg^{-1}$ ) 垂直分布。虛線代表個實驗雨水和雪水分界。(d)實驗 WARM\_2C 只有暖雨過程，所以無分界。剖面位置是沿  $X=150$  公里，時間是  $t=10800$  秒。

圖 34、沿  $X=150$  公里，時間是  $t=10800$  秒的反演雨水和雪水混和比( $g\ kg^{-1}$ )垂直分析場。實驗(a) ICE\_1C，(b)ICE\_2C，(c)ICE\_2CNT，(d) WARM\_2C。

圖 35、(a)natural\_run\_ie 沿  $X=150$  公里，時間是  $t=10800$  秒的溫度擾動 ( $^{\circ}C$ )垂直分布。實驗(b) ICE\_1C，(c)ICE\_2C，(d)ICE\_2CNT，(e) WARM\_2C 的  $t=10800$  秒溫度擾動 ( $^{\circ}C$ )分析場。

圖 36、實驗 ICE\_1C、ICE\_2C、ICE\_2CNT 和 WARM\_2C 相較於 natural run 的整個模擬區域溫度擾動均方根誤差 RMSE ( $^{\circ}C$ )。

圖 37、實驗 ICE\_1C、ICE\_2C、ICE\_2CNT 和 WARM\_2C 的每五分鐘累積雨量 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為 $[1.25mm\ (5\ min)^{-1}]$ 。

圖 38、(a)Natural\_ru\_ice 從模擬時間 10800 秒開始累積三小時的降雨分布，(b)(c)(d)(e)分別代表實驗 ICE\_1C、ICE\_2C、ICE\_2CNT 和 WARM\_2C 累積三小時的預報降雨分布。

圖 39、實驗 R\_ICE\_2C、R\_WARM\_2C 的同化循環和預報示意圖，上方數字代表同化窗區時間(UTC)，向下箭頭表示雷達 RCCG 和 RCKT 觀測資料，間隔 7.5 分鐘。

圖 40、兩小時累積雨量分布圖(單位為 mm)，(a)自動雨量站觀測，(b)(c)

分別為實驗 R\_ICE\_2C 和 R\_WARM\_2C 預報。

圖 41、實驗 R\_ICE\_2C、R\_WARM\_2C，針對不同門檻值的預報兩小時累積降雨的(a)ETS 和(b)RMSE 分數比較圖。

表1、同化策略實驗列表

表2、冰相微物理實驗列



# 第一章 緒論

## 1-1 研究動機

從過去二三十年至今，藉由同化觀測資料提供數值天氣預報模式較佳初始場，進而減少模式起轉(spin up)時間和改善預報精準度，一直在數值天氣預報模式發展上受到關注研究。尤其是對中小尺度天氣系統，模式初始場對實際天氣描述的準確性，仍無法完整的掌控。天氣雷達資料可提供高時間和空間解析度的觀測資料，因此適合中小對流尺度的天氣系統研究。過去已有許多學者發展許多方法同化雷達資料，證實可改善對流尺度的數值天氣預報模式表現。

台灣經常遭受颱風、梅雨鋒面、旺盛西南氣流以及午後對流所帶來致災性的強對流降雨，進而在陡峭的地形引發水災與土石流，造成生命及財產損失。且根據中央氣象局的資料顯示，台灣年平均雨量約2500公釐，因此利用雷達資料同化技術來改善短期定量降水預報(Quantitative Precipitation Forecast, QPF)，在防災工作上是一個重要課題。

## 1-2 文獻回顧

Gal-Chen (1978)首次利用雷達反演的三維風場推導出熱動力場(溫度和壓力)。而後續有多位學者基於這概念，利用雷達資料反演出的資料改善模式初始化的過程(Lin et al. 1993; Crook 1994; Crook and Tuttle 1994; Weygandt et al. 2002; Zhao et al. 2006)。

近年來，變分學被廣泛地運用在研究上和作業上的資料同化技術。多位學者利用三維變分(3DVar)技術同化都卜勒雷達資料於劇烈天氣的研究(Xiao et al., 2005; Hu et al., 2006a,b; Xiao and Sun, 2007; Chung et al., 2009)。

四維變分法(4DVar)則是較為複雜同化技術，其考慮模式預報軌跡在同化窗區的變化。目前利用4DVar技術同化雷達資料的系統包含:由美國國家大氣研究中心(National Center for Atmospheric Research, NCAR)所發展的變分雷達分析系統 (Variational Doppler Radar Analysis System, VDRAS; Sun and Crook, 1997)和天氣研究與預報模式(Weather Research and Forecasting modeling, WRF)的四維變分同化系統(WRF 4DVar; Sun and Wang, 2012; Wang *et al.*, 2013)，以及日本氣象廳的四維變分同化系統(Japan Meteorological Agency's 4DVar ; Takuya *et al.*, 2011)。

系集卡爾曼濾波技術(Ensemble Kalman Filter, EnKF)也被應用於同化都卜勒和雙偏極化雷達資料(Snyder and Zhang, 2003; Tong and Xue, 2005; Xue *et al.*, 2006; Jung *et al.*, 2008a,b)，其特點是可利用系集預報的誤差統計提供動態協方差(flow-dependent covariance)。有學者進一步發展混和(hybrid)技術結合EnKF和3DVar方法同化雷達資料(Li *et al.*, 2012; Pan *et al.*, 2012)。

本篇研究所使用的變分雷達分析系統(VDRAS)是基於4DVar技術的雷達資料同化系統。VDRAS可同化單一至多部都卜勒雷達徑向風和回波資料，進而得到雷達無法觀測的三維風場，熱動力場和微物理場。此系統VDRAS曾應用於同化雷達和地面觀測網資料，提供低層風場和溫度的即時(real time)分析(如: Sun and Crook, 2001)。VDRAS也被應用於對流尺度的真實個案分析和短期定量降雨預報研究 (Sun, 2005; Sun and Zhang, 2008)。其也參與2000年澳洲雪梨和2008年北京奧運天氣預報計畫 (Sydney 2000 and Beijing 2008 Forecast Demonstration Project; Crook and Sun, 2002; Sun *et al.*, 2010)。

Tai *et al.* (2011)則首次使用VDRAS於台灣個案研究，然而VDRAS的座標系統是卡氏座標，無法處理台灣多山地形。所以該研究是將VDRAS同化

作業用雷達資料後的分析場做為WRF模式的初始場，利用WRF模式可以處理地形的能力，模擬2008 SoWMEX的個案。其研究顯示VDRAS和WRF模式結合的定量降雨預報結果比單獨VDRAS或WRF預報佳。

### 1-3 研究目的

本篇研究主要目的是以VDRAS的一系列觀測模擬實驗(OSSE)和真實個案模擬，來探討同化策略及冰相微物理對雷達同化資料技術於定量降水預報的影響。其中同化策略方面包含三項:錯誤背景場、缺乏低層雷達資料以及雷達回波的微物理非線性特性。

VDRAS需要中尺度背景場以彌補無雷達資料的區域。在台灣周圍是海，無地面設站或探空觀測資料，而中尺度數值預報模式的預報輸出，可做為背景場來源的選擇之一。但模式預報可能與真實天氣系統有所差異，故本文將討論背景場有錯誤的天氣系統對VDRAS降雨預報的影響，並嘗試提出改善方法。PPI(Plan Position Indicator)掃描策略會使得離雷達較遠處的低層無觀測資料，而另外台灣的多山地形，雷達電磁波也會有阻擋的問題，使得山區內降雨系統無法被完整觀測。故了解VDRAS在雷達因PPI掃描或阻擋效應，使得缺乏低層觀測資料下，對其降雨預報表現的影響。第三個同化策略主題是探討當利用不同同化窗區長度來同化回波時，雷達回波的明顯非線性特性如何使VDRAS產生不同的同化結果和預報，進而得到較適當的同化週期。希望透過以上這些討論，能因應不同狀況調整雷達資料同化策略。

VDRAS的微物理過程原本只有暖雲過程，Wu et. al (2000)曾嘗試加入軟雹(冰雹)的預報方程於VDRAS，但該研究並未有預報結果。故參考Dudhia(1989)和Hong et.al.(2004)較精簡的微物理參數化法，加入冰相微物理過程於VDRAS，以改善其微物理過程，並探討冰相微物理對雷達資料同化

和降雨預報之影響。

本研究共分為五個章節，第一章為緒論，內容包含前言、文獻回顧以及研究目的。第二章為研究方法，其中包含VDRAS的介紹，以及實驗驗證參數的描述。第三章為有關同化策略的OSSE實驗和真實個案研究。第四章則描述冰相微物理過程，並以OSSE實驗和真實個案來展示其對VDRAS同化和降雨預報影響。本文真實個案是選用2008年西南氣流實驗(Southwest Monsoon Experiment, SoWMEX)的第八次密集觀測期(Intensive Observation Period, IOP #8)來驗證OSSE實驗的降雨預報結果。最後第五章為結論與未來展望。

## 第二章 研究方法

### 2-1 變分都卜勒雷達分析系統(VDRAS)

VDRAS設計目的是利用4DVar技術同化高解析度都卜勒雷達資料，其包含四個主要部分：資料讀取、資料預先處理、4DVar資料同化以及模式輸出展示。其不僅使用雷達觀測資料，也匯集其他觀測資料如：探空、剖風儀、地面測站和再分析資料以得到最佳分析場，詳細描述請參考Sun and Zhang (2008) 和 Sun et al.(2010)。VDRAS的核心過程是4DVar雷達資料同化系統，其包含雲尺度數值模式、伴隨模式、價值函數和極小化演算法。本節就雲模式、伴隨模式和價值函數作介紹。

#### 2-1-1 雲模式

VDRAS預報模式是具有Kessler-type暖雨微物理參數化(Kessler, 1969)的雲模式。其座標為卡氏座標，並使用開放式邊界條件。六個預報變數包含：三個風場速度分量 $(u, v, w)$ ，液態水位溫 $(\theta_l)$ ，雨水混和比 $(q_r)$ 和總液態水混和比 $(q_t)$ 。總液態水混和比 $(q_t)$ 是雨水、雲水 $(q_c)$ 和水氣 $(q_v)$ 混和比的總和。三個動量方程如下：

$$\frac{d\bar{\rho}u}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \nabla^2 \bar{\rho}u \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{\rho}v}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \nabla^2 \bar{\rho}v \quad (2)$$

$$\frac{d\bar{\rho}w}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial z} + g\bar{\rho}\left(\frac{T'}{T} + 0.61q'_v - q_c - q_r\right) + \nu \nabla^2 \bar{\rho}w \quad (3)$$

其中 $T$ 、 $\rho$ 和 $p$ 分別為溫度、空氣密度、壓力， $\nu$ 為渦流黏滯性。 $\bar{\rho}$ 是空氣密度水平平均場。 $p'$ 和 $T'$ 代表壓力和溫度的擾動量。 $p'$ 則是由包桑方程

(Poisson Equation) 解出：

$$\nabla^2 p' = -\nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \nabla \bar{\rho} \mathbf{v}) + g \bar{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{T'}{T} + 0.61 q'_v - q_c - q_r \right) \quad (4)$$

，此模式為不可壓縮，所以必須滿足質量連續方程：

$$\frac{\partial \bar{\rho} u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho} w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

液態水位溫( $\theta_l$ )的熱力預報方程 (Tripoli and Cotton, 1981) 為：

$$\frac{d \bar{\rho} \theta_l}{dt} = -\frac{\bar{\rho}}{c_p T} \frac{\theta_l^2}{\theta} \left( L_v \frac{dV_{Tm} q_r}{dz} \right) + \kappa \nabla^2 \bar{\rho} \theta_l \quad (6)$$

，其中  $V_{Tm}$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) 為雨水終端落速、 $\kappa$  為擴散係數、蒸發潛熱  $L_v = 2.5 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ 。因為液態水位溫在凝結與蒸發作用下為一守恆量，故可以下式表示：

$$\theta_l = \theta \left( 1 - \frac{L_v}{c_p T} (q_c + q_r) \right) \quad (7)$$

，而雨水終端落速  $V_{Tm}$ ，可寫成下式：

$$V_{Tm} = 5.4 (p_0 / \bar{p})^{0.4} (\rho q_r)^{0.125}, \quad (8)$$

$\bar{p}$  是基本態(base-state)氣壓， $p_0$  是地表氣壓， $q_r$  單位是  $\text{g kg}^{-1}$ ， $\rho$  ( $\text{kg m}^{-3}$ ) 是空氣密度。

總液態水混和比( $q_t$ )預報方程及定義如下：

$$\frac{d \bar{\rho} q_t}{dt} = \bar{\rho} \left( \frac{dV_{Tm} q_r}{dz} \right) + \kappa \nabla^2 \bar{\rho} q_t \quad (9)$$

$$q_t = \begin{cases} q_c + q_{vs} + q_r, & \text{if } (q_v \geq q_{vs}) \\ q_v + q_r, & \text{if } (q_v < q_{vs}) \end{cases} \quad (10)$$

，其中  $q_{vs}$  是水相飽和蒸汽壓。利用  $q_t$  當預報變數，可減少模式微物理變數

$(q_v, q_c)$  預報方程。

雨水混和比( $q_r$ )的預報方程如下:

$$\frac{d\bar{\rho}q_r}{dt} = R_{pra} + R_{prc} + R_{pre} + \bar{\rho} \left( \frac{dV_{Tm}q_r}{dz} \right) + \kappa \nabla^2 \bar{\rho} q_r \quad (11)$$

$R_{pra}$  表示雲水間碰撞所造成雲水變成雨水的自動轉換(autoconversion)過程、 $R_{prc}$  表示造成雲水和雨水間的撞併 (accretion) 過程、 $R_{pre}$  則代表在未飽和空氣中雨滴蒸發的蒸發率，方程式分別如下:

$$R_{pra} = \begin{cases} \alpha(q_c - q_{crit}), & \text{for } q_c > q_{crit} \\ 0, & \text{for } q_c < q_{crit} \end{cases} \quad (12)$$

$$R_{pre} = \beta(q_v - q_{vs})(\rho q_r)^{0.65} \quad (13)$$

$$R_{prc} = \gamma q_c q_r^{7/8} \quad (14)$$

，其中參數根據Kessler(1969)分別設定為  $\alpha = 0.001 \text{ s}^{-1}$ ， $q_{crit} = 1.5 \text{ g kg}^{-1}$ ， $\beta = 0.0486 \text{ s}^{-1}$ 。  $\gamma$  則參照Miller and Pearce(1974)設為  $0.002 \text{ s}^{-1}$ 。

溫度( $T$ )和雲水混合比( $q_c$ )是由公式15~17經多次疊代診斷出來:

$$T = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p} \theta_t \left( 1 + \frac{L_v}{c_p} (q_c + q_r) \right) \quad (15)$$

$$q_c = \begin{cases} (q_t - q_{vs} - q_r), & \text{if } (q_v \geq q_{vs}) \\ 0, & \text{if } (q_v < q_{vs}) \end{cases} \quad (16)$$

$$q_{vs} = \frac{3.8}{p} \exp \left( 17.27 \frac{T - 273.16}{T - 35.86} \right) \quad (17)$$

## 2-1-2 價值函數

VDRAS所利用的4DVar技術可將預報方程當約束條件去極小化價值函

數，同化資料都卜勒雷達觀測資料，以得到最佳初始場。價值函數( $J$ )一般可寫成：

$$\begin{aligned}
 J &= J_0 + J_b + J_p \\
 J_b &= (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_b) \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_b) \\
 J_o &= \sum_{\sigma,t,i} (H\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i^0) \mathbf{R}_i^{-1} (H\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i^0)
 \end{aligned} \tag{18}$$

$J_b$  代表背景項， $J_o$  是觀測項， $J_p$  則是空間或時間平滑約束條件。 $\mathbf{x}$  是模式預報變數， $\mathbf{x}_0$  則表示在同化窗區初始時間的模式預報變數， $\mathbf{x}_b$  是背景場變數， $\mathbf{y}^0$  代表觀測變數。下標  $\sigma$  和  $t$  代表空間和時間， $i$  代表觀測資料順序。 $\mathbf{B}$  意指背景誤差協方差矩陣， $\mathbf{R}$  為觀測誤差協方差矩陣， $H$  代表觀測運算元。

VDRAS 的主要觀測資料為雷達徑向風與回波，故其價值函數可將公式 18 改寫成：

$$\begin{aligned}
 J &= (\mathbf{x}_o - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x}_o - \mathbf{x}_b) + \sum_{\sigma,t,i} [\eta_v (V_{r,i} - V_{r,i}^o)^2 \\
 &\quad + \eta_q (q_r - q_{r,i}^o)^2] + J_p + J_{mb}
 \end{aligned} \tag{19}$$

，VDRAS 的  $\mathbf{x}_b$  是指來自前一個循環(cycle)預報的背景場。下標  $i$  代表不同雷達， $\eta_v$  和  $\eta_q$  分別徑向風和雨水混和比的觀測誤差方差(observational error variance)倒數。 $V_r$  和  $V_r^o$  分別是模式和觀測產生的徑向風。模式風場( $u, v, w$ )可透過下列方程計算成徑向風  $V_r$ ：

$$V_r = \frac{x - x_r}{r} u + \frac{y - y_r}{r} v + \frac{z - z_r}{r} (w - V_{tm}) \tag{20}$$

( $x, y, z$ ) 是模式格點位置，( $x_r, y_r, z_r$ ) 是雷達位置， $r$  是雷達至格點距離。 $q_r$  和  $q_r^o$  則分別是模式和觀測的雨水混合比， $q_r^o$  則可由觀測回波  $Z$ (dBZ) 經下式估計



(Sun and Crook ,1997):

$$q_r = \frac{1}{\rho} 10^{[(Z-43.1)/17.5]} \quad (21)$$

，此Z- $q_r$ 關係式是基於Marshall–Palmer型式雨滴粒徑分布所計算。 $J_p$ 表示的空間或時間平滑約束條件，在Sun and Crook(2001)描述完整的方程式。 $J_{mb}$ 是中尺度背景場(mesoscale background)，補足無雷達資料的區域，其可包含探空、剖風儀、地面測站等in situ觀測、模式或分析場資料，再以客觀分析方法而建構成(Sun and Zhang , 2008)。

### 2-1-3 伴隨模式

由於4DVAR方法在數學上十分嚴謹，必須對數值模式的預報部份撰寫相對應的伴隨模式(adjoint model)。

若將雲模式以下面向量形式表示：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} &= F(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (22)$$

向量 $\mathbf{x}$ 是表示模式的六個預報變數 $u$ 、 $v$ 、 $w$ 、 $\theta_l$ 、 $q_r$ 和 $q_t$ 。若將預報方程(公式22)的模式預報變數 $\mathbf{x}$ 加一個擾動量 $\delta\mathbf{x}$ 並線性化如下:

$$\frac{\partial(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x})}{\partial t} = F(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) = F(\mathbf{x}) + \frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}} \delta\mathbf{x} \quad (23)$$

，可進一步得到下式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\delta\mathbf{x})}{\partial t} &= G \delta\mathbf{x} \\ G &= \frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}} \end{aligned} \quad (24)$$

G稱為切線線性模式(Tangent Linear Model, TLM)，而TLM是伴隨模式的主

要項。VDRAS的TLM並無經過簡略，而是直接將模式預報方程經過線性化而得到。

在四維變分法的伴隨模式可經推導寫成下列通式：

$$\frac{-\partial P}{\partial t} = G^T P + WH^T (Hx - y^0) \quad (25)$$

，其中 $P$ 為伴隨變數，左邊第二項為公式18觀測項所產生強迫(force)項。上標 $T$ 代表矩陣轉置， $W$ 是權重係數。將伴隨變數 $P$ 在同化窗區最末端時間( $t_n$ )設為 $P(t_n)=0$ ，並讓隨伴隨模式的向後積分，得到伴隨變數在同化窗區初始時間的值 $P(t_0)$ ，在四維變分法理論，此 $P(t_0)$ 即價值函數對模式初始狀態變數的梯度：

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}_0} = P(t_0) \quad (26)$$

利用此梯度配合極小化演算法疊代，可極小化價值函數。最後可求出一組在物理與數學上互相一致的最佳初始條件，這組初始條件會使得模式的預報與觀測之間的誤差，經時間與空間的累積後為最小。

## 2-2 驗證參數

為瞭解本篇實驗對於定量降雨預報的表現，主要是利用VDRAS預報的累積降雨來評估各實驗的表現，在模式最底層(250 m)的瞬時降雨率 $R(\text{m s}^{-1})$ 為下式：

$$R = \frac{q_r V_{Tm} \rho_a}{\rho_w}, \quad (27)$$

此公式中 $q_r$ 單位是 $\text{kg kg}^{-1}$ ， $\rho_w$  ( $\text{kg m}^{-3}$ )是水密度， $V_{Tm}$  ( $\text{m s}^{-1}$ )是雨水終端落速(公式8)。若換算成每個時步 $\Delta T$ 的累積降雨量 $P(\text{mm})$ ，其換算公式如下：

$$P = R \times 1000 \times \Delta T. \quad (28)$$

比較各實驗的預報累積降雨表現是利用指標ETS (equitanle threat score)，曾被學者Schaefer(1990)和Rogers等人(1996)的研究介紹。ETS常被利用評估QPF表現，其定義如下：

$$ETS = \frac{H - R}{F + O - H - R}, \quad (29)$$

H 是預報與觀測皆有降雨的格點數，F是預報有降雨的格點數，O是觀測有降雨的格點數，R為隨機可正確預報降水的格點數，其定義如下：

$$R = \frac{F \times O}{N}, \quad (30)$$

N為整個驗證比較區域的格點數，而以上定義預報或觀測有降雨的格點是指降雨高於某個所設定的門檻值。ETS若是等於1，即表示預報是完美命中觀測。

前述的門檻值，在本研究是參考中央氣象局所定義的大雨標準，其是指24小時累積雨量達50毫米以上，且其中至少有1小時雨量達15毫米以上之降雨現象。若將1小時累積15毫米的雨量換算每5分鐘累積雨量是1.25毫米，故本文後續評估各OSSE實驗的累積降雨預報表現，將是用每5分鐘1.25毫米為門檻值計算ETS隨預報時間的變化。

另外還有利用均方根誤差(Root Mean Square Error, RMSE)來比較實驗表現，其定義如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (X_p - X_o)^2}{N}}, \quad (31)$$

下標p代表實驗反演或預報，o代表觀測。N則是格點數目。

以上所述各參數的觀測值，若在後續OSSE實驗探討均是指natural run的模擬結果。

## 第三章 同化策略實驗設計與結果

### 3-1 觀測模擬實驗(OSSE)

#### 3-1-1 Natural run

本章OSSE實驗的natural run是利用VDRAS的雲模式模擬一個飆線系統。模式模擬和同化區域相同，格點數為 $110 \times 110 \times 30$ ，水平格點距離是3公里，垂直格點距離是500公尺，最底層高度是250公尺。模式積分時步為5秒。

溫度，壓力和水氣的初始探空資料則是參考Weisman and Klemp (1982)，其可提供適合對流產生的環境場。初始熱胞方程式是參考Klemp and Wilhelmson (1978)，熱胞是呈南北帶狀排列，熱胞中心最大額外(excess)位溫是2.0 K並帶有0.1 K的擾動位溫。初始雨水混和比和垂直速度均設為零。初始風切是surface-based (Weisman and Rotunno, 2004)，風切是 $15 \text{ m s}^{-1}$ ，風切變化是設定從0 km至3 km線性變化。在地表高度0公里的風場 $u$ 分量是 $-10 \text{ m s}^{-1}$ ，所以在從高度3公里處開始往上的風場 $u$ 分量固定是 $5 \text{ m s}^{-1}$ 。風場 $v$ 分量均設是零。圖1a是顯示natural run在模擬時間9300秒的底層雨水混和比的水平剖面，此時飆線系統是成長期，至模擬時間10800秒(圖1b)獨立對流胞已結合成明顯線狀對流。

實驗中有兩個虛擬雷達:radar1和radar2，位置分別設置在模擬區域(118.5 km, 238.5 km)和(253.5 km, 133.5 km)，如圖1a所示。雷達掃描範圍是設定250公里。兩個雷達距離170公里，放在飆線系統的東西兩側，在這個範圍之內飆線系統可以完整地被兩個雷達觀測。此兩個雷達的距離參考中央氣象局S-band都卜勒雷達的平均距離(~166公里)所設定。模式模擬的 $(u, v, w)$ 和 $q_r$ ，經徑向風 $V_r$ 方程式(公式20)和 $Z-q_r$ 關係式(公式21)計算虛擬雷達

資料。在掃描範圍內的每個格點均有虛擬回波值，而徑向風在回波Z大於0 dBZ的格點才有觀測值。

### 3-1-2 單點測試實驗

為了解VDRAS同化回波和徑向風後，對各變數間的影響，故在本小節設計兩個單點測試實驗SOB1和SOB2(如表1)，單一4DVar同化循環是5分鐘窗區。背景場來自natural run的初始探空和風場，所以在背景場為無天氣系統。所選擇用來做單點測試的觀測點位於natural run的X=180公里，Y=156公里和Z=3750公尺。同化時間則是natural run模擬時間T=10800秒，在同化窗區的最後時間。其觀測資料假設來自於radar1，而回波值是59.6dBZ，若用Z- $q_r$ 關係式(公式21)換算成雨水混和比為10.7 g kg<sup>-1</sup>。徑向風則是-3.3 ms<sup>-1</sup>。實驗 SOB1中只同化回波，而圖2是在高度Z=3750公尺，同化過程完成的分析場。在圖2a中的分析場的確有反映同化回波所得到雨水混和比，但其值大約1.6g kg<sup>-1</sup>，小於觀測值，這是因為只有單點觀測，系統無法發展完整。而其分布是南北對稱，但有受背景場西風影響而向東擴散。圖2b的幅合幅散場和水平風增量顯示，在單點觀測中心有明顯的幅合，對應到圖2c的中心明顯垂直上升速度。圖2d則顯示單點觀測中心潛熱釋放所產生暖區，其分布均是南北對稱。

實驗SOB2則同化回波和徑向風，在圖3各分析場可發現，各變數不再南北對稱，這是因為同化徑向風使得分析場在單點觀測附近產生水平東南風增量(圖3b)，中心最大約-2.5ms<sup>-1</sup>。符合位於圖3區域西北方向radar1在單點觀測中心有負的徑向風(指向radar1的風)的假設。相較圖2的南北對稱，圖3各個變數分布有多了偏東南-西北方向分布，使顯示同化徑向風的影響。

### 3-1-3 錯誤背景場

本小節設計四個實驗 BGR1、BGR1SM、BGR2和BR2SM(如表1)，探討若使用含有錯誤模擬天氣系統的背景場對於預報的影響，及可能的改善方法。

四個實驗有相同的4DVar同化循環和預報設計如圖4，但在第一個循環的起始時間(cold start)，有不同的背景場和初始猜值。VDRAS的各同化循環的初始猜值，除了雨水混和比是由雷達回波所估計，其他均和背景場相同。這可使雨水混和比有較好的初始估計值，並消除背景場中錯誤天氣系統的雨水混和比分布。整個同化過程包含二個十分鐘的4DVar 同化循環，每個4DVar 循環包含三筆同化時間，間隔五分鐘。同化過程的開始時間是相對於natural run的模擬時間 $T=9300s$ 。每個同化時間，均同化由natural run所計算得到的徑向風和回波，radar1和raadar2的資料同時被同化。第一筆雷達和最後一筆雷達分別的同化時間是每個同化循環的開始和結束時間，在二個同化循環中間有一個五分鐘的短預報來提供第二個循環的背景場和初始猜值。Sun and Zhang (2008)指出，此利用短預報當作後續循環的背景場可得到較好分析場。同化結束後，接續三小時預報。如沒有特別說明，這個設計是預設的OSSE同化和預報設計。

前述四個實驗的背景場來自於二個模擬R1和R2的模式輸出。模擬R1和R2基本設定均和natural run相同，但初始熱胞設定不同，以產生不同對流系統。R1和R2的初始熱胞中心最大額外位溫均設定為1.8K，比natural run低0.2K。R1的初始熱胞中心位置也在natural run西方42公里處，R2則和natural run相同。實驗BGR1和BGR1SM背景場均來自R1，但BGR1SM所使用的是經過Barnes分析法(Barnes, 1964)平滑過後的模式輸出(水平風，壓力和水氣混和比)。Barnes其內插方程式如下：

$$\phi_j = \frac{\sum_{i=1}^N W_i \phi_i^o}{\sum_i W_i} \quad (32)$$

$$W_i = e^{-f(r/R)^2} \quad (33)$$

$\phi_j$  是指變數  $\phi$  被內插至格點  $j$ ， $\phi_i^o$  是被選出的格點  $i$  上變數  $\phi$  的值， $W_i$  是權重係數， $r$  是格點  $i$  和格點  $j$  的距離， $R$  是影響半徑， $f$  是調整平滑強度的係數。此實驗設定  $R$  是 50 公里， $f$  是 2.3，且不做疊代，只做一次內插。實驗 BGR2 和 BGR2SM 則是由 R2 所提供，由於 R2 的對流系統位置和 natural run 相同，可視為有較正確天氣資訊(相較 R1)。

圖 5a、5b 分別顯示 R1 和 R2 在  $T=9300$  秒所模擬的雨水混和比水平分佈。如預期 R1 和 R2 所模擬的颱風系統強度均較 natural run 弱(圖 1a)，且 R1 的颱風系統位置較偏西，R2 則和 natural run 相似。圖 5c、5d 分別是 R1 和 R2 模擬的風場  $u$  分量，圖 5e、5f 是平滑後風場  $u$  分量，明顯可見平滑後去除較小尺度的變化。

圖 6 是以  $(1.25 \text{ mm } (5 \text{ min})^{-1})$  為門檻值的降雨預報 ETS 比較。圖 6a 顯示用平滑後模式輸出當背景場的實驗 BGR1SM 可改善預報。但圖 6b 指出 BGR2 和 BGR2SM 在強降雨預報表現上並無太大差異。這是因為在 BGR2 的背景場中的颱風系統位置是較正確被預報，所以該位置區域有雷達資料，可以透過資料同化，將其在背景場中被低估強度的颱風系統修正。

以上是較強降雨比較，為了解長時間累積預報表現，圖 7 是 natural run 和四個實驗的三小時累積降雨空間分布。natural run(圖 7a) 的降雨呈現清楚線狀分布，而圖 7b 顯示 BGR1 的颱風系統西邊多了一些錯誤零星的降雨，這是因為 BGR2 的預報受到背景場中錯誤對流尺度資訊所影響。將背景場平滑濾除小尺度訊息的 BGR1SM，在圖 7c 則明顯改善零星的過度降雨預報。

BGR2有較正確背景場，圖7d可看出其零星錯誤降雨明顯較少，但BGR2SM(圖7e)仍可進一步改善7d結果。

### 3-1-4 缺乏低層雷達資料

此實驗主要是探討在假設雷達電磁波因PPI掃描策略或阻擋效應影響，使得低層無雷達觀測資料情況下，同化過程中包含不同的同化循環數目，會對VDRAS的分析場和降雨預報有何影響。在本小節實驗中，第一個4DVar循環的背景場來自於natural run的初始探空和風場，故背景場為天氣系統。實驗設計如圖8和表1，實驗2CYC包含二個4DVar循環，且也有一個短的預報在二個4DVar循環中間。實驗2CYCE3同化循環和預報設計和2CYC相同，但在2CYCE3中，被同化的回波和徑向風在三度仰角以下是沒有資料的。圖8b、8c中，實驗1CYC和3CYC均類似於實驗2CYC，但各別有三個4DVar同化循環和單一同化循環。類比於2CYCE3，實驗3CYCE3和1CYCE3則也是三度仰角以下是沒有雷達資料的。實驗3CYC\_2E3則是前二個同化循環缺乏低層資料，但最後一個循環則是完整的雷達資料。

圖9是在模擬時間 $T=9300$ 秒，沿著natural run的颱風對流中心作垂直剖面( $X=174$ 公里)。兩顆雷達掃描過颱風中心位置的三度仰角高度亦顯示圖9上，在此三度仰角高度以下資料則假設無觀測到，此仰角計算有考慮地球曲率。會選取三度仰角當作此實驗的雷達資料門檻，是因為圖9顯示radar1和radar2在該剖面的三度仰角最低高度分別約3250m和4750m，而此高度有橫切截斷到颱風的對流核心(雨水混和比 $>8 \text{ g kg}^{-1}$ 的區域)，預計對實驗結果會有較明顯的影響。

圖10a的垂直剖面圖是natural run沿颱風(Y方向)平均的雨水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )。圖10b則是考慮三度仰角以下是沒有資料所計算，由此可看出缺乏資料區域。相較圖10a，圖10b的雨水混和比從高度5500公尺向下逐漸減少，



直到2500公尺以下，就完全無資料。

圖11的垂直剖面表示natural run和七個實驗的沿颶線平均的溫度擾動和垂直速度。圖11a顯示，由於長時間模擬的凝結潛熱釋放造成natural run在高層有較寬的暖區，且水平溫度梯度小。在靠近暖區中心高度6250公尺處，有明顯上升速度大於 $2.5 \text{ m s}^{-1}$ 。蒸發冷卻造成約1250公尺深，90公里寬的冷池。有典型的上升速度產生於冷池的前端（ $X \sim 185 \text{ km}$ ）。有大約 $-0.2 \text{ m s}^{-1}$ 的下降運動在 $X \sim 175$ 公里。

實驗1CYC和2CYC(圖11b、11c)顯示，即使有完整的雷達資料，反演得到的暖區仍然較natural run窄，且有較強的水平溫度梯度，進而導致高層暖區東西兩側的下降運動。反演的冷池也較natural run弱。若觀察實驗3CYC(圖11d)，隨著同化循環增加，暖區可以散佈的較寬，而冷池的強度和寬度以及高層兩側下降運動都和natural run較相近。當低層資料缺乏，圖11e顯示實驗1CYCE3的反演得到的高層暖區和近地表冷池均較實驗1CYC弱。且圖11e無顯示在冷池前緣上升和下降運動。當同化窗區愈多，實驗2CYCE3和3CYCE3(圖11f，11g)的高層暖區強度逐漸增強，也和natural run相近。然而在低層缺乏資料的區域，近地表冷池和下降運動的表現，有不同於高層的變化。相較於1CYCE3，2CYCE3在冷池強度有明顯較好，但高度可達3250~4250公尺，且此冷池高度與缺乏雷達資料高度相近(圖10b)。然而有三個同化循環時，實驗3CYCE3分析出不合理地過強及過深的冷池，並伴隨明顯下降運動。圖12的溫度均方跟誤差比較(RMSE)可發現類似的情形。這個差異可被解釋成當低層資料缺乏時，較少的雨水被同化，將造成對流系統無法完整發展進而導致凝結潛熱釋放減少，熱力浮力將減弱，而形成從中層到低層過強的下降運動(圖11g)。當的第三個4DVar循環有完整雷達資料，相較於圖11g，實驗3CYC\_2E3的結果(圖11h)表現出明顯改善。

圖12是計算低層冷池溫度強度的均方跟誤差，當有完整雷達資料且愈多同化循環，可得到較好的反演結果，但當低層資料缺乏未必得到較好的反演結果。反而二個同化循環可得到最佳反演結果。

圖13是降雨預報的ETS比較。實驗1CYC，2CYC和3CYC並無明顯的降雨預報差異，故圖13上只顯示2CYC結果。但低層資料缺乏，圖13顯示在 $T=2700$ 秒之後，實驗2CYCE3表現較1CYCE3和3CYCE3好。實驗3CYC\_2E3指出，當最後一個同化循環包含完整的資料，可提供了額外的降雨預報改進。

### 3-1-5 微物理非線性特性

圖14是摘自Fabry and Sun (2010)的模式軌跡圖，用以說明非線性的概念。圖中三條軌跡是模式  $M$  利用不同初始條件  $\mathbf{x}$ ， $\mathbf{x} + k\Delta\mathbf{x}$  和  $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$  所模擬，其  $k < 1$ 。假設  $M(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$  是真實大氣，有一同化系統是嘗試去極小化  $M(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$  和  $M(\mathbf{x})$  路徑差異，而調整初始條件  $\mathbf{x}$  到  $\mathbf{x} + k\Delta\mathbf{x}$ 。圖14說明模式初始場所造成的模式軌跡差異會隨模式時間增加由線性區(linear regime)進入非線性區(nonlinear regime)，進而增加同化系統極小化的困難。若模式時間更久，非線性現象更明顯，甚至會進入矛盾(contradictory regime)區，使得同化系統的極小化過程會把初始場往錯誤方向帶去的概念。Fabry and Sun (2010)證實微物理的非線性特性較動力場明顯，導致微物理較易進入矛盾區，而推論不適合太長的同化窗區，因此建議不同變數，用不同長度同化窗區，但其未做同化實驗說明。雷達資料包含徑向風和回波，可以代表風場和微物理，此小節OSSE實驗主要測試不同同化窗區長度來同化回波，對整體同化結果和後續預報的影響。

圖15的三組實驗L5V\_5Z、L5V\_3Z和L5V\_3ZL的同化循環設計是包含

單一個20分鐘長同化窗區。此長同化窗區可包含五個雷達同化時間，而在這些實驗，在所有五個同化時間徑向風都被同化。至於回波，L5V\_5Z是同化五個時間，L5V\_3Z是只同化前面三個時間的回波(T2~T4)，L5V\_3ZL則是只同化後面三個時間的回波(T4~T6)。

圖16是實驗2CYC、L5V\_5Z、L5V\_3Z和L5V\_3ZL在同化過程最後一個極小化疊代完成時，對radar1各筆資料(V1~V5)所計算的雨水混和比價值函數(公式19的雨水混和比項)。此價值函數的變化，藉此可了解在各實驗的不同同化回波策略，對雨水(微物理)的極小化效果。實驗L5V\_3Z並未同化T5和T6的雷達回波，為了瞭解實驗L5V\_3Z的雨水混和比在T5~T6區間與natural run的差異，仍計算T5和T6的雨水混和比價值函數，並標示在圖16上。L5V\_3ZL的T2和T3也是標示於圖16上。

首先觀察實驗L5V\_3Z雨水價值函數T2~T6趨勢與L5V\_5Z以及L5V\_3ZL的趨勢有呈現交叉的現象。實驗L5V\_3Z只同化在T2~V4的回波，由於在較早同化區，雨水的誤差變化較接近線性區，故同化系統可極小化良好，使得實驗L5V\_3Z得到較佳的初始場(較小價值函數)。但L5V\_3Z在T5和T6時間沒同化回波，故在同化循環後期，其價值函數較大。當實驗L5V\_5Z有同化五筆回波資料(T2~T6)，其在T2時間的價值函數變大，其表示同化系統的極小化演算法明顯受雨水的非線性特性影響。表現最差的是L5V\_3ZL，只同化最後三筆的回波，其顯示在長同化循環後期，雨水的非線性特性已進入矛盾區，此嚴重非線性特性已主導同化系統極小化系統，把L5V\_3ZL初始場推向錯誤方向。實驗2CYC的兩個循環，均是較短的同化窗區，風場和回波均是在線性區，在兩個短循環區間，其極小化效果最佳。

前述徑向風(動力)的非線性較回波(微物理)輕微，故為了瞭解不同長度的同化窗區對同化徑向風的影響。另設計兩個實驗，將前述實驗L5V\_3Z和

L5V\_3ZL的徑向風和回波角色互換。實驗L3V\_5Z和L3VL\_5Z，其是回波均同化五個時間，但L3V\_5Z只同化前面三個時間的徑向風，L3VL\_5Z則是只同化後面三個時間的徑向風。

類比於圖16，圖17是實驗2CYC、L5V\_5Z、L3V\_5Z和L3VL\_5Z完成同化過程後的徑向風價值函數(公式19的徑向風項)。圖17中實驗L3V\_5Z也只同化前面三筆(T2~T4)徑向風，但與L5V\_5Z在T2表現差不多。實驗L3VL\_5Z只同化後面三筆(T4~T6)徑向風，其在T2的價值函數也較大，但沒有像在圖16中L5V\_3ZL那麼戲劇性偏高。這兩個實驗(L5V\_3ZL和L3VL\_5Z)在T2時間均缺觀測資料，這也可能使其在T2極小化效果較差。但整體而言，同化微物理項，對於不同窗區有較敏感的反應，這也可歸因於微物理項較強的非線性特性。

圖18是歸一化(Normalized)的總價值函數(公式19的J)，實驗2CYC有最佳整體極小化表現。而實驗L5V\_3Z則因為受較少非線性影響，使得其在圖18的總價值函數較另兩個長同化循環實驗小

圖19是同化結束後開始每五分鐘的雨量預報表現，實驗2CYC則從預報初期到後期均有最佳預報表現。實驗L5V\_3Z在預報初始(接近T=0)落後其他兩個實驗，這是因為前段描述實驗L5V\_3Z在同化窗區後段時間，回波的誤差大。但實驗L5V\_3Z在同化過程得到的較佳初始場，使得後續雨量預報大致上較佳。以上其實驗結果說明了同化窗區長短對同化雷達回波影響。

### 3-2 微物理非線性特性—真實個案研究 2008 SoWMEX IOP #8

為了解前述微物理對同化窗區的討論在實際個案的驗證和應用，將利用2008年西南氣流實驗(Southwest Monsoon Experiment, SoWMEX)的第八次密集觀測(IOP8)個案來探討。

SoWMEX是由主要是國內氣象界與美國大氣研究中心(NCAR)，在2008年5月至6月期間，於南中國海北部和台灣本島及臨近海域進行觀測實驗。主要科學是瞭解在亞洲夏季季風季節裡，來自南中國海西南氣流之熱動力性質與其和梅雨鋒面與中尺度對流系統之間物理交互作用過程。進而探討中尺度對流系統的運動熱力以及微物理降雨過程特徵，以及台灣地形對中尺度對流系統的激發與消散機制。最終可改善短期定量降雨預報技術。

其中IOP #8開始於6月14日0000UTC，結束於6月16日0000UTC。本研究個案是6月14日南台灣強降雨個案，當日來自台灣海峽南方和巴士海峽的低層的西南氣流帶來暖濕的空氣，使得台灣西南部單日累積降雨量超過100 mm，局部地區更超過200 mm。

圖20a是在6月14日1200UTC的地面天氣圖，有一低壓位於台灣北方，和一滯留鋒位於台灣的西北方。在850hpa、500hpa與200hpa的綜觀天氣分析圖（圖20b、20c、20d）中，可發現在台灣海峽南部與巴士海峽海面上有強盛之西南氣流，並且低層(圖20b)有低壓系統，高層(圖20d)受高壓系統影響，此配置使得中尺度對流系統在低層有輻合運動，能將暖濕空氣從海上帶進系統中，高層有良好的輻散運動，進而維持使對流系統持續生成。在紅外線天氣雲圖(圖21a)中，可觀察到6月14日0957 UTC時有一道梅雨鋒面正移入台灣中南部上空，對南部造成降雨，6月14日1457 UTC(圖21b)梅雨鋒面逐漸離開台灣南部地區。

在此真實個案研究有三個實驗分別是R2CYC，RL5V\_5Z和RL5V\_3Z，分別相對應OSSE實驗2CYC和L5V\_5Z和L5V\_3Z。圖22是實驗R2CYC和RL5V\_5Z的同化與預報策略示意圖，R2CYC包含兩個短循環，分別開始於1124UTC和1146UTC，每個循環均是16分鐘，兩循環間有個6分鐘短預報。實驗RL5V\_5Z和RL5V\_3Z則是單一較長同化窗區，開始於1131UTC，窗區

時間長度是31分鐘。同化的雷達資料來自中央氣象局作業中的七股(RCCG)和墾丁(RCKT)雷達，雷達位置標示在圖24，每筆雷達資料間隔為7.5分鐘。在實驗R2CYC每個窗區每個雷達資料三筆，RL5V\_5Z則是五筆雷達資料。實驗RL5V\_3Z則是雷達回波只被同化前三筆，徑向風同樣是同化五筆。三組實驗同化過程結束時間均是1202UTC，後續是2小時預報。圖23為七股和墾丁雷達合成最大回波圖，其顯示此研究區間主要有線狀對流系統經過台灣西南部，並會造成強降雨。

故本實驗的中尺度背景場是由in situ觀測資料和ECMWF再分析場共同建構，資料分布於圖24。觀測資料包含九個地面測站，四個探空，而ECMWF的資料以固定距離選取（圖24），再利用3-1-2節所討論的Barnes分析法(公式32和33)將觀測資料和再分析場內插至格點以建構背景場，其中影響半徑R是200km，調整平滑強的係數f是2.3。模擬區域則如圖24的區域大小，格點數264x216x30，水平格點距離是2 km，垂直格點距離是500 m，最底層高度是250 m，模式積分時步為10秒。

圖25a是自動雨量觀測站的兩小時累積雨量分布圖，圖25b、25c、25d分別為實驗R2CYC，RL5V\_5Z和RL5V\_3Z預報的兩小時累積雨量。由於VDRAS目前是卡氏座標，無法處理地形。故相較觀測(圖25a)，各實驗都會在背風面(山的西面)預報過多的雨水。實驗RL5V\_5Z(圖25c)和RL5V\_3Z(圖25d)的預報雨水均較R2CYC偏低許多，所以在圖26的兩小時預報累積降雨ETS和RMSE，R2CYC的預報分數均明顯較RL5V\_5Z和RL5V\_3Z高。若比較圖25c和圖25d，RL5V\_3Z則較RL5V\_5Z的預報多一些雨量在西南平原，且符合觀測，故RL5V\_3Z表現在各ETS門檻值以大小不等的幅度領先RL5V\_5Z，這和OSSE實驗結論是一致的。

綜合以上討論，在真實個案的複雜情況下，與OSSE實驗結果相似，可

說明在4DVAR雷達資料同化技術上，回波不適合較長的同化窗區，且多循環短同化窗區較一長同化窗區的預報表現較好。

## 第四章 冰相微物理實驗設計與結果

### 4-1 冰相微物理參數化

Dudhia(1989)的微物理參數化，有兩個假設:(1)無過冷雲水(no super-cooled cloud),(2)無過暖雪水或冰晶(no super-warmed snow or ice crystals)。所以雪水( $q_s$ )和雨水( $q_r$ )可在預報模式中當作同一預報變數，亦即在數值方法上可儲存在同一矩陣，以溫度 $0^\circ\text{C}$ 來決定網格點是雪水或雨水，此法可增加計算效率，且對於VDRAS也就無須額外為冰相粒子增加預報方程，這可避免伴隨方程的複雜性。冰( $q_i$ )和雲水( $q_c$ )也是相同情況。Hong et.al. (2004)則改進此參數化法中的一些變數。本研究將參考此兩篇研究，加入冰相微物理過程於VDRAS中，暖雨過程則保持原來VDRAS內的Kessler參數化法。

基本上2-1-1節描述的雲模式預報方程和診斷方程均不需增減。當網格點上溫度是小於 $0^\circ\text{C}$ 時，原各公式的雲水( $q_c$ )和雨水( $q_r$ )將分別視為冰( $q_i$ )和雪水( $q_s$ )，原暖雲微物理的公式得代換成冰相微物理公式或係數。如方程式(6)和(7)的蒸發潛熱 $L_v$ 要換成昇華潛熱 $L_s = 2.8 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$ ，並定義冰態水位溫 $\theta_i$ ：

$$\theta_i = \theta \left( 1 - \frac{L_s}{c_p T} (q_i + q_s) \right) \quad (34)$$

其中雨水終端落速也要換成雪水的終端落速( $V_{Tms}$ )，因為考量對流系統常有軟雹或冰雹，故雪水的終端落速特意增加為Dudhia(1989)所描述的三倍，如下式，但仍低於雨水終端落速(公式8):

$$V_{Tms} = 2.93(p_0/\bar{p})^{0.4} (\rho q_r)^{0.1025} \quad (35)$$



雨水/雪水預報方程(公式11)中需替換三項微物理過程  $R_{pra}$  自動轉換

(autoconversion)、 $R_{prc}$  撞併 (accretion)和  $R_{pre}$  蒸發率：

$$\begin{aligned} R_{prc} &= \max[(q_i - q_{icrit}) / \Delta t, 0] \\ q_{crit} &= 8 \times 10^{-5} / \rho \text{ (kg kg}^{-1}\text{)} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} R_{pra} &= \frac{1}{4} \rho \pi a q_c E N_{0S} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{0.4} \frac{\Gamma(3+b)}{\lambda^{3+b}} \\ \lambda &= \left( \frac{\pi \rho_s N_{0S}}{\rho q_s} \right)^{1/4} \end{aligned} \quad (37)$$

其中  $a=11.72$ ， $b=0.41$ ， $E=\exp[0.05(T-T_0)]$  為效率函數，雪的截點參數 (intercept parameter) 是  $N_{0S} = 2 \times 10^7 m^{-4}$ ，雪的密度是  $\rho_s = 100 kg m^{-3}$ 。

$$\begin{aligned} R_{pre} &= \frac{4N_{0S}(S_i - 1)}{A + B} \times \left[ \frac{f_{1S}}{\lambda^2} + f_{2S} \left( \frac{a\rho}{\mu} \right)^{1/2} S_c^{1/3} \left( \frac{p_0}{p} \right)^{0.2} \frac{\Gamma(c_s)}{\lambda^{c_s}} \right] \\ A &= \frac{L_s^2 \rho}{K_a R_v T^2}, \quad B = \frac{1}{q_{si} \chi}, \quad c_s = \frac{b+5}{2} \end{aligned} \quad (38)$$

其中  $S_i = q_v / q_{vsi}$ ， $q_{vsi}$  是冰相的飽和蒸氣壓，定義如下：

$$q_{vsi} = \frac{3.8}{p} \exp \left[ 6150 \left( \frac{1}{273.16} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (39)$$

另外  $K_a = 2.43 \times 10^{-2} J m^{-1} s^{-1} K^{-1}$  為空氣熱傳導係數， $\chi = 2.26 \times 10^{-5} m^2 s^{-1}$  為水氣在空氣的擴散係數， $f_{1S} = 0.65$ ， $f_{2S} = 0.44$ ， $S_c = 0.6$  為 schmidt number， $\mu = 1.718 \times 10^{-5} kg m^{-1} s^{-1}$  為空氣黏滯係數。

#### 4-2 切線線性模式驗證

增加冰相微物理過程於預報方程  $F$  後，需修改伴隨模式(公式25)的切線線性模式(公式24)，使得預報模式和伴隨模式一致，進而使4DVar同化結果可收斂良好。切線線性模式定義為  $\partial F/\partial \mathbf{x}$ ，吾人須將4-1節所新增的微物理方程式，以及2-1-1節中牽涉微物理變數預報方程或診斷方程的項求取相關控制變數( $q_s$ 、 $q_t$ 和 $\theta_i$ )的導數。

驗證方法是參考Sun and Crook, (1997)所描述的函數  $\Phi(\alpha)$ :

$$\Phi(\alpha) = \frac{F(x_0 + \alpha h) - F(x_0)}{\alpha G h} \quad (40)$$

其中  $F$  是預報模式， $G$  則是切線線性模式， $x_0$  是模式的所有預報變數， $h$  是 normalized random vector， $\alpha$  是擾動量的大小。若預報模式和切線線性模式撰寫一致，則用的  $\alpha$  測試， $\Phi(\alpha)$  所代表的比值會接近1。

在測試的過程中，發現若結冰高度(freezing level)隨著不同  $\alpha$  設定進行的預報  $F$  變動，這會使得在結冰高度附近的網格點在不同次預報過程，在暖雲和冰相過程間變動，這會使得公式40無法收斂。給定一參考的結冰高度，當作暖雨和冰相微物理空間上分界，讓各網格點在測試過程固定於單一微物理過程後，才可通過公式40測試，圖27是最後完成的測試結果， $\Phi(\alpha)$  均在 0.95~1。後續實驗在4DVar同化窗區疊代均會指定一固定參考的結冰高度當作微物理分界，有助於極小化過程穩定。

## 4-3 實驗結果

### 4-3-1 冰相對模擬颶線的影響

模擬實驗 natural\_run\_warm 和 natural\_run\_ice 分別是利用只有暖雨過程和加入冰相的VDRAS雲模式模擬颶線系統，比較兩模擬結果，來說明加入

冷雨過程對於天氣系統模擬的差異。實驗設定均參考3-1-1節的設定，但風切大小設為 $17 \text{ m s}^{-1}$ ，風切變化深度是加深，設定為7 km線性變化，以利natural\_run\_ice的飈線系統成形。在地表高度0公里的風場 $u$ 分量是 $-10 \text{ m s}^{-1}$ 。

圖28是natural\_warm從模擬10800秒至21600秒，間隔3600秒的雨水混和比模擬結果，圖29則是natural\_run\_ice。加入冰相微物理過程，降雨散布較寬廣，有往南北延伸。natural\_run\_warm的降雨則集中於帶狀。兩模擬至21600秒，系統已大致消失。圖30的垂直分布圖是沿飈線(Y方向)平均的雨水和雪水，其模擬時間10800秒是此兩模擬飈線成熟期。由於雪的終端落速小於雨水，故在圖30b natural\_run\_ice的模擬顯示，雨水和雪水分佈，在4000m大致可看見一分界，高層雪水含量集中上半，且較圖30a的雨水多上許多。但也因雪的終端落速慢，造成較低層雨水較少。也利用這一分界差異可以大致瞭解 $0^\circ\text{C}$ 結冰層的位置，在結冰層以上就視為雪水，以下就是為雨水。圖30a當中只有暖雲過程，均視為雨水，終端落速相同則無明顯分界，所以對流發展呈柱狀，低層強度明顯高於natural\_run\_ice。圖31b顯示加入冷雨過程後，高層溫度因雪水增加，潛熱釋放增強許多，旺盛垂直運動，使對流發展較高，但上升運動區也較圖31a寬。

#### 4-3-2 OSSE同化分析結果

以下利用OSSE實驗來測試加入冰相過程的伴隨模式。虛擬雷達回波和徑向風則是由4-3節的natural\_run\_ice計算而得。雪的回波計算是參考 Smith et.al(1975)，如下式:

$$Z_{es} = \frac{10^8 \times 720 K_i^2 \rho_s^{0.25} (\rho q_s)^{1.75}}{\pi^{1.75} K_r^2 N_{0s}^{0.75} \rho_i^2} \text{ mm}^6 \text{ m}^{-3} \quad (41)$$

冰的密度是 $\rho_i = 917 \text{ kg m}^{-3}$ ， $N_{0s}$ 則是用4-1節所描述的數值。水和冰介

電因子分別是  $K_r^2 = 0.176$  和  $K_i^2 = 0.176$ 。公式41經計算並以回波  $Z(\text{dBZ})$  表示，可得下式雪水和回波  $Z - q_s$  關係式：

$$q_s = \frac{1}{\rho} 10^{[(Z-31.1)/17.5]} \quad (42)$$

與雨水和回波  $Z - q_r$  關係式相較(公式21)，雪的反射率較低，欲產生同樣的回波大小，需較多雪水含量。

圖 32a 是 natural\_run\_ice 在模擬時間  $T=10800$  秒的雨水和雪水垂直分布，若將 natural\_run\_ice 的雨水和雪水分別用公式21和公式42計算回波，可得圖32b分布，下層明顯強回波由雨水貢獻，回波大於  $50\text{dBZ}$  的區域頂端，會隨結冰高度(圖32a)上下起伏。

由於當 VDRAS 要同化回波時，要把回波計算成雨水或雪水來同化(公式19)。過去只有暖雲過程的 VDRAS 都把回波當成雨水來同化。加入冰相的 VDRAS 則需要考慮如何分辨回波中雨或雪，以得到較佳被同化的水含量估計值。

本節設計四個 OSSE 同化實驗，ICE\_1C、ICE\_2C、ICE\_2CNT 和 WARM\_2C(表2)，各實驗同化循環和預報設計如圖8所示，只有 ICE\_1C 是單一同化循環(圖8b)，另三個實驗均是兩個同化循環(圖8a)。實驗 ICE\_1C 和 ICE\_2C 各筆雷達資料均是用背景場溫度分布來分辨回波中的雨和雪。ICE\_2CNT 則是直接用各同化時間當時 natural\_run\_ice 的結冰高度來估計，這實驗用來驗證在最佳結冰高度估計下的同化和預報結果。WARM\_2C 則用原來暖雨版本的 VDRAS 來同化，把回波都視為雨來同化。另外在同化窗區的疊代過程，需指定暖雨和冰相微物理固定分界。此微物理分界則和各實驗

分辨回波雪和雨的分界是一個參考結冰高度。

圖33垂直分布圖是表示，各實驗從圖32b回波分布計算成欲被同化的雪水和雨水含量(公式19內 $q_r^0$ )，其時間是同化週期結束時間 $T=10800$ 秒，各實驗用以分辨雨/雪的參考結冰高度亦標註在圖上。首先實驗ICE\_1C和ICE\_2C的參考結冰高度都是來自背景場。但實驗ICE\_1C由於是單一循環，其背景場溫度來自一個natural run的初始探空(圖8b)，故其參考結冰高度是固定高度，圖33a顯示在結冰層附近的雪水會被嚴重高估(相較natural\_run\_ice圖24a)。實驗ICE\_2C具有兩個同化循環，圖33的時間 $T=10800$ 秒是在第二個循環(圖8a)，此時實驗ICE\_2C的背景場是來自短預報，進而使參考結冰高度有了空間上變化，所以(圖33b)顯出其雪水高估的情況獲得改進(相較ICE\_1C)。但ICE\_2C的參考結冰高度畢竟和圖32a中natural\_run\_ice的真實結冰高度有些誤差，故仍有一些高估或低估情況。實驗ICE\_2CNT直接用natural\_run\_ice結冰高度，故圖33c顯示其所計算雨/雪分布和natural\_run\_ice(圖32a)一致。WARM\_2C(圖33d)把回波都視為雨來同化，故其高層雪水含量都會嚴重被低估。

圖34是各實驗反演的雨/雪水分布，可和natural\_run\_ice(圖32a)比較。圖34a中實驗ICE\_1C反演出的雨/雪水分布有明顯分界在高度4000公尺，在此高度以上雪水也明顯是多於natural\_run\_ice。實驗ICE\_2C(圖34b)只有在少數結冰高度附近(如: $X=155\text{km}$ ,  $Z=4750\text{m}$ )處有反演出多餘雪水。ICE\_2CNT(圖34c)的反演結果大致和natural\_run\_ice一致。實驗WARM\_2C，反演高層雪水量明顯偏低(圖34d)

圖35是natural\_run\_ice及各實驗反演的雨/雪水和溫度擾動分布。由於實驗ICE\_1C只有單一循環，其溫度反演(圖35b)在地表冷池偏弱的， $Z=3250\text{m}$ 處有一層明顯冷區。圖35c和圖35d指出實驗ICE\_2C和ICE\_2CNT反演的溫度

則很像，但若從圖36溫度擾動分析的均方根誤差，ICE\_2CNT結果仍較佳。圖35e的WARM\_2C反演高層溫度則明顯偏低。

### 4-3-3 OSSE和真實個案降雨預報表現

圖37是OSSE實驗的降雨預報的ETS隨預報時間變化比較圖，ICE\_2CNT其降雨預報整體上較其他實驗好。ICE\_1C和ICE\_2C在預報初期均較ICE\_2CNT差，而ICE\_2C表現較ICE\_1C，預報時間 $T=3600$ 秒以後，三組實驗表現差不多。兩個循環在反演和預報上，表現比單一循環好。WARM\_2C表現均較冰相的實驗差。

圖38是三小時累積降雨分布，WARM\_2C的降雨明顯集中所以偏強，加入冰相的OSSE預報降雨和natural\_run\_ice的模擬降雨均分布廣，周圍小雨區範圍也較寬。WARM\_2C不同於冰相的降雨型態造成其ETS偏低。

吾人利用前述2008 SoWMEX #IOP8來再次驗證OSSE的降雨預報結果。實驗R\_ICE\_2C和R\_WARM\_2C，則是分別對照OSSE的ICE\_2C和WARM\_2C。實驗個案的同為6月14日個案，實驗設定和3-2節相同，除了模式積分時步改為5秒和同化週期起始結束時間如圖39設定。

圖40是兩小時累積雨量分布圖。與自動雨量站觀測(圖40a)比較，實驗R\_ICE\_2C(圖40b)和R\_WARM\_2C(圖40bc)預報的西南平原主要降雨區均偏北，但恆春半島則主要降雨區預報位置差不多。R\_WARM\_2C則預報偏強且過於集中，R\_ICE\_2C預報弱雨區範圍較大，所以在圖41的累積兩小時降雨ETS和RMSE比較，顯示加入冰相過程的R\_ICE\_2C確有幫助降雨預報，而在小雨區門檻值較明顯。

# 第五章 總結和未來展望

## 5-1 總結

本篇研究利用VDRAS的一系列OSSE實驗和真實個案模擬，來探討同化策略和微物理過程對雷達資料同化於定量降雨預報的影響，以下做個總結：

(1) 單點測試實驗指出，透過VDRAS的4DVar技術同化徑向風和回波，在分析場可反映出同化效果及flow-dependent分布。

(2) 若直接使用有錯誤天氣系統的背景場，模式預報會受小尺度錯誤天氣資訊所影響，而產生不必要降雨。若使用平滑後的背景場則可保持環境場，去除小尺度錯誤訊息以改善降雨預報。

(3) 一系列利用不同同化循環實驗來了解當低層無雷達觀測資料情況，VDRAS分析場和降雨預報表現。結果顯示在缺乏低層資料的區域會反演出過強的下降運動和冷池。越多同化循環未必得到較佳的分析和預報。故當低層資料缺乏時，同化循環的數目須審慎選擇。在本文OSSE實驗結果顯示兩個同化循環設計分析和預報上有相對較佳結果。

(4) 在OSSE和真實個案結果顯示，微物理非線性特性隨預報時間的發展，對同化系統表現有明顯負面影響，會導引極小化過程往錯誤方向。回波有較徑向風明顯的非線性特性，且建議回波用較短且較早周期同化。而使用多個短循環的同化策略，可幫助同化系統的極小化演算法得到較佳的初始場和預報結果。

(5) 在維持VDRAS原本的暖雨微物理架構下加入含雪和冰的冰相微物理過程。雨和雪的不同終端落速，使得雪水和雨水的垂直分布上有明顯界線。和暖雨過程相比，冰相會使得模擬的天氣系統有較強垂直速度和高層

高溫區。

(6) 當利用背景場的結冰高度用來界定回波中雨和雪，若單一循環時背景場來源是探空，則會造成結冰高度附近雪水明顯高估，若用兩個循環的設計可減少此高估狀況，得到較合理反演結果。若用只有暖雨過程的VDRAS同化回波，會造成反演的雪水量嚴重低估。

(7) 增加冰相微物理可改善VDRAS只有暖雨過程所造成降雨過強且集中現象，使得降雨範圍較為廣。在定量降水預報分析上，目前對小雨的降雨有較明顯幫助。

## 5-2 未來展望

(1) 將加入冰相的VDRAS應用於更多真實個案，以了解其在不同類型天氣系統表現。

(2) 由於增加冰相微物理的VDRAS所反演得到熱動力場和微物理場，均明顯不同於只有暖雨過程VDRAS的反演結果。延續前人研究，可探討利用有冰相的VDRAS所產生分析場和WRF結合，對於後續天氣系統模擬和降雨預報有何影響。

(3) 可嘗試利用SPol雙偏極化雷達參數，來幫助分類回波的水相和冰相，得到較佳同化雨水或雪水含量估計。未來也可嘗試同化雙偏極化雷達參數。

(4) 目前實驗室正進行為VDRAS增加地形處理能力，未來將結合冰相和具地形處理能力的VDRAS，使其更完整功能。



## 參考文獻

- Barnes, S., 1964: A technique for maximizing details in numerical map analysis. *J. Appl. Meteor.*, **3**, 395–409.
- Chung, K.-S., I. Zawadzki, M. K. Yau, and L. Fillion, 2009: Short term forecasting of a midlatitude convective storm by the assimilation of single-Doppler radar observations. *Mon. Wea. Rev.*, **137**, 4115–4135.
- Crook, N. A., 1994: Numerical simulations initialized with radar-derived winds. Part I: Simulated data experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1189–1203.
- , and J. D. Tuttle, 1994: Numerical simulations initialized with radar-derived winds. Part II: Forecasts of three gust-front cases. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1204–1217.
- , and J. Sun, 2002: Assimilating radar, surface, and profiler data for the Sydney 2000 forecast demonstration project, *J. Atmos. Oceanic. Technol.*, **19**, 888–898.
- Dudhia, J., 1989: Numerical Study of Convection Observed during the Winter Monsoon Experiment Using a Mesoscale Two-Dimensional Model, *J. Atmos. Sci.*, **46**, 3077–3107.
- Fabry, F. and J. Sun, 2010: For How Long Should What Data Be Assimilated for the Mesoscale Forecasting of Convection and Why? Part I: On the Propagation of Initial Condition Errors and Their Implications for Data Assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, **138**, 242–255.
- Gal-Chen, Tzvi, 1978: A Method for the Initialization of the Anelastic Equations: Implications for Matching Models with Observations. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 587–606.

- Hong, S.-Y., J. Dudhia, and S.-H. Chen, 2004: A Revised Approach to Ice Microphysical Processes for the Bulk Parameterization of Clouds and Precipitation, *Mon. Wea. Rev.*, **132**, 103–120.
- Hu, M., M. Xue, J. Gao, and K. Brewster, 2006a: 3DVAR and cloud analysis with WSR-88D level-II data for the prediction of the Fort Worth, Texas, tornadic thunderstorms. Part I: Cloud analysis and its impact. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 675–698.
- , ——, ——, and ——, 2006b: 3DVAR and cloud analysis with WSR-88D level-II data for the prediction of the Fort Worth, Texas, tornadic thunderstorms. Part II: Impact of radial velocity analysis via 3DVAR. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 699–721.
- Kessler, E., 1969: *On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulation. Meteor. Monogr.*, No. 32, Amer. Meteor. Soc., 84 pp.
- Klemp, Joseph B., Robert B. Wilhelmson, 1978: The Simulation of Three-Dimensional Convective Storm Dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1070–1096.
- Jung, Y., G. Zhang, and M. Xue, 2008a: Assimilation of simulated polarimetric radar data for a convective storm using the ensemble Kalman filter. Part I: Observation operators for reflectivity and polarimetric variables. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 2228–2245.
- , M. Xue, G. Zhang, and J. M. Straka, 2008b: Assimilation of simulated polarimetric radar data for a convective storm using the ensemble Kalman filter. Part II: Impact of polarimetric data on storm analysis. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 2246–2260.
- Li, Y., X. Wang and M. Xue, 2012: Assimilation of radar radial velocity data

- with the WRF ensemble-3DVAR hybrid system for the prediction of hurricane Ike (2008) . *Mon. Wea. Rev.* , in press.
- Lin, Ying, Peter S. Ray, Kenneth W. Johnson, 1993: Initialization of a Modeled Convective Storm Using Doppler Radar–derived Fields. *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 2757–2775.
- Miller, M. J., and R. P. Pearce, 1974: A three-dimensional primitive equation model of cumulonimbus convection. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **100**, 133–154.
- Pan, X., X. Tian, X. Li, Z. Xie, A. Shao, and C. Lu (2012), Assimilating Doppler radar radial velocity and reflectivity observations in the weather research and forecasting model by a proper orthogonal-decomposition-based ensemble, three-dimensional variational assimilation method, *J. Geophys. Res.*, **117**, D17113, doi:10.1029/2012JD017684.
- Rogers, E., T. L. Black, D. G. Deaver, G. J. DiMego, Q. Zhao, M. Baldwin, N. W. Junker, and Y. Lin, 1996: Changes to the operational “early”Eta analysis/forecast system at the National Centers for Environmental Prediction. *Wea. Forecasting*, **11**, 391–412.
- Schaefer, J. T., 1990: The critical success index as an indicator of warning skill. *Wea. Forecasting*, **5**, 570–575.
- Smith, P. L., Jr., C. G. Myers, and H. D. Orville, 1975: Radar reflectivity factor calculations in numerical cloud models using bulk parameterization of precipitation processes. *J. Appl. Meteor.*, **14**, 1156–1165.
- Snyder, C., and F. Zhang, 2003: Assimilation of simulated Doppler radar observations with an ensemble Kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **131**,

1663–1677.

- Sun, J., and N. A. Crook, 1997: Dynamical and microphysical retrieval from Doppler radar observations using a cloud model and its adjoint. Part I: Model development and simulated data experiments. *J. Atmos. Sci.*, **54**, 1642–1661.
- , and N. A. Crook, 2001: Real-time low-level wind and temperature analysis using WSR-88D data, *Wea. Forecasting*, **16**, 117-132.
- , 2005: Initialization and Numerical Forecasting of a Supercell Storm Observed during STEPS, *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 793–813.
- , and Y. Zhang, 2008: Analysis and Prediction of a Squall Line Observed during IHOP Using Multiple WSR-88D Observations, *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 2364–2388.
- , M. Chen and Y. Wang, 2010 : Frequent-updating Analysis System Based on Radar, Surface, and Mesoscale Model Data for the Beijing 2008 Forecast Demonstration Project, *Wea. Forecasting*, **25**, 1715-1735.
- Sun J, Wang H. 2012: Radar data assimilation with WRF 4D-Var: Part II. Comparison with 3D-Var for a squall line over the U.S. Great Plains. *Mon. Wea. Rev.* doi:10.1175/MWR-D-12-00169.1, in press.
- Tai, S.-L., Y.-C. Liou, J. Sun, S.-F. Chang, and M.-C. Kuo, 2011: Precipitation forecasting using doppler radar data, a cloud model with adjoint, and the weather research and forecasting model: real case studies during sowmex in taiwan. *Wea. Forecasting*, **26**, 975–992.
- Takuya K, Kuroda T, Seko H, Saito K. 2011. A cloud-resolving 4DVAR assimilation experiment for a local heavy rainfall event in the Tokyo metropolitan area. *Mon. Wea. Rev.*, **139**: 1911–1931.

- Tong, M., and M. Xue, 2005: Ensemble Kalman filter assimilation of Doppler radar data with a compressible nonhydrostatic model: OSS experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 1789–1807.
- Tripoli, G. J., and W. R. Cotton, 1981: The use of ice-liquid water potential temperature as a thermodynamic variable in deep atmospheric models. *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 1094–1102.
- Wang H, Sun J, Zhang X, Huang X, Auligne T. 2013. Radar data assimilation with WRF 4D-Var: Part I. System development and preliminary testing. *Mon. Wea. Rev.* doi:10.1175/MWR-D-12-00168.1, in press.
- Weisman, M. L. and J.B. Klemp, 1982: The Dependence of Numerically Simulated Convective Storms on Vertical Wind Shear and Buoyancy. *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 504-520.
- , and R. Rotunno, 2004: “Theory for Strong Long-Lived Squall Lines” Revisited. *J. Atmos. Sci.*, **61**, 361-382.
- Weygandt, S. S., A. Shapiro, and K. K. Droegemeier, 2002: Retrieval of model initial fields from single-Doppler observations of a supercell thunderstorm. Part II: Thermodynamic retrieval and numerical prediction. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 454–476.
- Wu, Bing, Johannes Verlinde, Juanzhen Sun, 2000: Dynamical and Microphysical Retrievals from Doppler Radar Observations of a Deep Convective Cloud. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 262–283.
- Xiao, Q., and J. Sun, 2007: Multiple radar data assimilation and short-range QPF of a squall line observed during IHOP\_2002. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 3381–3404.
- , Y.-H. Kuo, J. Sun, W.-C. Lee, E. Lim, Y. Guo, and D. M. Barker, 2005:

Assimilation of Doppler radar observations with a regional 3DVAR system: Impact of Doppler velocities on forecasts of a heavy rainfall case. *J. Appl. Meteor.*, **44**, 768–788.

Xue, M., M. Tong, and K. K. Droegemeier, 2006: An OSSE framework based on the ensemble square root Kalman filter for evaluating impact of data from radar networks on thunderstorm analysis and forecast. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **23**, 46–66.

Zhao, Q., J. Cook, Q. Xu, and P. R. Harasti, 2006: Using radar wind observations to improve mesoscale numerical weather prediction. *Wea. Forecasting*, **21**, 502–522.

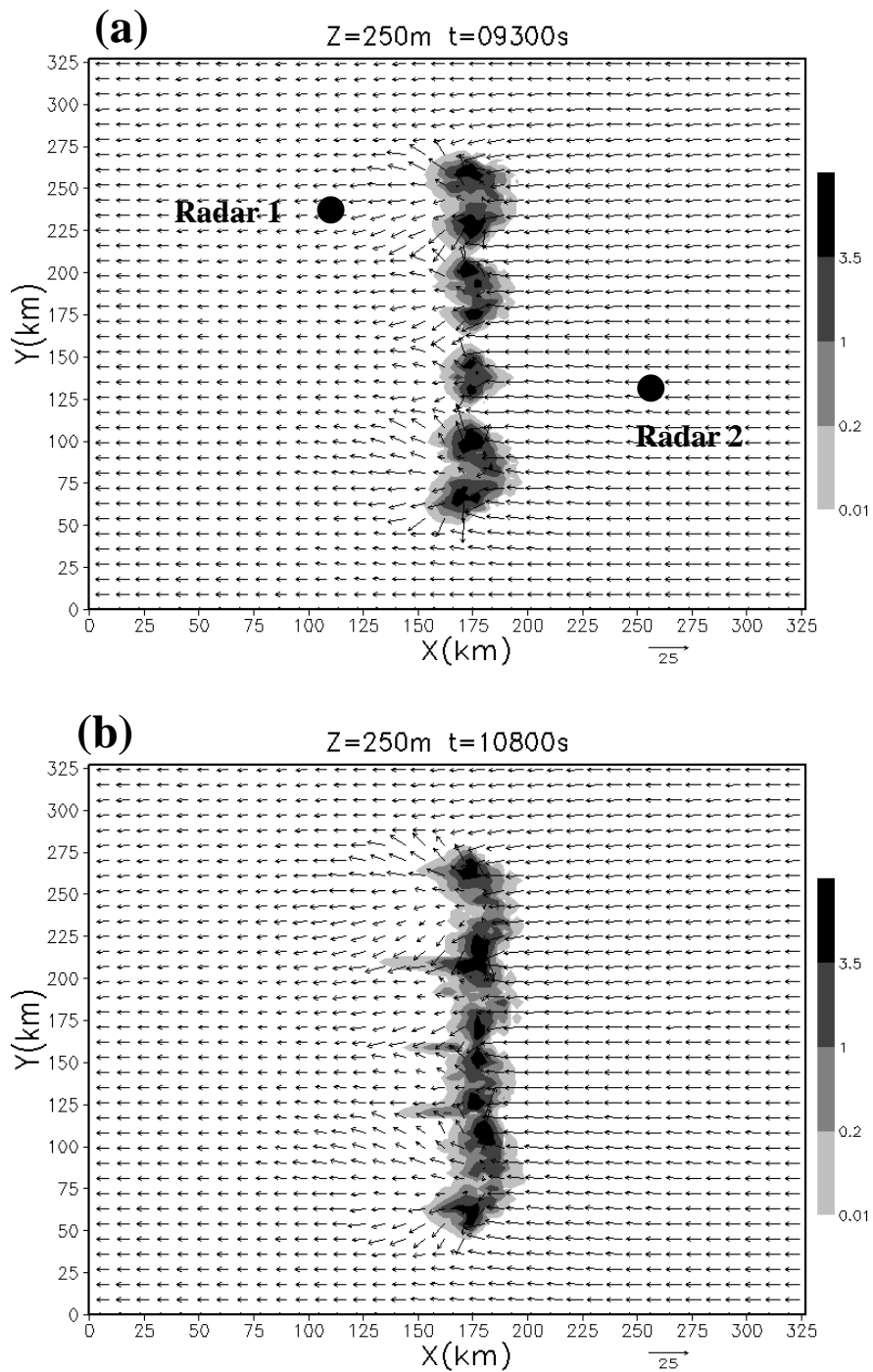


圖 1、Natural run 模擬之雨水混合比( $\text{g kg}^{-1}$ )在高度 250 公尺(模式最底層)的水平剖面圖，模擬時間分別: (a) 9300 秒，(b) 10800 秒。間隔九公里的箭頭表示風場，兩個虛擬雷達 radar1 和 radar2 的位置標示在(a)。

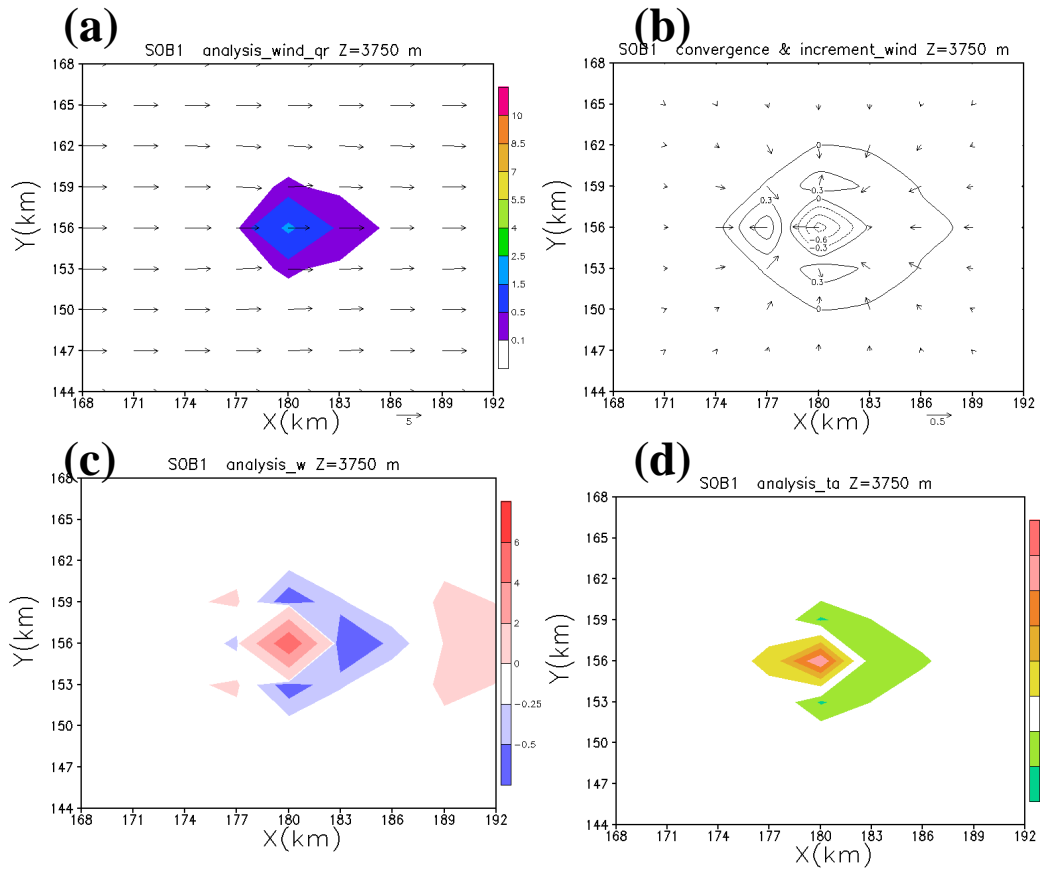


圖 2、實驗 SOB1 同化過程完成後，分析場在高度 3750 公尺的水平分布圖：(a)雨水混和比(色階，單位： $\text{g kg}^{-1}$ )和水平風場(箭頭)；(b)等值線是幅合幅散(間隔為 0.3，單位： $10^3 \text{ s}^{-1}$ )，箭頭是水平風增量 ( $\text{ms}^{-1}$ )；(c)垂直速度(單位： $\text{ms}^{-1}$ )；(d)溫度擾動( $^{\circ}\text{C}$ )。



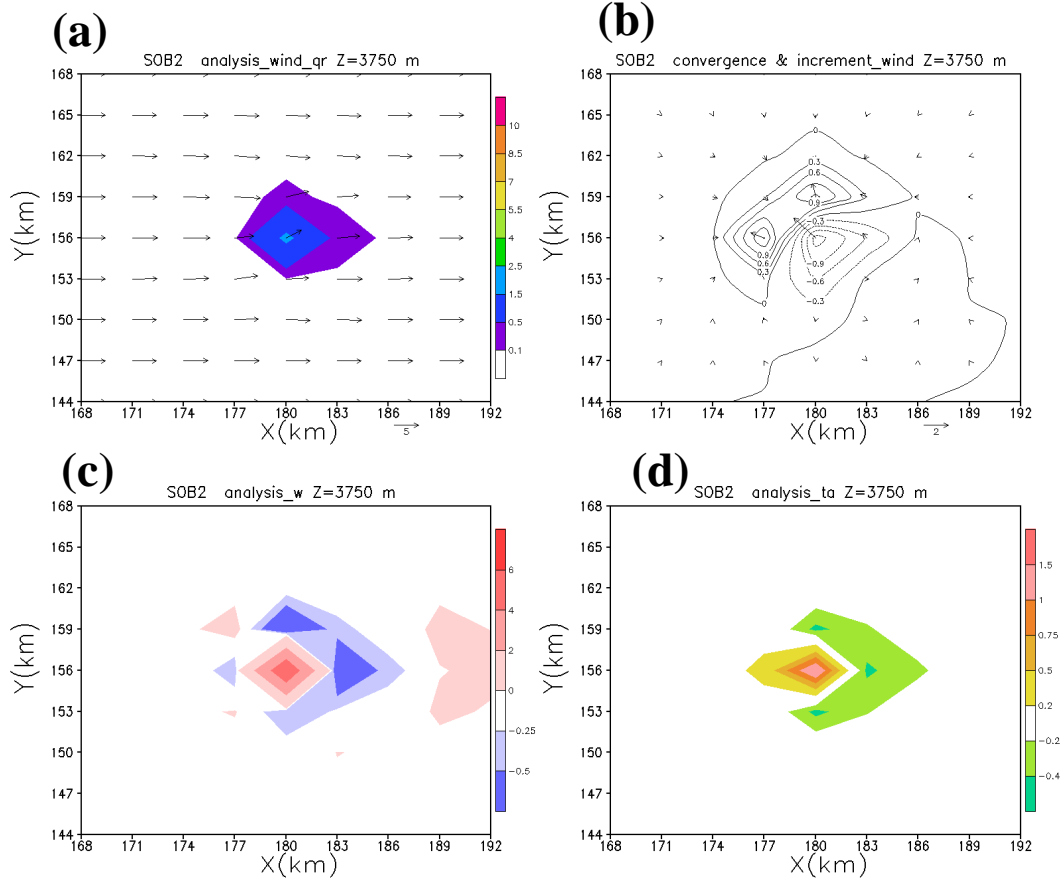


圖 3、同圖 2，但為實驗 SOB2。

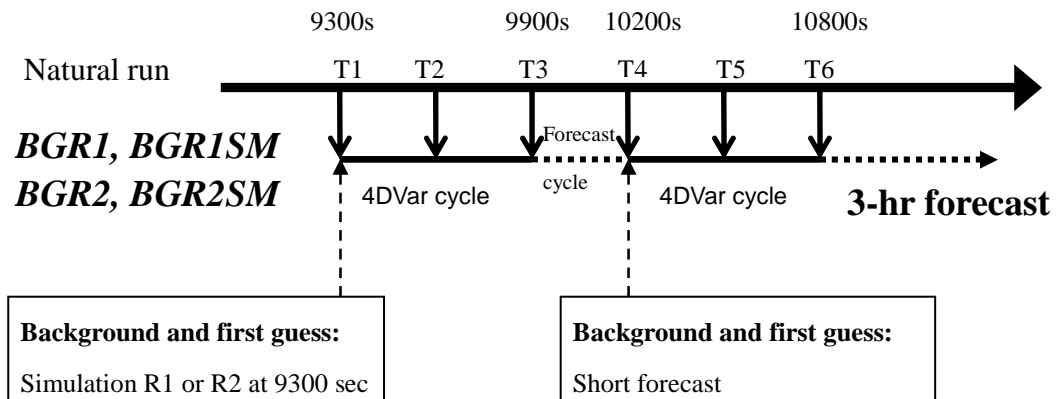


圖 4、實驗 BGR1, BGR1SM, BGR2 和 BGR2SM 的 VDRAS 同化循環和預報示意圖。各 4DVar 同化循環的起始時間被標註在示意圖上方，數字是以 natural run 的模擬時間來表示。實線向下箭頭表示取自 natural run 的虛擬雷達資料，共有六筆同化時間 T1~T6 (9300 秒 ~ 10800 秒，間隔 300 秒)，且各同化時間均同時包含 radar1 和 radar2 的徑向風和回波。

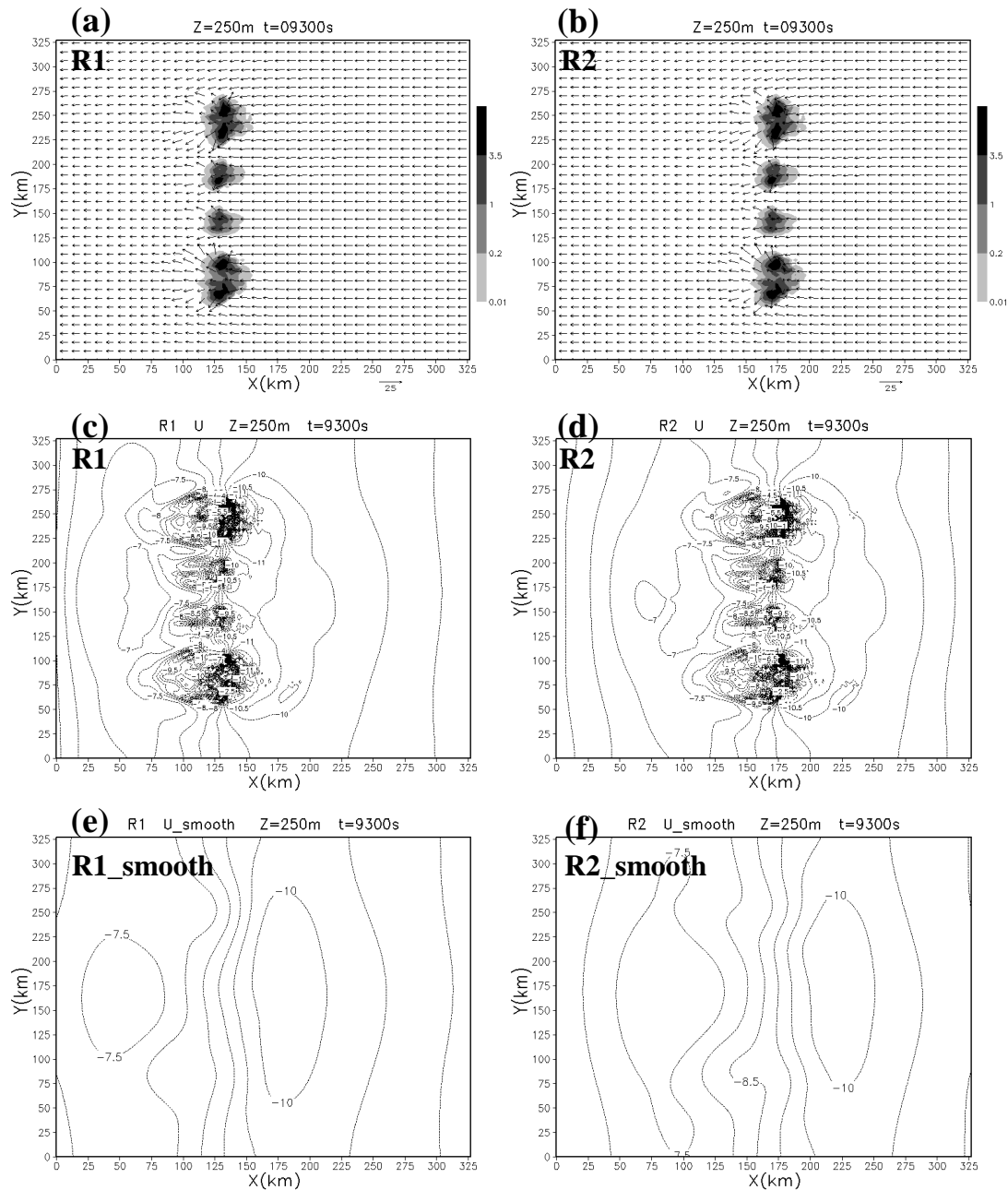


圖 5、在高度 250 公尺，模擬時間 9300 秒的水平分布圖:(a)(b)雨水混合比( $\text{g kg}^{-1}$ )，間隔九公里的箭頭表示風場，(c)(d)風場 u 分量，等值線間隔  $0.5 \text{ m s}^{-1}$ ，(e)(f)經 Barnes 客觀分析法平滑後的風場 u 分量，等值線間隔  $0.5 \text{ m s}^{-1}$ 。左圖均代表模擬 R1，右圖則均是 R2。

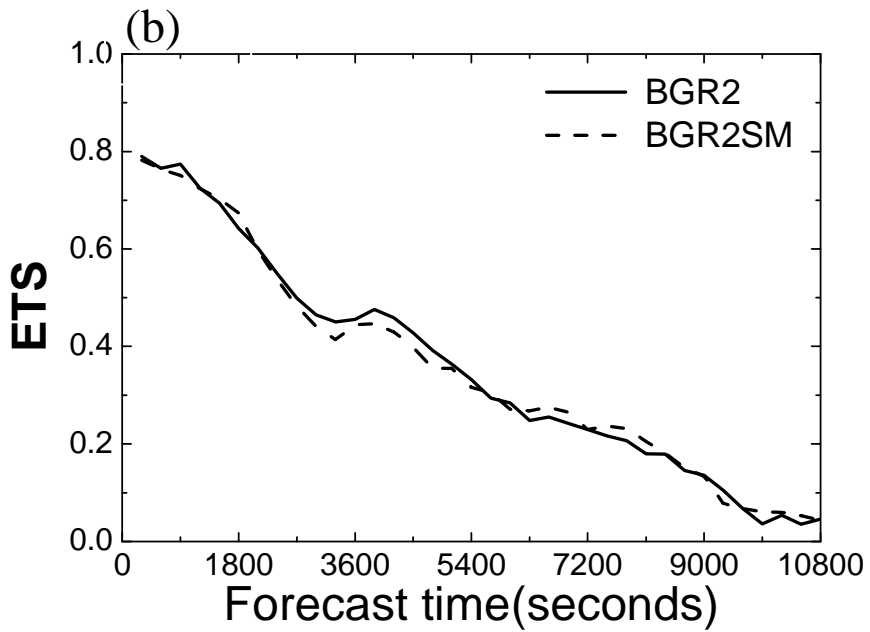
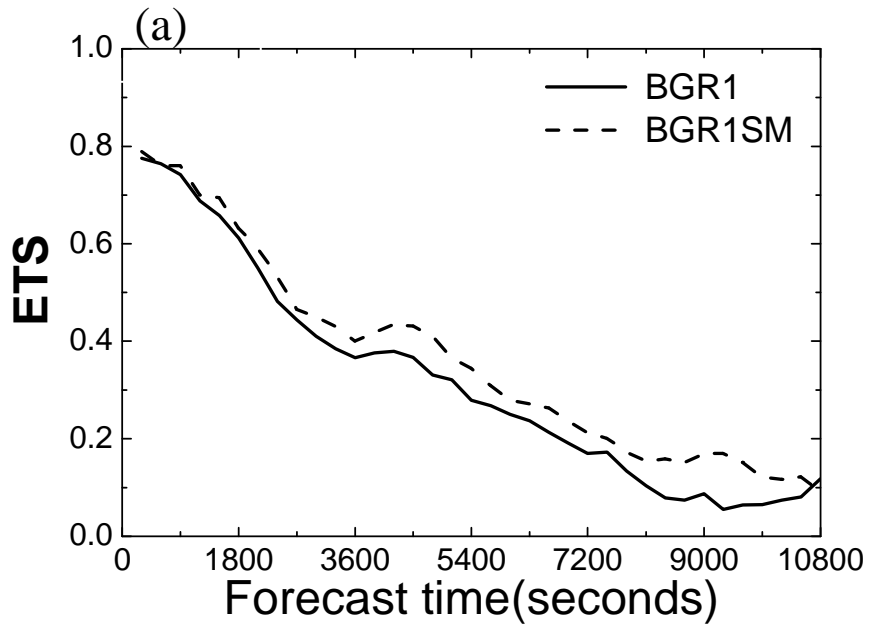


圖 6、每五分鐘累積雨量的 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為  $[1.25\text{mm} (5 \text{ min})^{-1}]$ 。實驗分別：(a)BGR1 和 BGR1SM，(b)BGR2 和 BGR2SM。

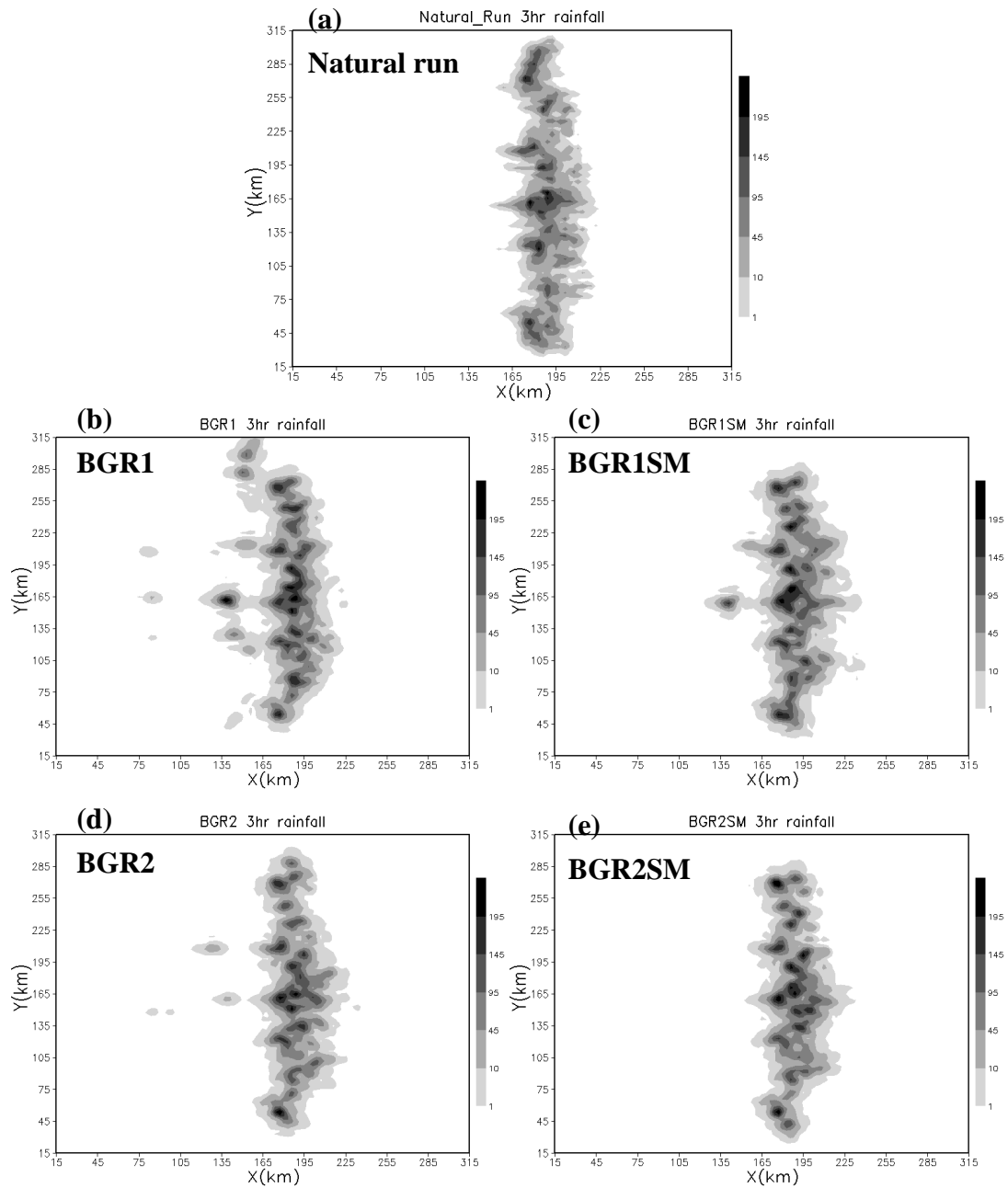
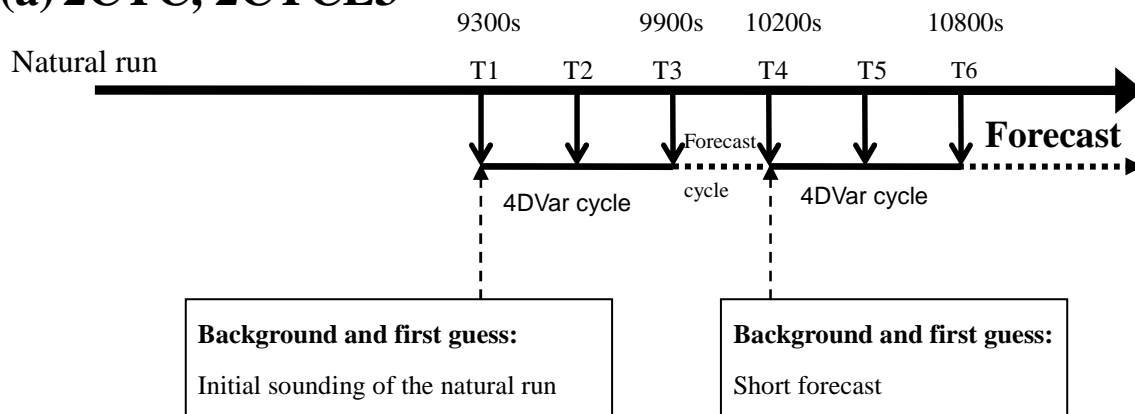
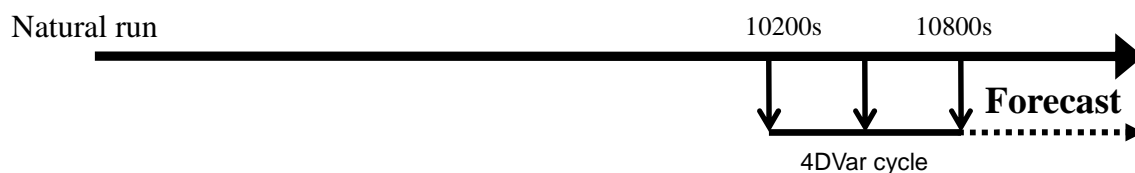


圖 7、(a)Natural run 從模擬時間 10800 秒開始累積三小時的降雨(單位: mm)分布，(b)(c)(d)(e)分別代表實驗 BGR1、BGR1SM、 BGR2 和 BGR2SM 累積三小時的預報降雨(單位: mm)分布。

**(a) 2CYC, 2CYCE3**



**(b) 1CYC, 1CYCE3**



**(c) 3CYC, 3CYCE3, 3CYC\_2E3**

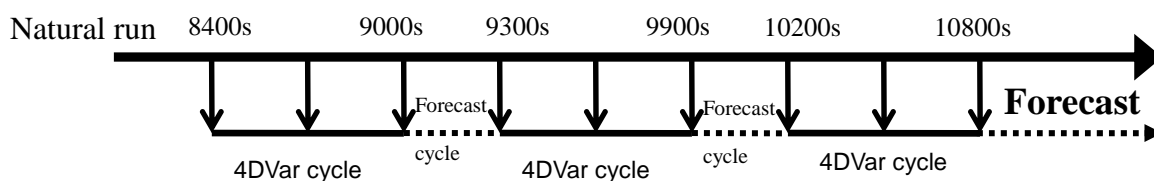


圖 8、VDRAS 同化循環和預報示意圖，分別代表實驗(a)(b)2CYC 和 2CYCE3; (b) 1CYC 和 1CYCE3; (c) 3CYC，3CYCE3 和 3CYC\_2E3。在這些實驗中，第一個循環的背景場和初始猜值均是由 natural run 的初始探空所提供。

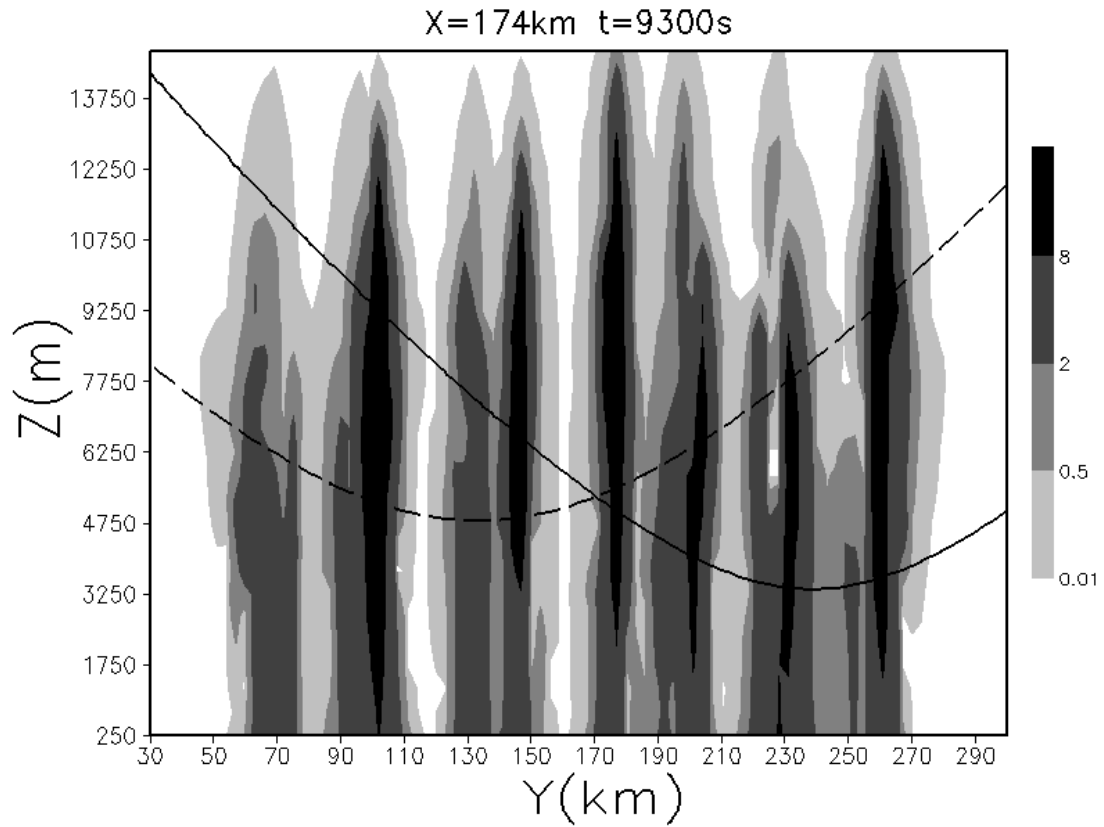


圖 9、Natural run 在模擬時間 9300 秒，延 X = 174 公里的雨水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )垂直分布圖。實線和虛線分別是代表 radar1 和 radar2 三度仰角電磁波束掃過此剖面的高度。此仰角高度有考慮地球曲率。

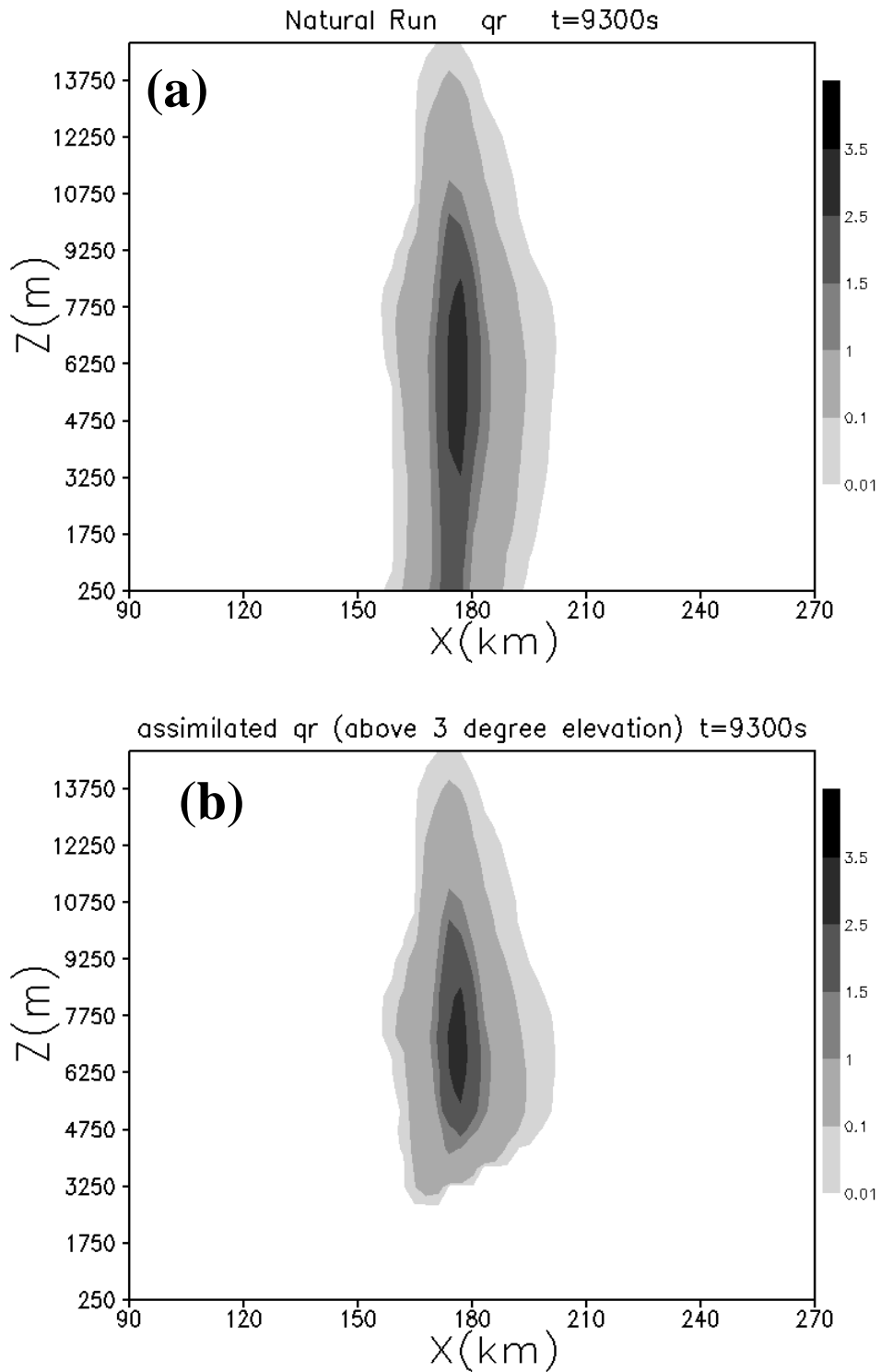


圖 10、(a) natural run 在模擬時間  $T=9300$  秒，沿颶線(Y 方向)平均的雨水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )垂直剖面圖。(b)同(a)，但在 radar1 和 radar2 觀測  $3^\circ$  仰角高度以上的雨水混和比才納入計算。



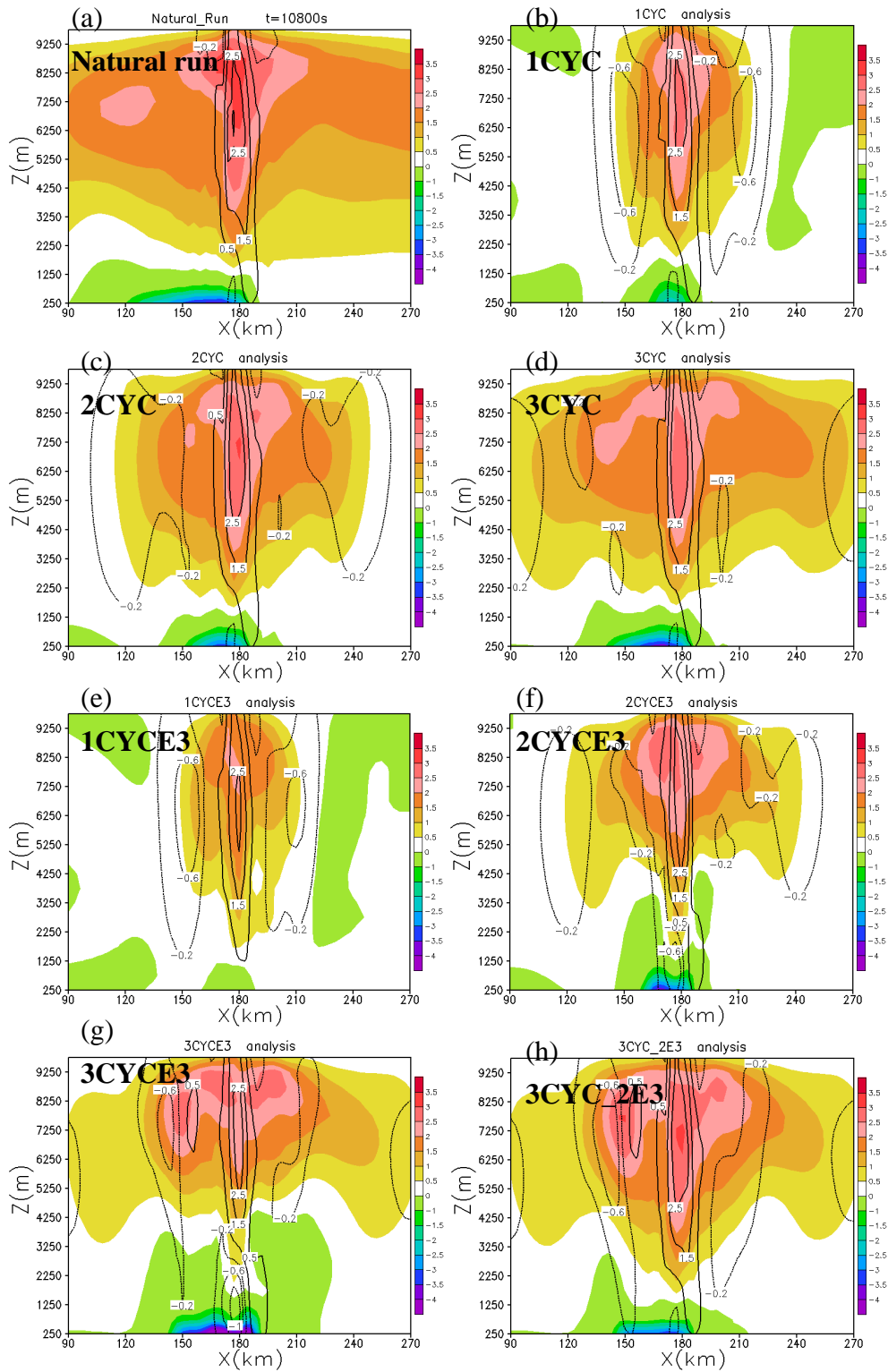


圖 11、色階和等值線分別是沿颶線(Y 方向)平均的溫度擾動( $^{\circ}\text{C}$ )和風場垂直速度(等值線間隔 2.5, 1.5, 0.5, -0.2, -0.6, -1.0  $\text{m s}^{-1}$ )。(a)Natural run 在模擬時間 10800 秒。(b)實驗 1CYC、(c)2CYC、(d)3CYC、(e)1CYCE3、(f)2CYCE3、(g)3CYCE3 和(h)3CYC\_2E3 在同化過程結束時間的分析場。

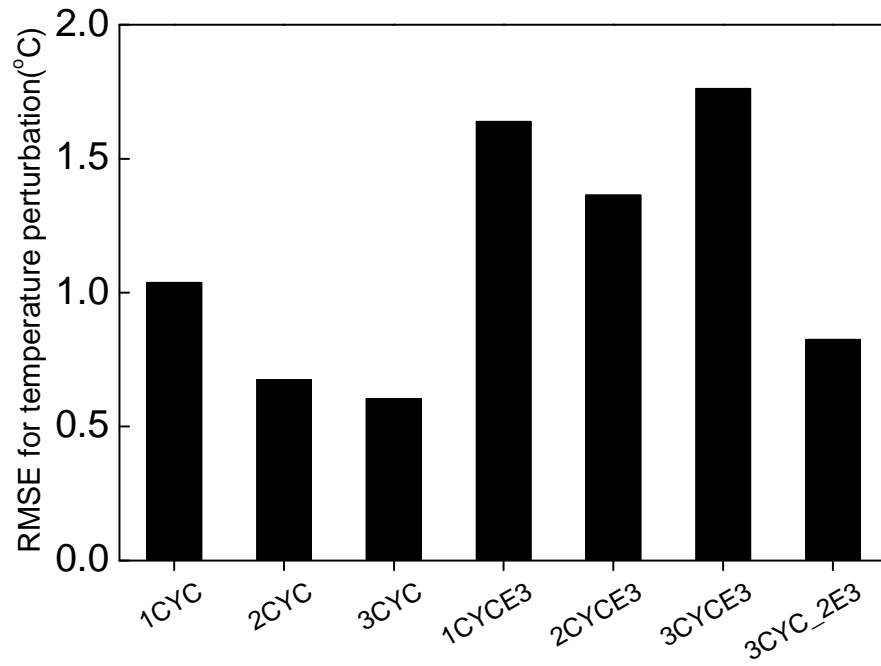


圖 12、七個實驗(標註在 X 軸)相較於 natural run 的溫度擾動均方根誤差 (RMSE) (°C)。此計算範圍限制於冷池區域，其回波大於 0 dBZ 及高度低於 3250 公尺。

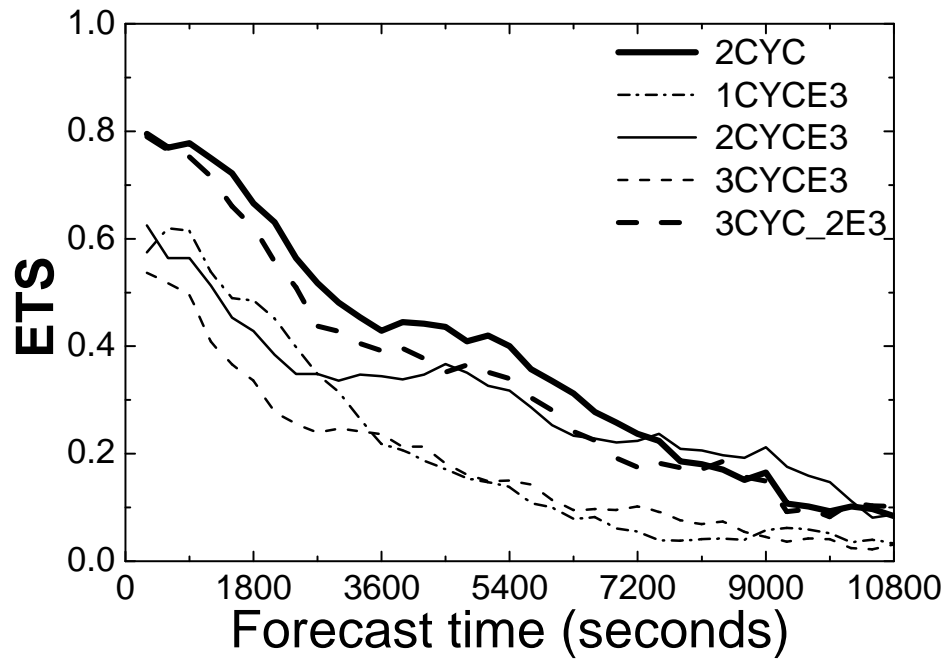
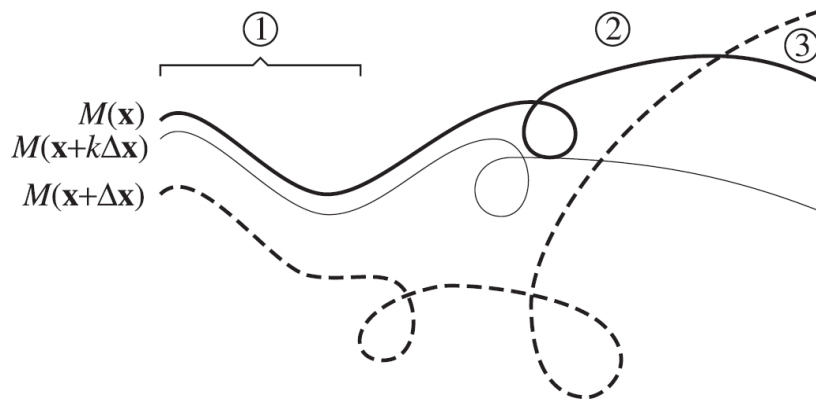


圖 13、實驗 2CYC、1CYCE3、2CYCE3、3CYCE3 和 3CYC\_2E3 的每五分鐘累積雨量 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為 $[1.25\text{mm} (5 \text{ min})^{-1}]$ 。



- ① Linear regime:  $M(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}) \approx M(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{x} (\partial M/\partial\mathbf{x})$   
 $\rightarrow M(\mathbf{x}+k\Delta\mathbf{x}) - M(\mathbf{x}) \approx k [M(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}) - M(\mathbf{x})]$
- ② Nonlin. regime:  $M(\mathbf{x}+k\Delta\mathbf{x}) - M(\mathbf{x}) \neq k [M(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x}) - M(\mathbf{x})]$
- ③ Contradictory region: Adjusting  $\mathbf{x}$  towards  $\mathbf{x}+k\Delta\mathbf{x}$  at the initial time worsens the fit with the data from  $M(\mathbf{x}+\Delta\mathbf{x})$

FIG. 1. Schematic illustration of the trajectory in phase space of three model runs  $M$  starting with three different initial conditions:  $\mathbf{x}$  the original initial conditions,  $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$  the initial conditions that would minimize the errors with respect to observations, and  $\mathbf{x} + k\Delta\mathbf{x}$ . The latter represents initial conditions that an algorithm trying to minimize the difference between  $M(\mathbf{x})$  and  $M(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$  might try in an attempt to evaluate whether moving the initial conditions from  $\mathbf{x}$  toward  $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$  improves the fit with observations. Three regimes can be observed: 1) a linear regime, where  $M(\mathbf{x} + k\Delta\mathbf{x})$  is  $k/(1 - k)$  closer to  $M(\mathbf{x})$  than to  $M(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$ , such a regime makes it easy for error minimization algorithms to adjust initial conditions from  $\mathbf{x}$  to  $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$ ; 2) a nonlinear regime, where  $M(\mathbf{x} + k\Delta\mathbf{x})$  is not  $k/(1 - k)$  closer to  $M(\mathbf{x})$  than to  $M(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$ , such a regime makes it harder for error minimization algorithms to adjust initial conditions from  $\mathbf{x}$  to  $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$ ; 3) a contradictory regime, a special case of the nonlinear regime, where changing initial conditions from  $\mathbf{x}$  to  $\mathbf{x} + k\Delta\mathbf{x}$ , i.e., closer to the  $\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}$  that minimizes the difference with observations, actually worsens the fit between  $M$  and  $M(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x})$ , possibly misleading the minimization algorithm to go away from the right answer.

圖 14、摘自 Fabry and Sun (2010, Figure 1) 的模式軌跡示意圖。

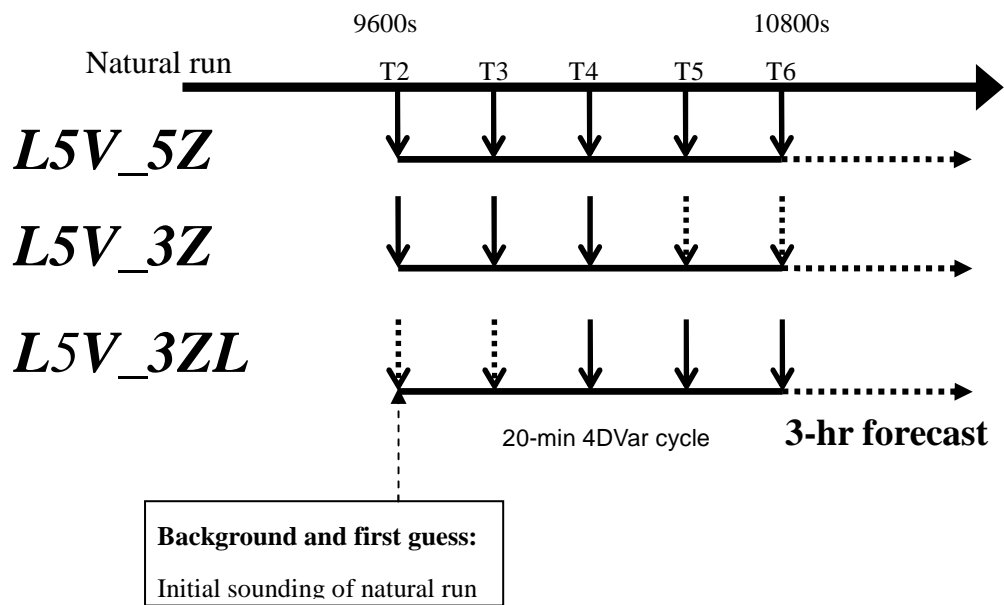


圖 15、實驗 L5V\_5Z, L5V\_3Z and L5V\_3ZL 的 VDRAS 同化循環和預報示意圖。20 分鐘長 4DVar 同化循環開始於 natural run 模擬時間 T=9300 秒，該時間與實驗 2CYC 的時間 T2 相同。虛線向下箭頭表示該時間只同化徑向風，不同化回波。

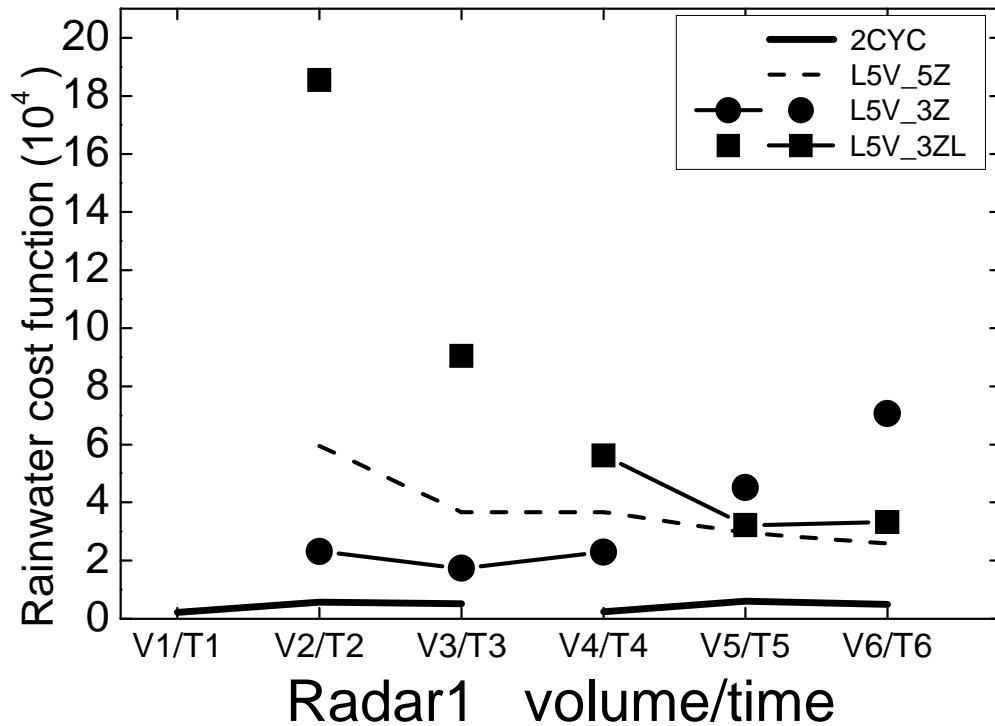


圖 16、實驗 2CYC (—), L5V\_5Z (---), L5V\_3Z(—●—) and L5V\_3ZL (—■—). 在完成極小化疊代過程後，計算各實驗對 radar1 各筆觀測資料(V1-V6)的雨水混和比價值函數(公式 19 的雨水混和比項)。實心圓點●和方塊■分別代表實驗 L5V\_3Z and L5V\_3ZL 未同化該筆回波資料，仍計算雨水混和比的價值函數，代表該時間的模式誤差。T1-T6 代表同化時間，從 T=9300 秒至 10800 秒，間隔 300 秒。

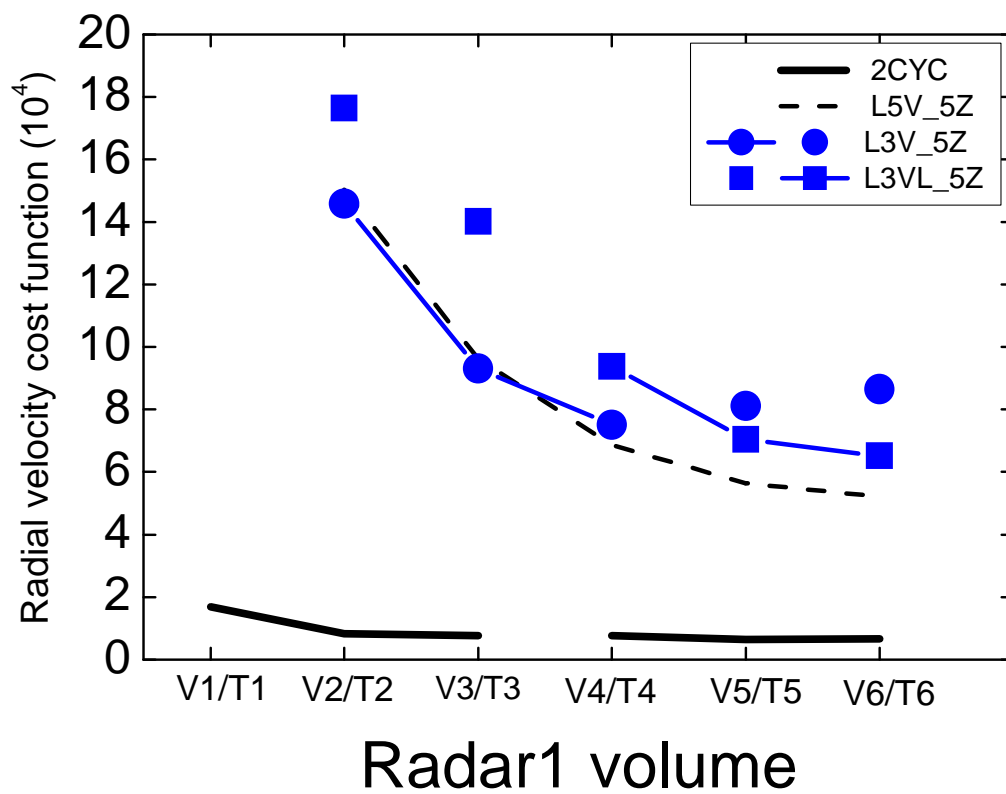


圖 17、同圖 16，但縱軸表示徑向風價值函數值(公式 19 的徑向風項)，且各圖示表示實驗 2CYC (—), L5V\_5Z (---), L3V\_5Z(—●—, ●) 和 L3VL\_5ZL (—■—, ■)。

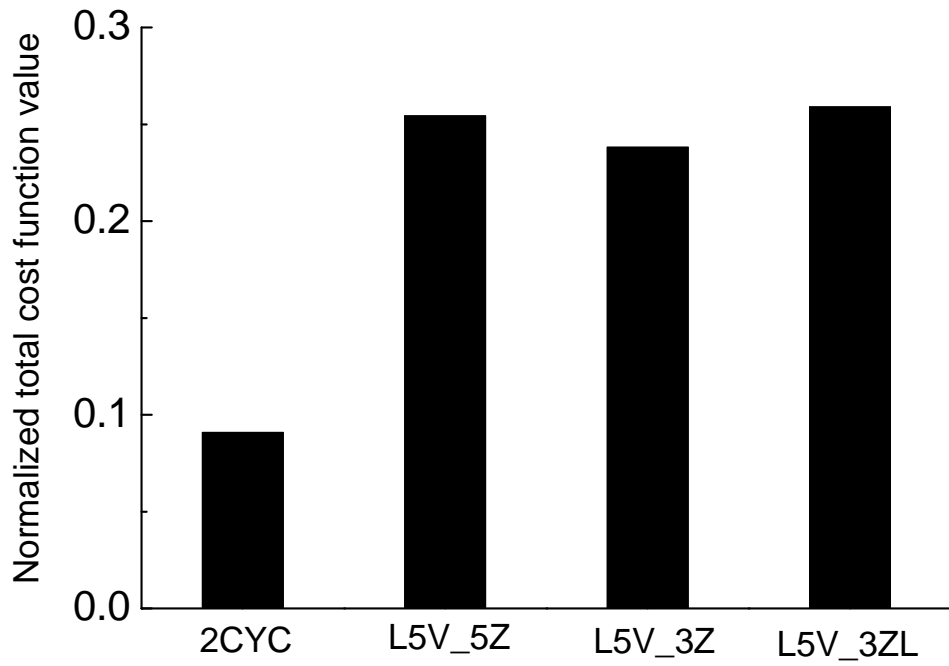


圖 18、實驗 2CYC, L5V\_5Z, L5V\_3Z 和 L5V\_3ZL 的歸一化(Normalized)總價值函數(公式 19 的 J)。



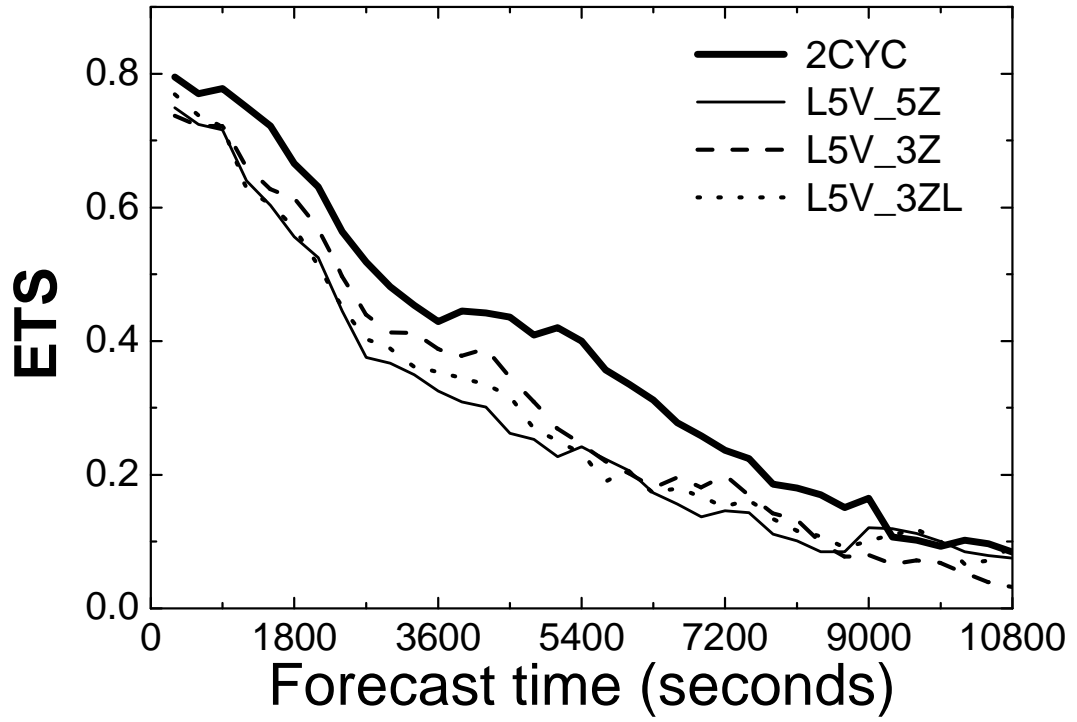
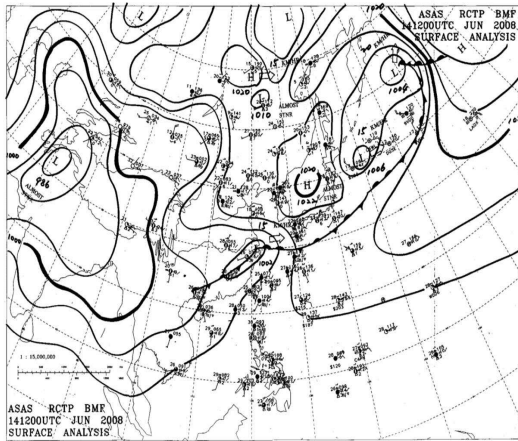
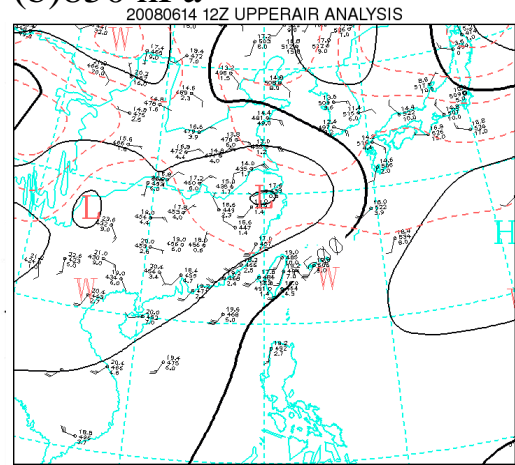


圖 19、實驗 2CYC、L5V\_5Z、L5V\_3Z 和 L5V\_3ZL 的每五分鐘累積雨量 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為 $[1.25\text{mm} (5 \text{ min})^{-1}]$ 。

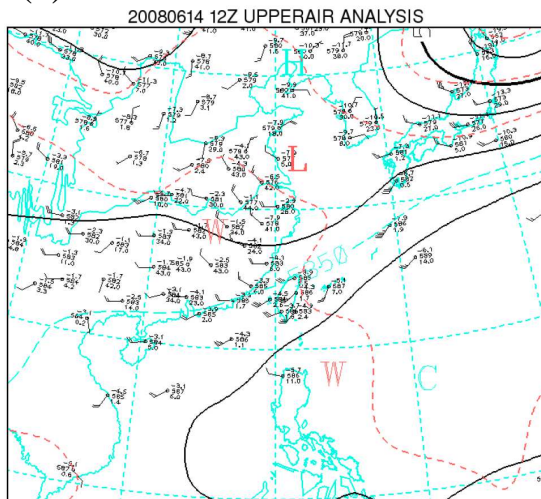
(a) 地面



(b) 850 hPa



(c) 500 hPa



(d) 200 hPa

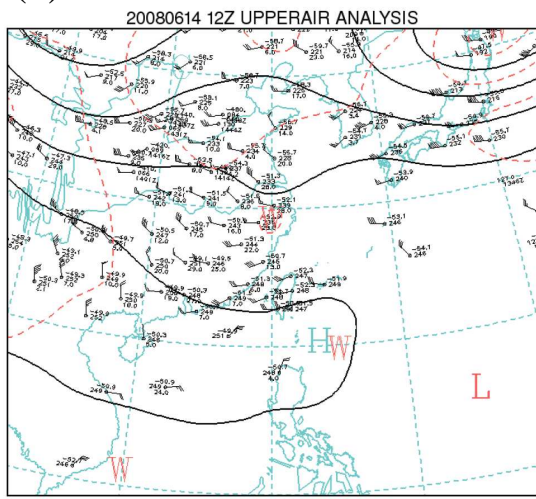


圖20、2008年6月14日1200UTC之(a)地面、(b)850hPa、(c)500 hPa 和(d)200 hPa天氣分析圖。

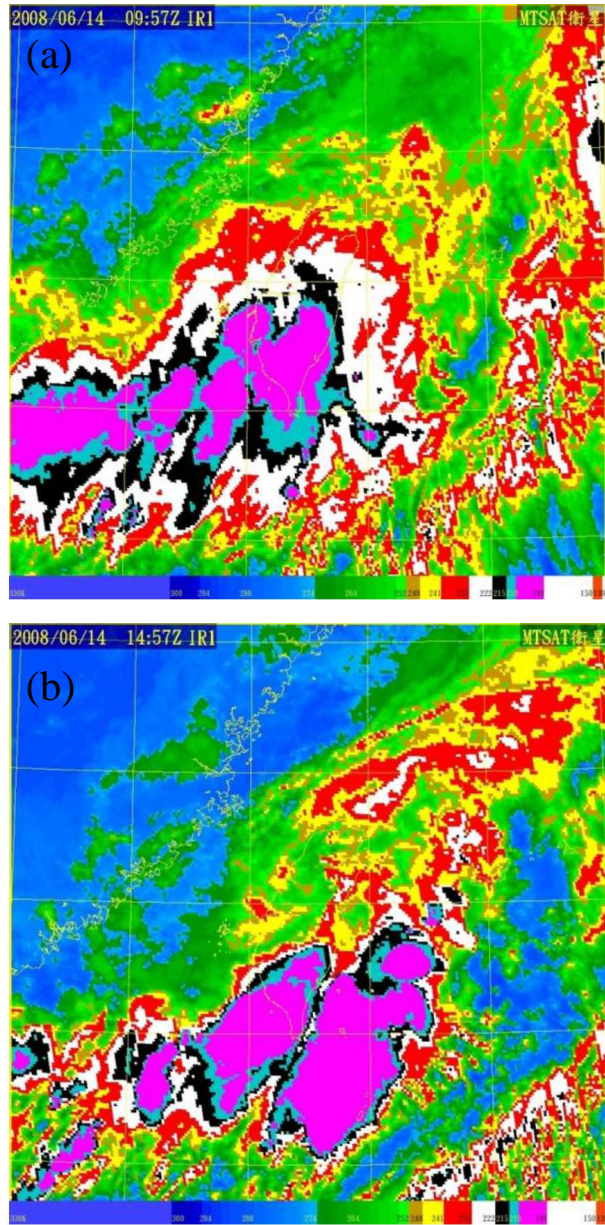


圖21、2008年6月14日(a)0957 UTC和(b)1457 UTC的色調強化紅外線衛星雲圖。

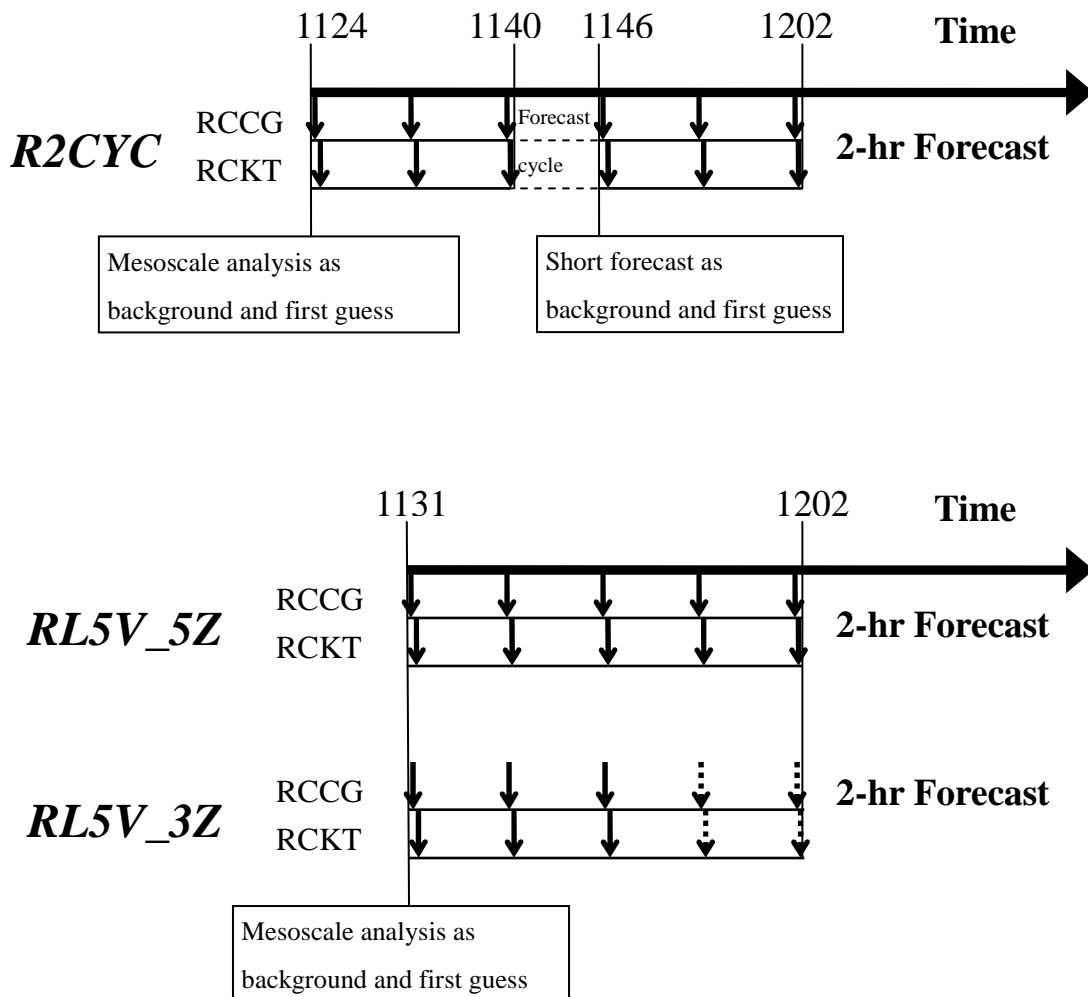


圖22、實驗R2CYC、RL5V\_5Z和RL5V\_3Z的同化循環和預報示意圖，上方數字代表同化窗區時間(UTC)，向下箭頭表示雷達RCCG和RCKT觀測資料，間隔7.5分鐘。

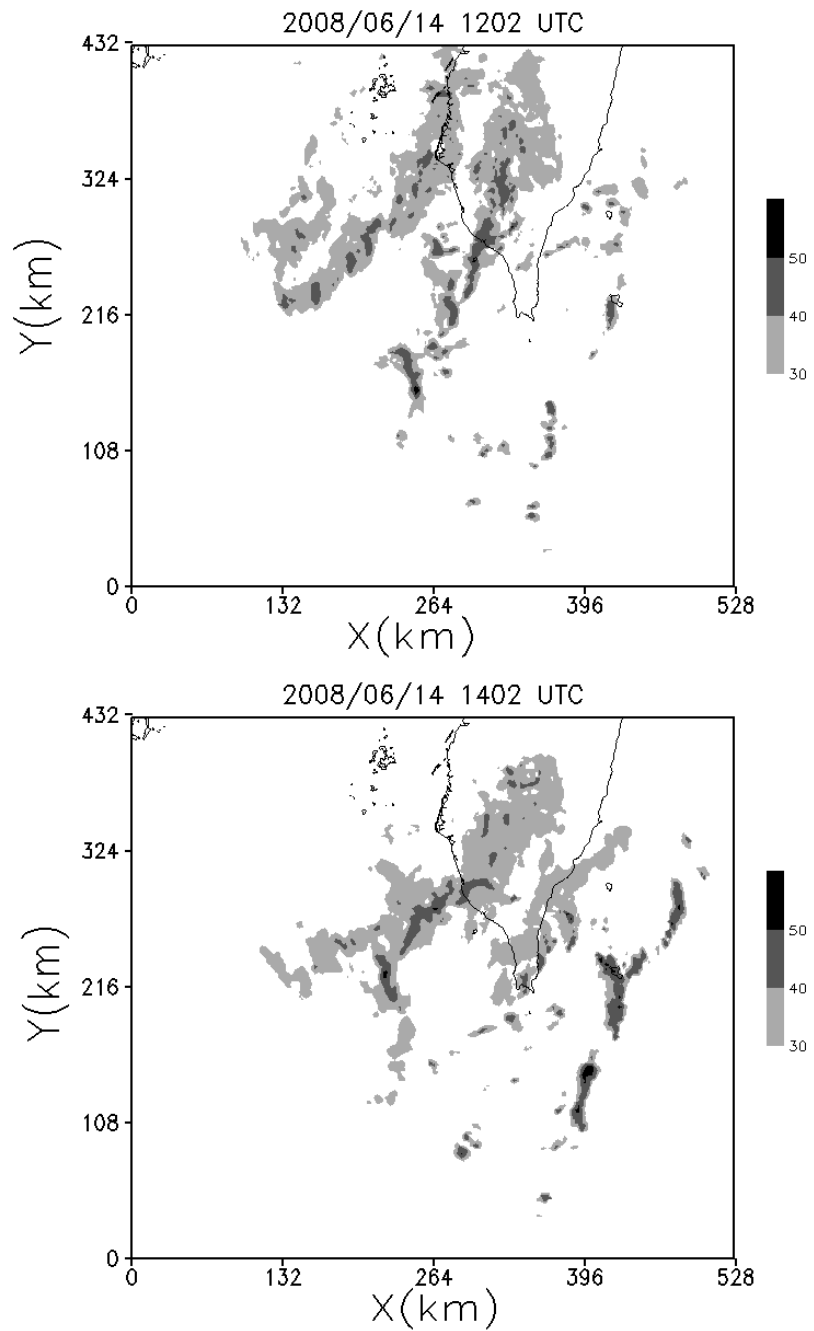


圖23、2008年6月14日七股(RCCG)和墾丁(RCKT)雷達合成最大回波圖，時間分別為(a)1202 UTC；(b)1402 UTC。陰影為回波值，單位為dbz。

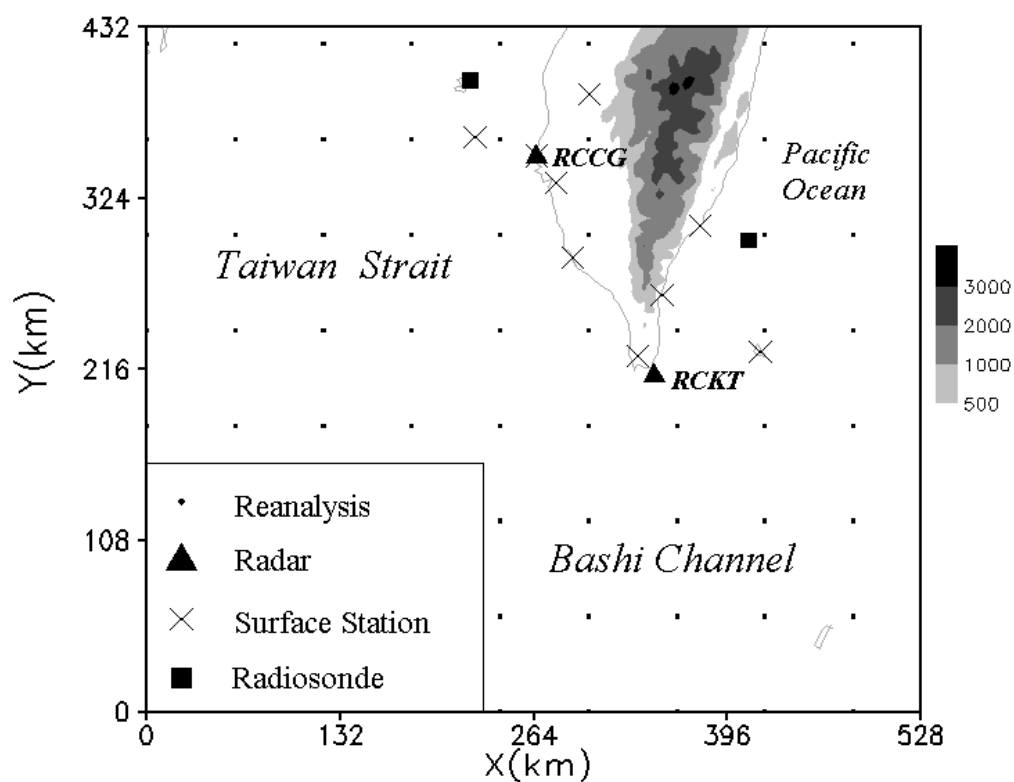


圖 24、SoWMEX IOP #8 個案的各資料來源相關位置及模擬區域圖。▲代表雷達，×代表地面測站，■代表探空站，·則是 ECMWF 再分析場資料。灰色色階代表地形高度(公尺)。此圖區域亦是代表 VDRAS 的實驗區域。

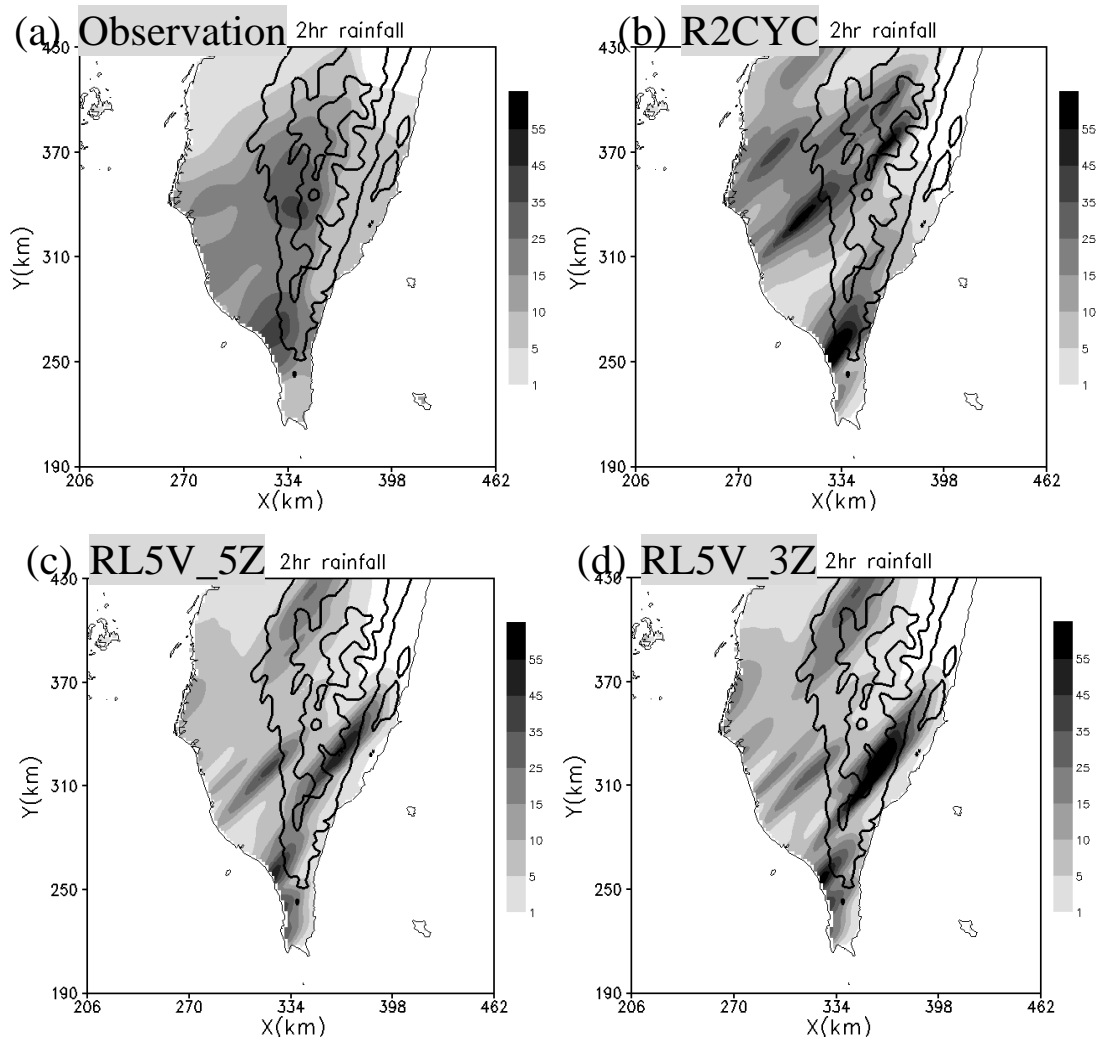


圖 25、兩小時累積雨量分布圖(單位為 mm)，(a)自動雨量站觀測，(b)(c)(d)分別為實驗 R2CYC，RL5V\_5Z 和 RL5V\_3Z 預報。

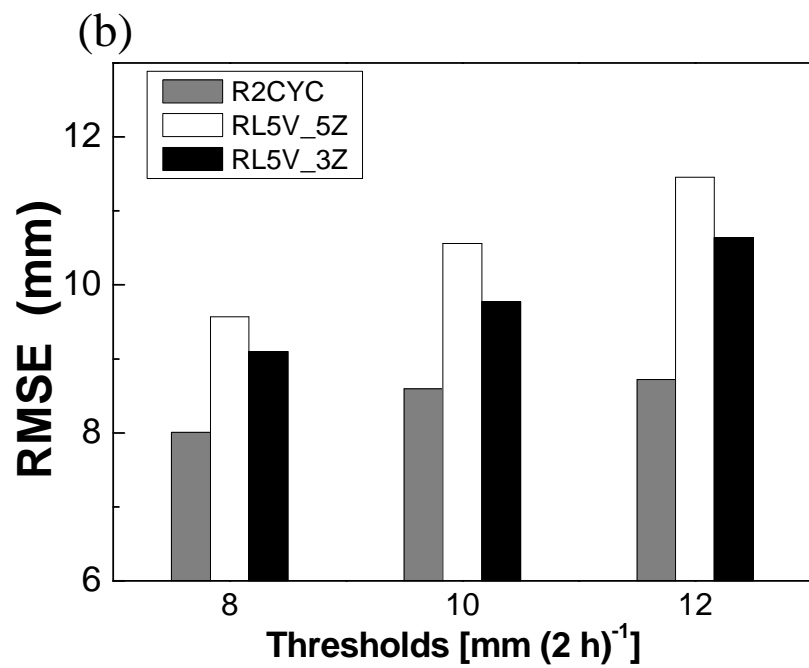
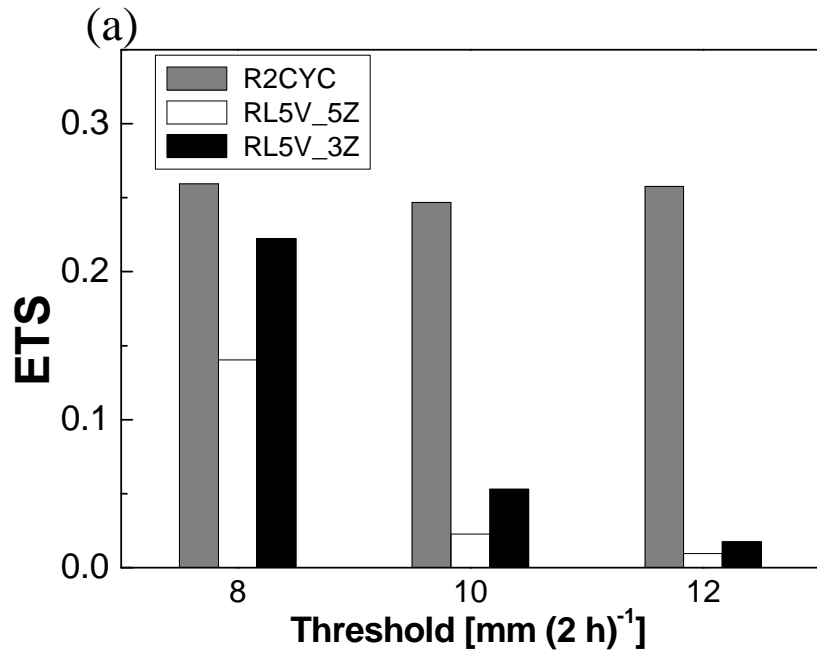


圖 26、實驗 R2CYC、RL5V\_5Z 和 RL5V\_3Z，針對不同門檻值的預報兩小時累積降雨(a)ETS 和(b)RMSE 分數比較圖。



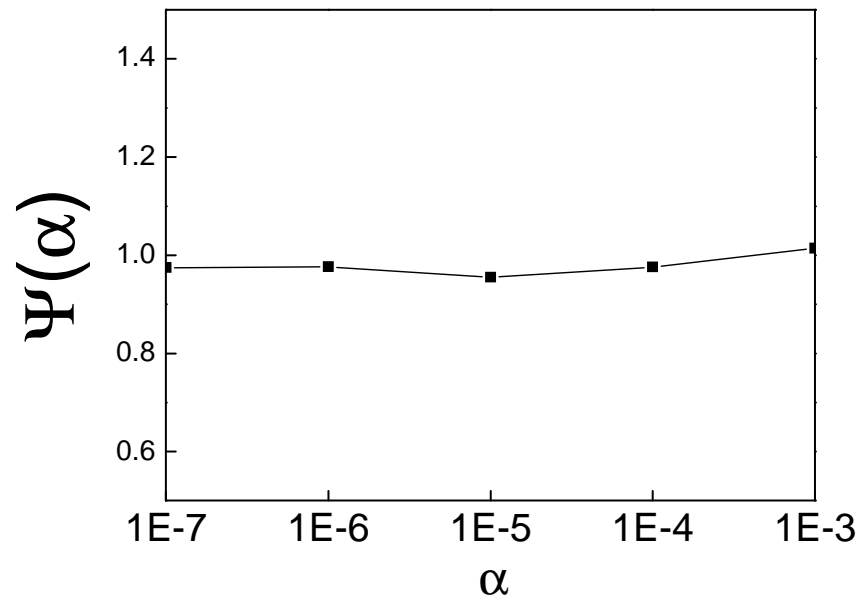


圖27、函數 $\Phi$ 對變數 $\alpha$ 的折線圖。

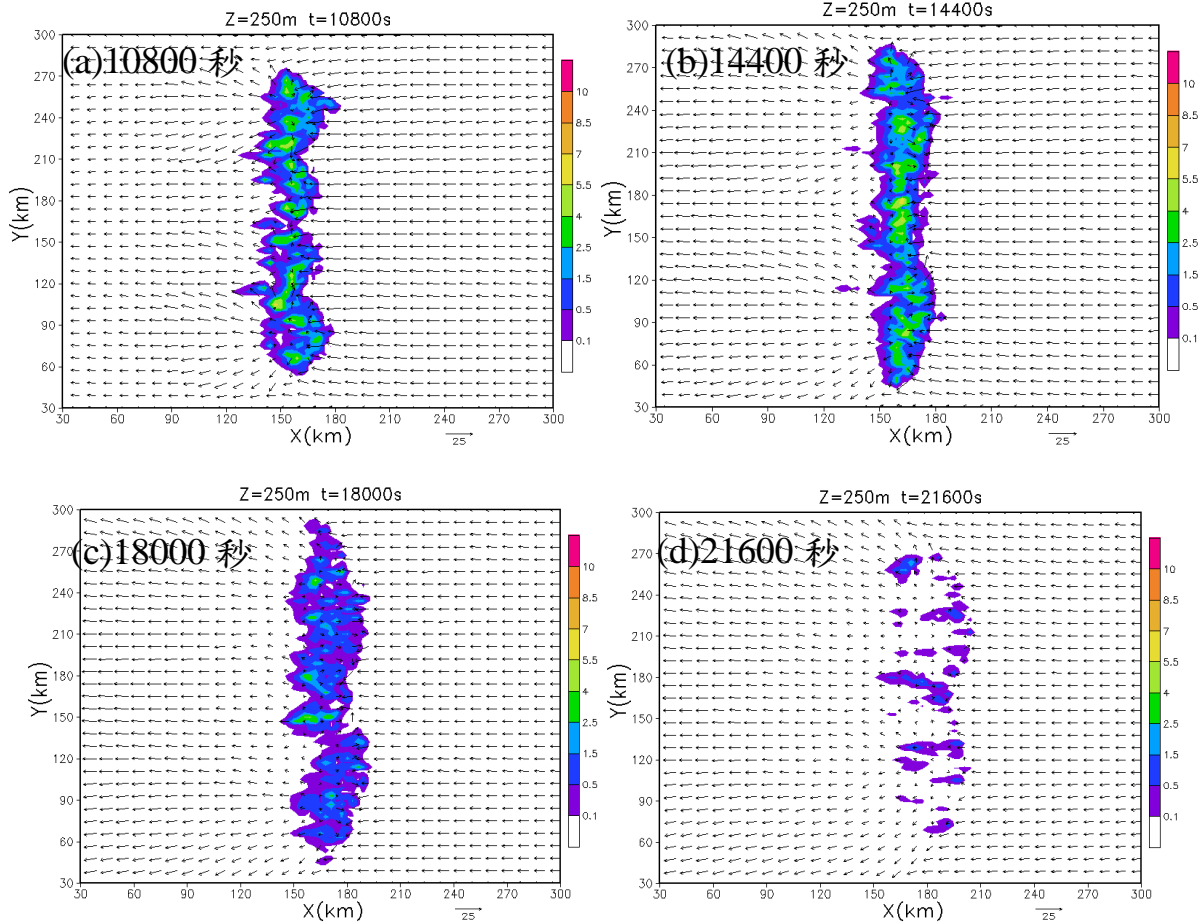


圖28、natural\_run\_warm所模擬之底層雨水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )水平分布圖，高度250公尺。模擬時間分別在(a)10800秒，(b)14400秒，(c)18000秒，和(d)21600秒。間隔九公里的箭頭表示風場。

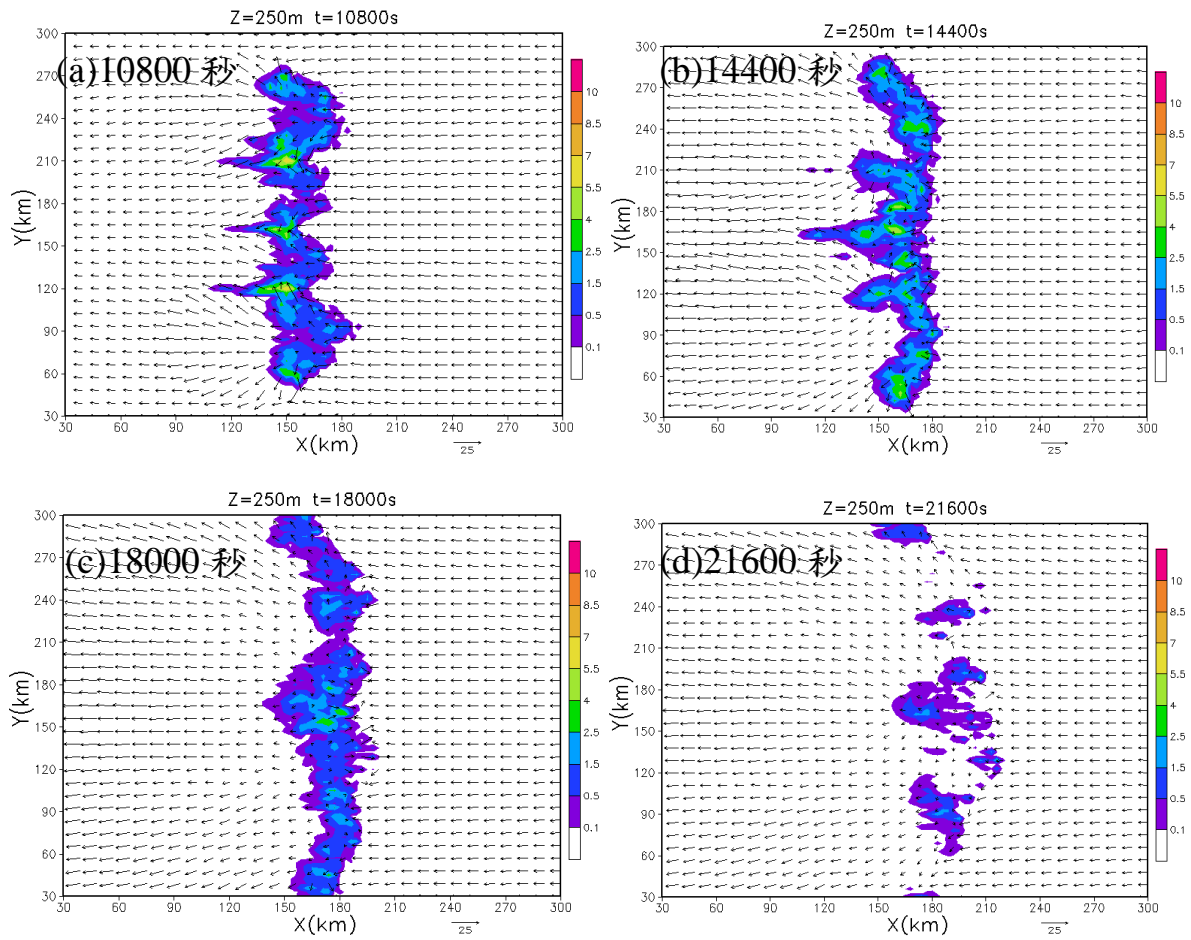


圖29、同圖21，但為natural\_run\_ice。

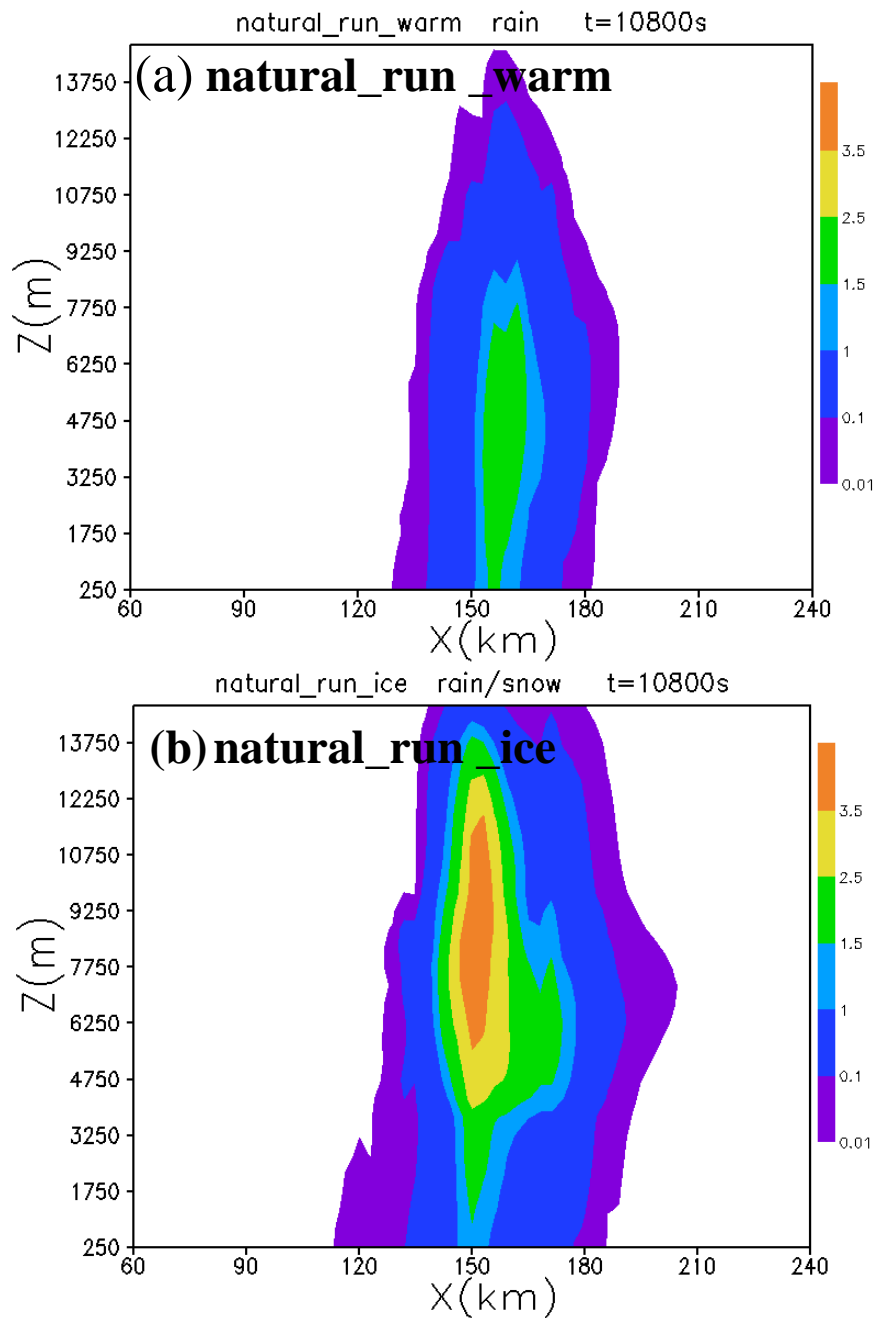


圖30、(a)natural\_run\_warm在模擬時間10800 秒，沿颱風線(Y方向)平均的雨水混和比( $g\ kg^{-1}$ )垂直分布，(b) natural\_run\_ice同時間的雨水和雪水混和比( $g\ kg^{-1}$ )分布圖。

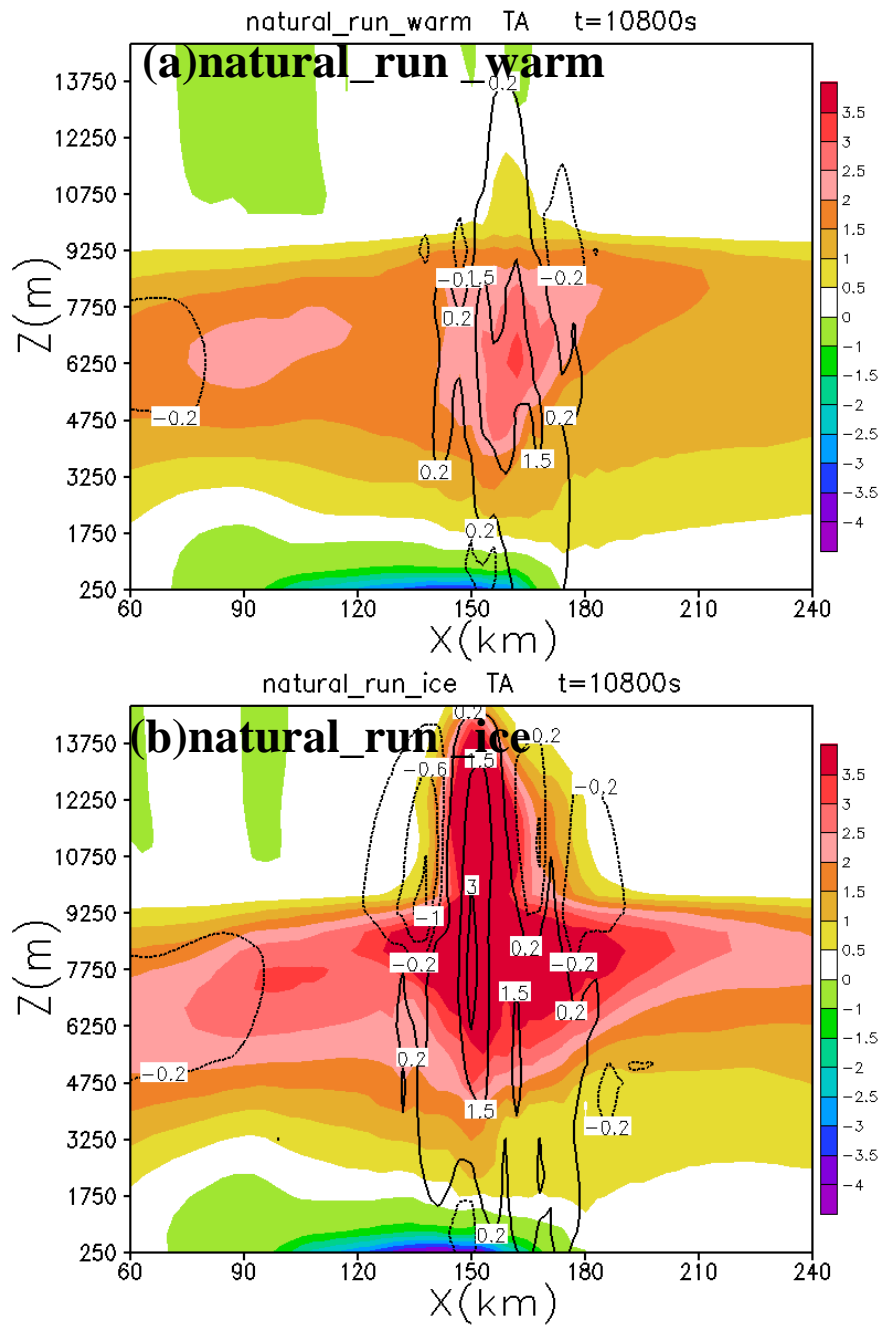


圖31、在模擬時間10800 秒，沿颶線(Y方向)平均的溫度擾動( $^{\circ}\text{C}$ )(色階)和垂直速度(等值線)垂直分布(等值線間隔 3, 1.5, 0.2, -0.2, -0.6 , -1.0  $\text{m s}^{-1}$ )， (a) natural\_run\_warm， (b) natural\_run\_ice 。

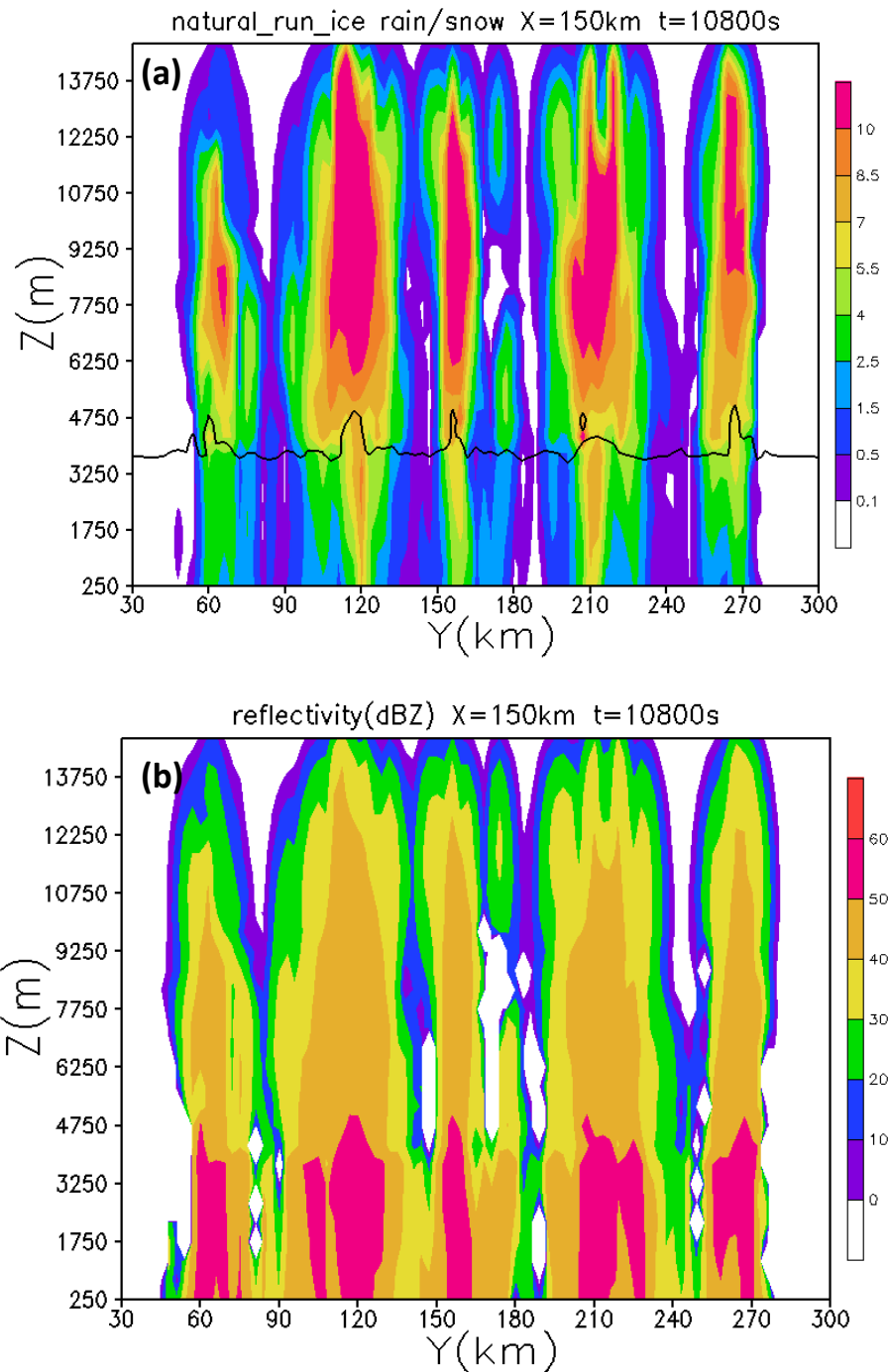


圖32、(a) natural\_run\_ice沿X=150公里的雨水與雪水混和比( $\text{g kg}^{-1}$ )垂直分布(色階)，實線表示結冰高度，(b) 由圖(a) 雨水與雪水混和比所計算得到的虛擬回波值(dBZ)。時間是在10800秒。

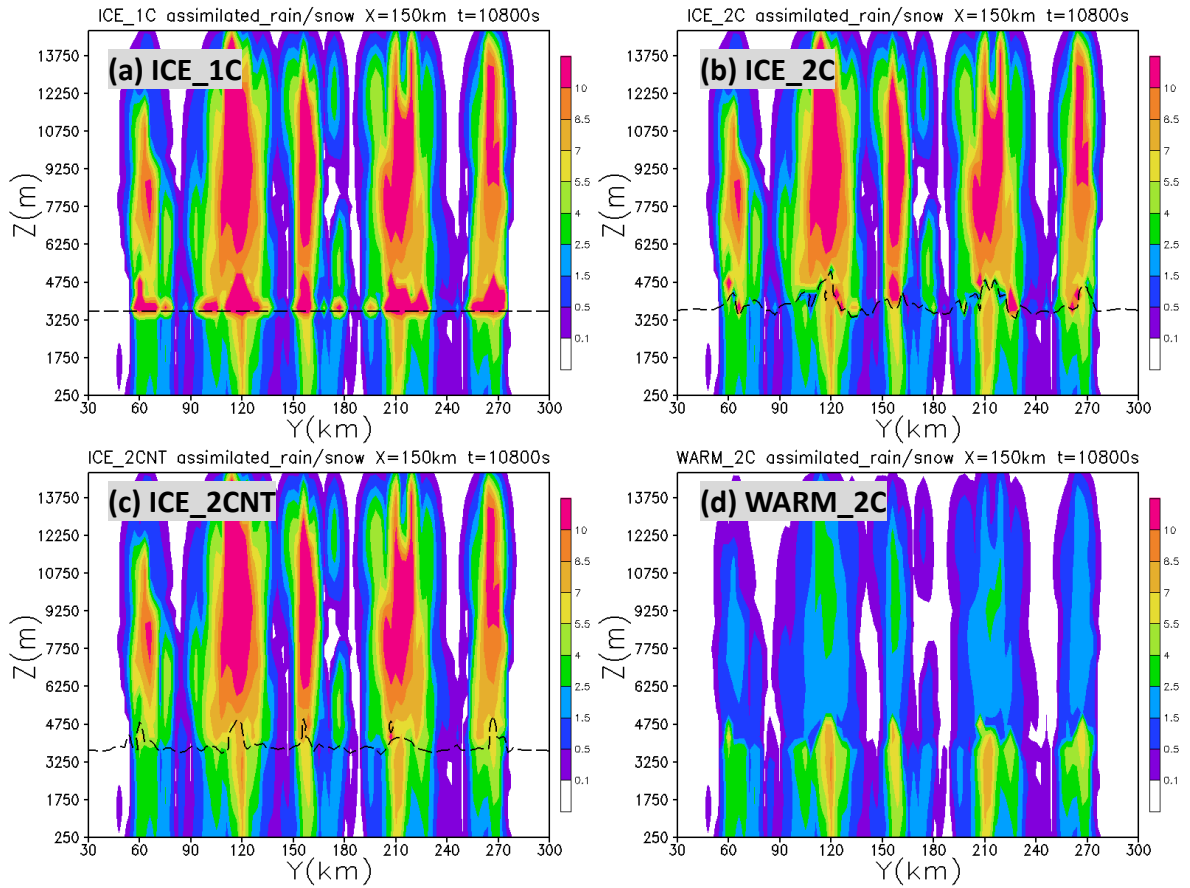


圖 33、實驗(a) ICE\_1C，(b)ICE\_2C，(c)ICE\_2CNT 中由回波所計算，被用於同化(公式 19 的  $q_r$  項)的雨水與雪水混和比( $g\ kg^{-1}$ ) 垂直分布。虛線代表個實驗雨水和雪水分界。(d)實驗 WARM\_2C 只有暖雨過程，所以無分界。剖面位置是沿 X=150 公里，時間是 t=10800 秒。

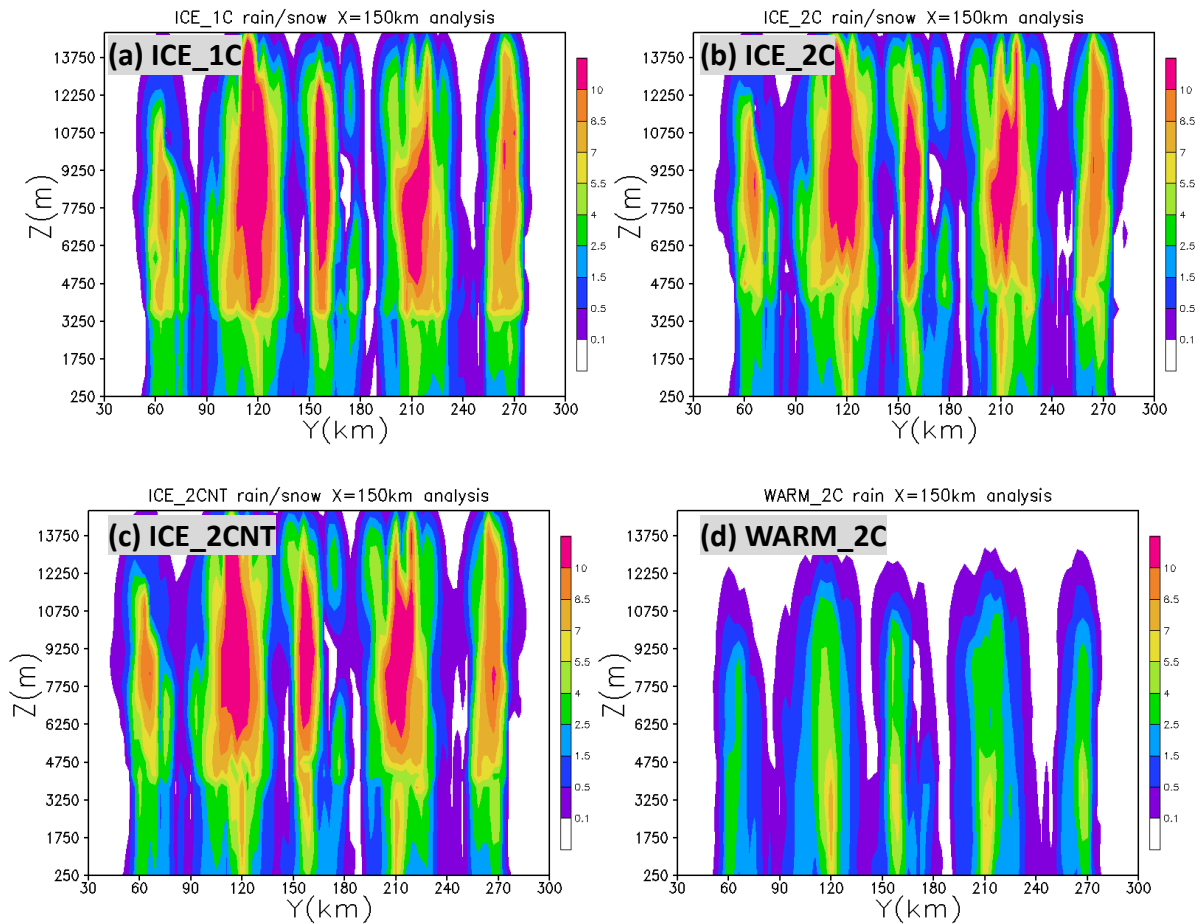


圖 34、沿 X=150 公里，時間是 t=10800 秒的反演雨水和雪水混和比( $g\ kg^{-1}$ ) 垂直分析場。實驗(a) ICE\_1C，(b)ICE\_2C，(c)ICE\_2CNT，(d) WARM\_2C。



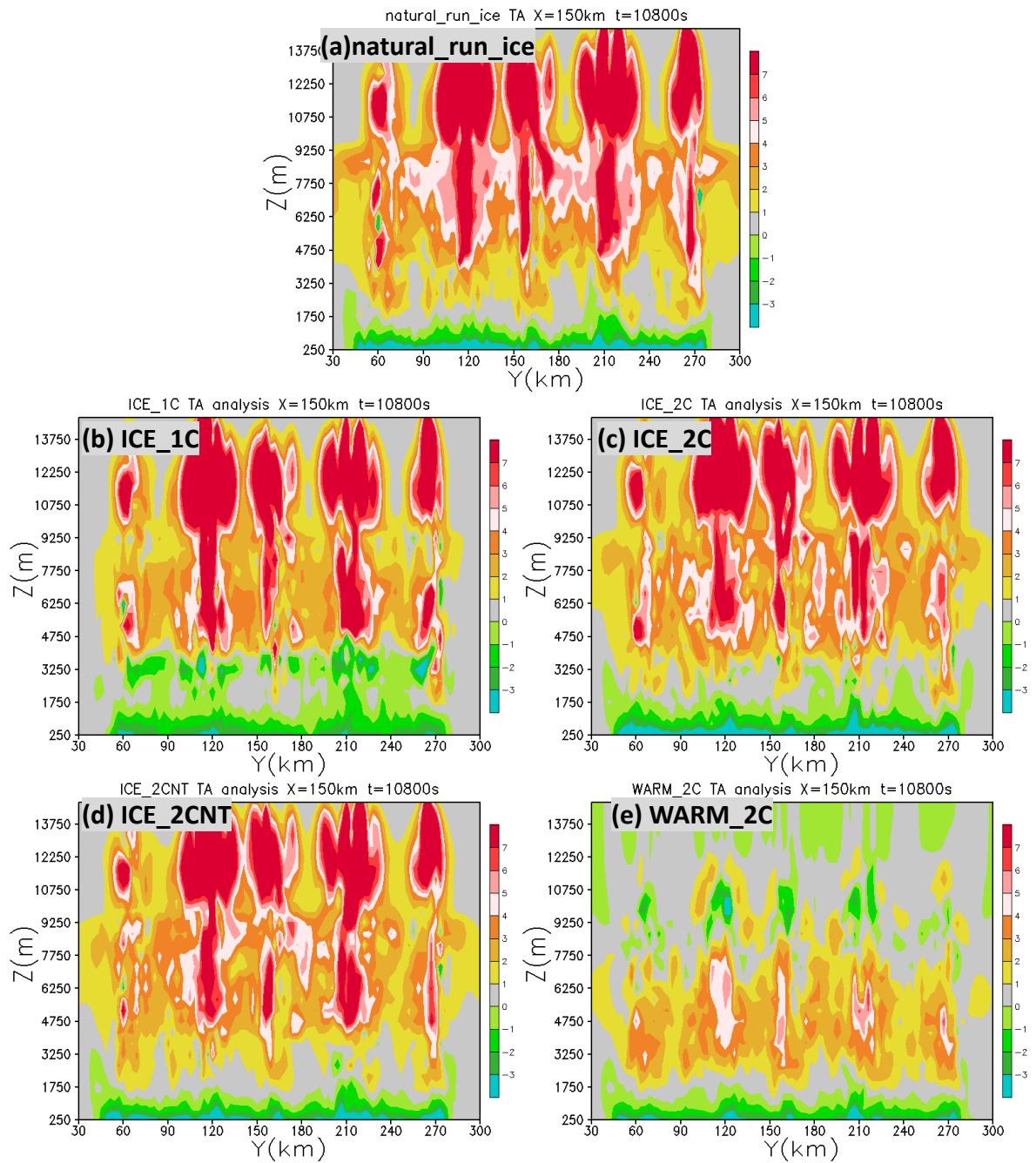


圖 35、(a)natural\_run\_ie 沿  $X=150$  公里，時間是  $t=10800$  秒的溫度擾動 ( $^{\circ}\text{C}$ ) 垂直分布。實驗(b) ICE\_1C，(c)ICE\_2C，(d)ICE\_2CNT，(e) WARM\_2C 的  $t=10800$  秒溫度擾動 ( $^{\circ}\text{C}$ )分析場。

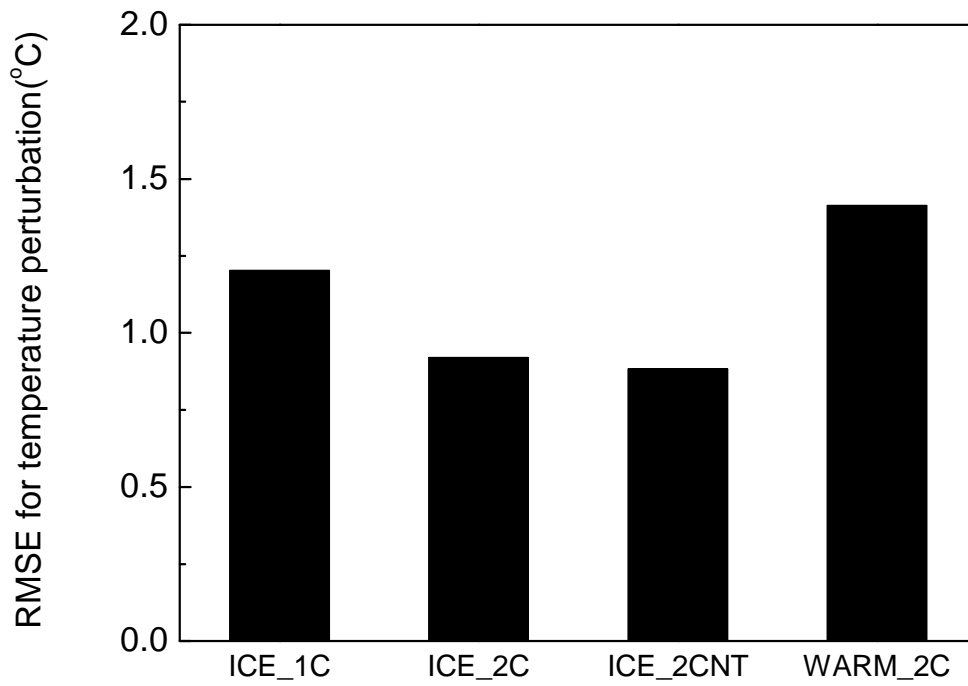


圖 36、實驗 ICE\_1C、ICE\_2C、ICE\_2CNT 和 WARM\_2C 相較於 natural run 的整個模擬區域溫度擾動均方根誤差 RMSE (°C)。

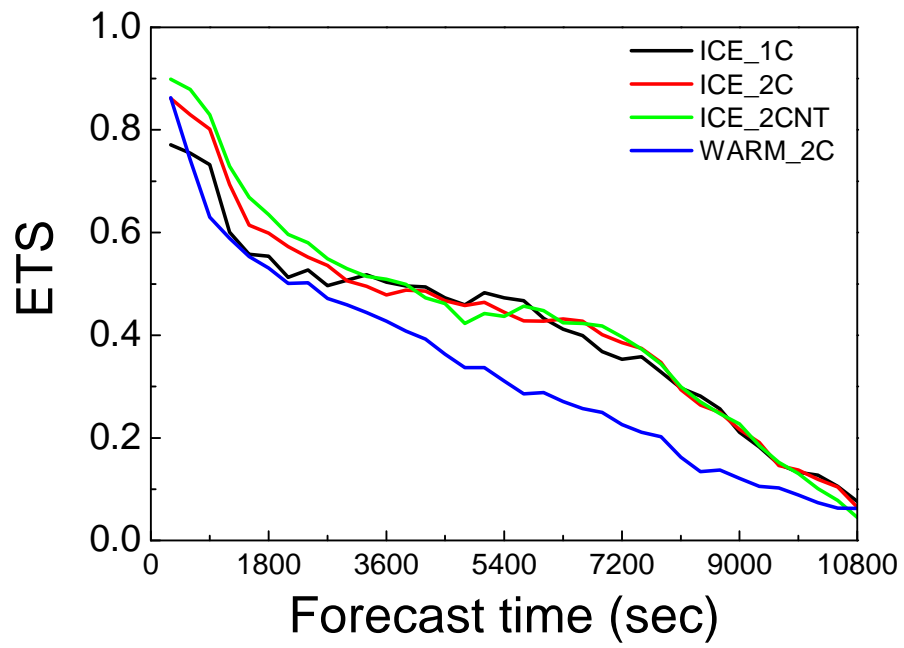


圖 37、實驗 ICE\_1C、ICE\_2C、ICE\_2CNT 和 WARM\_2C 的每五分鐘累積雨量 ETS 隨預報時間變化圖，ETS 門檻值為 $[1.25\text{mm} (5 \text{ min})^{-1}]$ 。

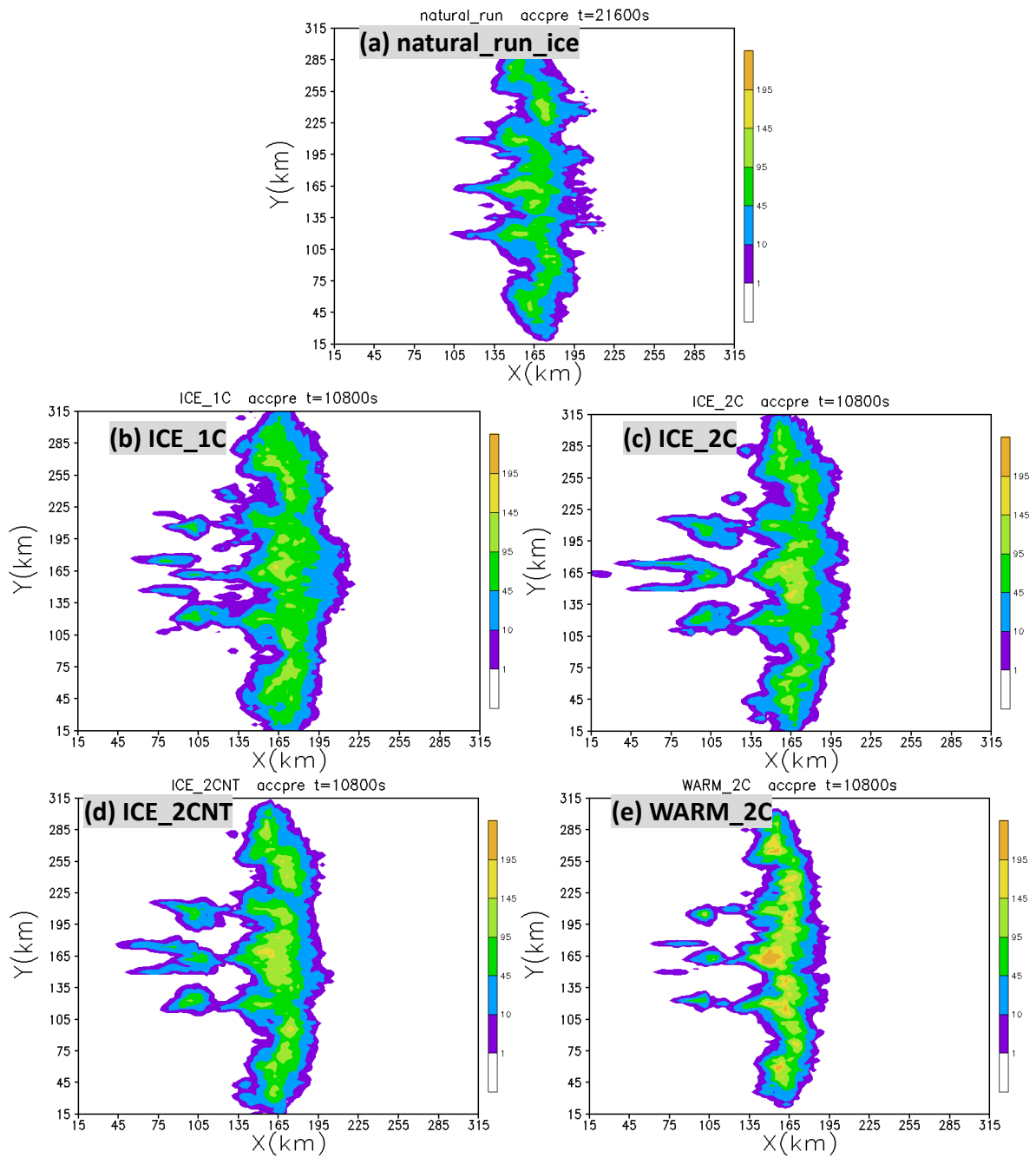


圖 38、(a)Natural\_ru\_ice 從模擬時間 10800 秒開始累積三小時的降雨分布，(b)(c)(d)(e)分別代表實驗 ICE\_1C、ICE\_2C、ICE\_2CNT 和 WARM\_2C 累積三小時的預報降雨分布。

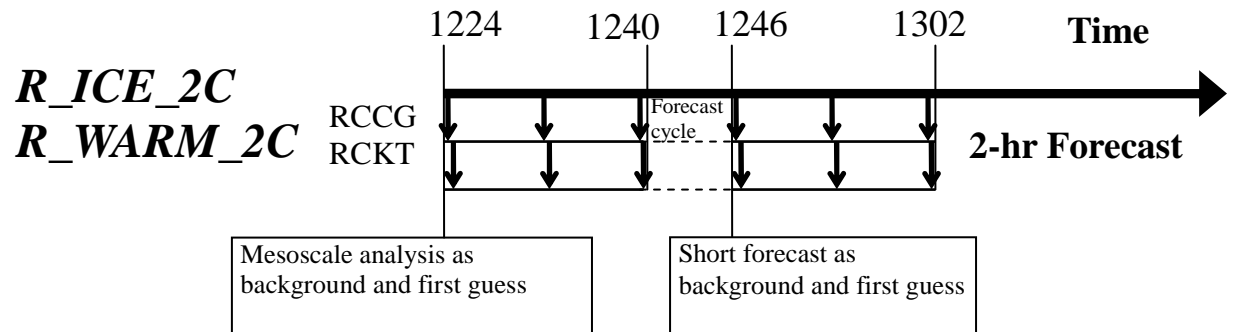


圖 39、實驗 *R\_ICE\_2C*、*R\_WARM\_2C* 的同化循環和預報示意圖，上方數字代表同化窗區時間(UTC)，向下箭頭表示雷達 RCCG 和 RCKT 觀測資料，間隔 7.5 分鐘。

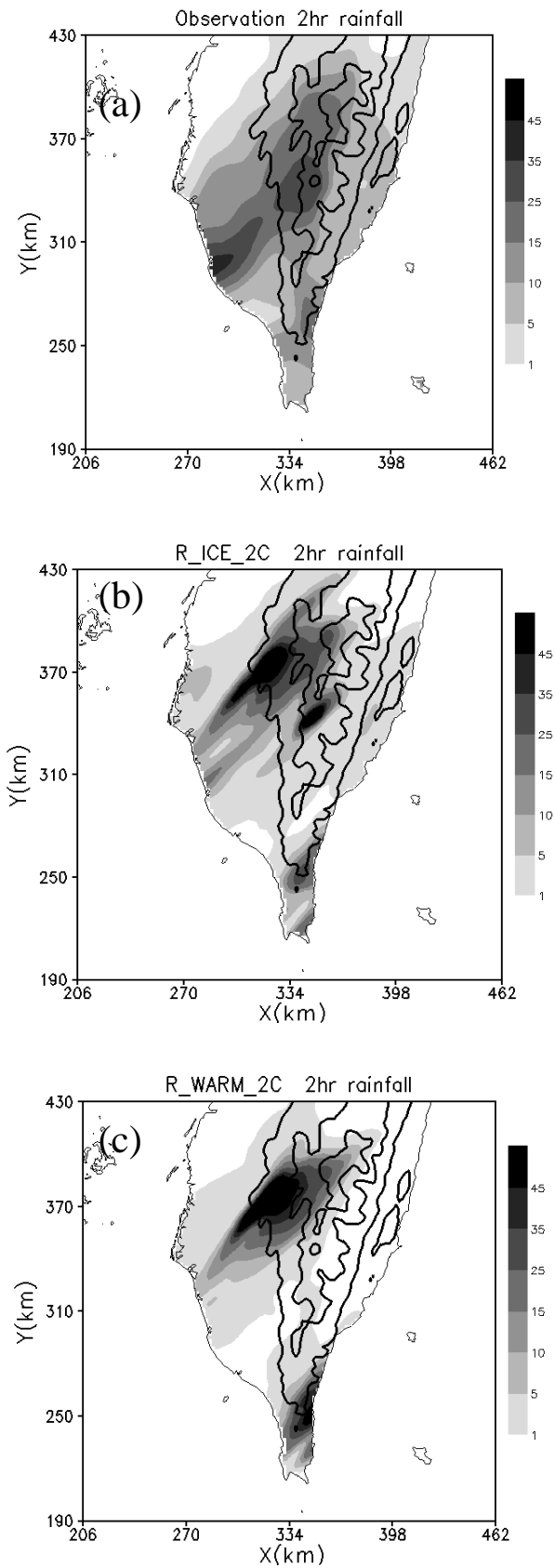


圖 40、兩小時累積雨量分布圖(單位為 mm)，(a)自動雨量站觀測，(b)(c)分別為實驗 R\_ICE\_2C 和 R\_WARM\_2C 預報。

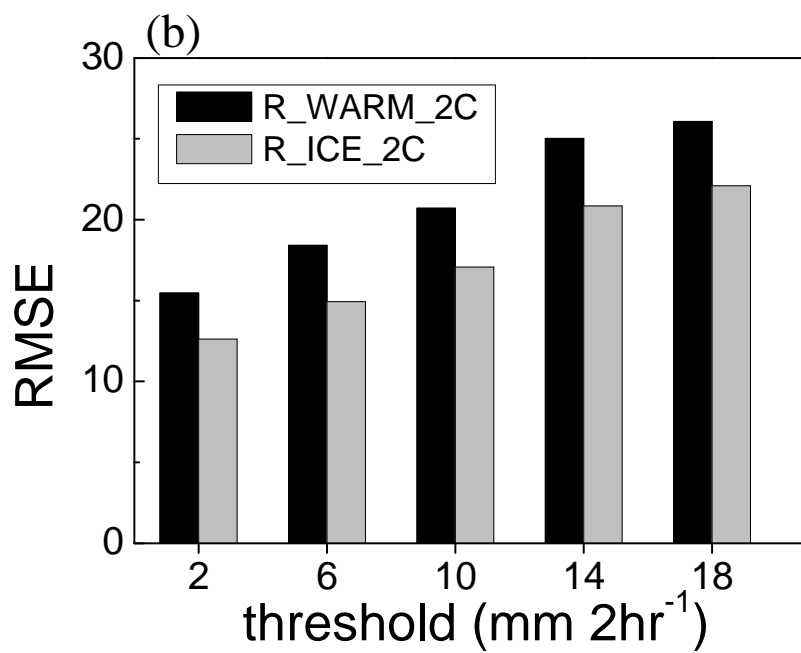
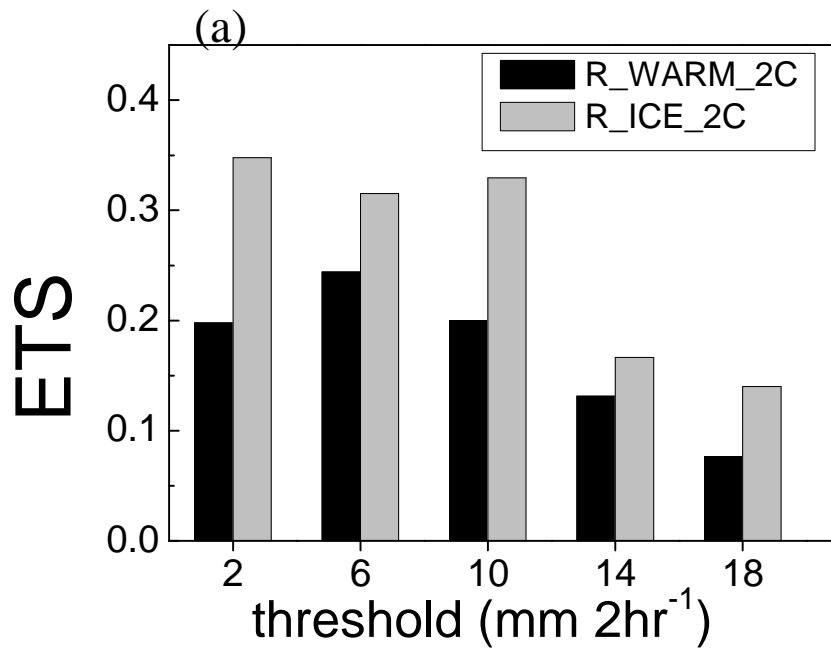


圖 41、實驗 R\_ICE\_2C、R\_WARM\_2C，針對不同門檻值的預報兩小時累積降雨的(a)ETS 和(b)RMSE 分數比較圖。

表 1、同化策略實驗列表

Experiment	Assimilation cycles				Description
	One cycle	Two cycles	Three cycles	Long cycle	
SOB1	X				單點測試實驗，只同化回波
SOB2	X				同 SOB1，但同化回波和徑向風
BGR1		X			背景場和初始猜值來自 R1
BGR1SM		X			背景場和初始猜值來自平滑後 R1
BGR2		X			背景場和初始猜值來自 R2
BGR2SM		X			背景場和初始猜值來自平滑後 R2
1CYC	X				不同 4DVar 同化循環，而背景場和初始猜值來自探空
2CYC		X			
3CYC			X		
1CYCE3	X				分別同 1CYC，2CYC 和 3CYC，但缺乏 3° 仰角以下雷達資料
2CYCE3		X			
3CYCE3			X		
3CYC_2E3			X		同 3CYCE3，但只有在最後一個(第三個)4DVar 同化循環缺乏 3° 仰角以下雷達資料
L5V_5Z				X	包含五筆雷達資料的長同化窗區
L5V_3Z				X	長同化窗區，五筆徑向風資料均被同化，而回波只被同化前三筆
L5V_3ZL				X	同 L5V_3Z，但回波只被同化後三筆
L3V_5Z				X	長同化窗區，五筆回波資料均被同化，而徑向風只被同化前三筆
L3VL_5Z				X	同 L3V_5Z，但徑向風只被同化後三筆
R2CYC		X			真實個案
RL5V_5Z				X	
RL5V_3Z				X	



表 2、冰相微物理實驗列表

Experiment	Assimilation cycles		Description
	One cycle	Two cycles	
ICE_1C	X		(1)不同 4DVar 同化循環 (2)分辨回波雪/雨分界均用背景場的結冰高度
ICE_2C		X	
ICE_2CNT		X	分辨回波雪/雨分界用 natural_run_ice 的結冰高度
WARM_2C		X	只有暖雨過程
R_ICE_2C		X	真實個案
R_WARM_2C		X	