

國立中央大學

大氣物理研究所

碩士論文

利用雨滴譜儀分析雨滴粒徑分布  
納莉颱風個案

研究生：張偉裕

指導教授：陳台琦博士

中華民國九十一年六月二十四日



# 國立中央大學圖書館

## 碩博士論文授權書

(91年5月最新修正版)

本授權書所授權之論文全文與電子檔，為本人於國立中央大學，撰寫之碩/博士學位論文。(以下請擇一勾選)

- ()同意 (立即開放)
- ( )同意 (一年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_
- ( )同意 (二年後開放)，原因是：\_\_\_\_\_
- ( )不同意，原因是：\_\_\_\_\_

以非專屬、無償授權國立中央大學圖書館與國家圖書館，基於推動讀者間「資源共享、互惠合作」之理念，於回饋社會與學術研究之目的，得不限地域、時間與次數，以紙本、光碟、網路或其它各種方法收錄、重製、與發行，或再授權他人以各種方法重製與利用。以提供讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印。

研究生簽名： 張偉裕

論文名稱：利用雨滴譜儀分析雨滴粒徑分布：納莉颱風個案

指導教授姓名：陳台琦

系所：大氣物理 所 博士 碩士班

學號：89621008

日期：民國 91 年 6 月 24 日

備註：

1. 本授權書請填寫並親筆簽名後，裝訂於各紙本論文封面後之次頁（全文電子檔內之授權書簽名，可用電腦打字代替）。
2. 請加印一份單張之授權書，填寫並親筆簽名後，於辦理離校時交圖書館（以統一代轉寄給國家圖書館）。
3. 讀者基於個人非營利性質之線上檢索、閱覽、下載或列印上列論文，應依著作權法相關規定辦理。

## 摘要

雨滴粒徑分布 (Raindrop Size Distribution) 依降雨的情況有不同的特性，而且粒徑分布可決定雲中含水量 (W)，回波強度 (Z)，降雨率 (R) 等降雨積分參數，因此分析雨滴粒徑分布的特性十分重要。Marshall & Palmer (1948) 針對層狀降水提出雨滴粒徑分布的型態為指數型態分布： $N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D)$ ，但與實際觀測資料相比對皆有描述不佳的情形發生，Ulbrich (1981) 提出另一個修正的雨滴粒徑分布型態：Gamma Distribution，其假設雨滴粒徑分布為  $N(D) = N_0 D^m \exp(-\Lambda D)$ 。利用雨滴譜儀 (2d-video Distrometer) 觀測雨滴粒徑分布，擬合 (fitting) 到 Gamma Distribution 近似分布的三個係數  $N_0$ 、 $m$ 、 $\Lambda$ ，來描述降雨率增減時雨滴粒徑分布的變化。針對納莉 (Nari) 颱風期間其中 12 小時的資料，針對不同降雨率、回波強度，探討  $N_0$ 、 $m$ 、 $\Lambda$  的分布，並計算  $Z = AR^b$  關係式的  $A$ 、 $b$ 。

發現  $N_0$ 、 $m$ 、 $\Lambda$  的大小與降雨量成反比，但降雨率越小，標準差越大； $b$  則和降雨量成正比 (約 1.2 到 1.4 之間)， $A$  的分布則和  $N_0$ 、 $m$ 、 $\Lambda$  相似 (約 200 到 400 之間)。且五分山雷達觀測之回波強度  $Z_{radar}$  與雨滴譜儀計算之回波強度  $Z_d$  比較，發現五分山雷達觀測之回波強度  $Z_{radar}$  似乎會系統性的低估約 3.0 dBZ。故將修正後的回波強度，帶入以回波強度區分之兩修正 Z-R 關係式，發現其計算的一小時估計降雨量與地面觀測降雨量，有不錯的一致性。

## 致謝

兩年的研究生生活劃下了句點，除了喜悅還有一點感傷，喜悅的是跨越了人生的一個重要的里程碑，即將要邁入嶄新的旅程，然而感傷的是要離開所有相處了兩年的師長及朋友。

在兩年的時間裡，最感謝的是我的指導老師：陳台琦教授，老師不僅在課業上給我指導，生活上也從老師身上學到許多待人處事的道理，更感謝老師一再的容忍我的偷懶，且不斷的督促及鼓勵我；另外要感謝廖宇慶老師，讓我了解到要「自己解決問題」的正確研究及人生態度；以及林沛練老師和口試委員：謝信良局長、周仲島老師，在論文的內容上給我的意見及指導；更要感謝鍾高昇學長及氣象局的周思運學長、鄧仁星學長和葉青青學姊，在資料處理及提供上的幫忙及指導，讓我有足夠的資料運用；謝謝所有研究所的同學們：舒雅、正紀、哲耀、裕翔、婉卿、一男、玉旻、小丫、嘉靜、銘中、煥昌、Libo、阿毛、顏芳、珮羽、純如、智偉、忠憲、義華、志剛，我們一起度過的兩年研究生生涯，讓我充滿美好回憶；更感謝的是我的父母在背後的支持及鼓勵，讓我能專心的作研究。

最後要感謝所有與這篇論文相關的所有人，因為有你們的參與才能完成，希望這篇尚不完整的研究，對於那些接下來努力的人，能有些許的幫助，以完成未續的工作，而有小小的貢獻。

## 目錄

摘要.....	i
致謝.....	ii
目錄.....	iii
圖表說明.....	v
第一章：前言.....	1
1.1：研究動機.....	1
1.2：文獻回顧.....	1
1.3：研究方向.....	4
第二章：雨滴粒徑資料處理與 Gamma 分布的擬合.....	5
2.1：雨滴譜儀的介紹.....	5
2.2：雨滴粒徑分布的計算.....	5
2.3：Gamma 分布的擬合.....	8
2.4：雨滴粒徑分布的結果分析.....	10
第三章：Z-R 關係式的係數.....	16
3.1：Z-R 關係式 A、b 係數的推導.....	16
3.2：Z-R 關係式之 A、b 係數的分析.....	17
3.3：理想 Z-R 關係式與 WSR-88D 的 $Z = 300R^{1.4}$ 比較.....	21
3.4：修正 Z-R 關係式之係數 A、b.....	23
第四章：雷達觀測與地面觀測之差異.....	26
4.1：雷達資料處理.....	26
4.2：雷達觀測與地面觀測回波之比較.....	27

4.3：雷達估計與地面測站降雨率比較.....	30
第五章：結論與未來展望.....	33
5.1：討論與結論.....	33
5.2：未來展望.....	37
參考文獻.....	39
附圖.....	41
表.....	75
附錄.....	77

## 圖表說明

表 1：各個降雨積分參數 (P)，及其係數  $a_p$ 、 $p$ 。

表 2：九組不同之 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，及其對應之降雨率、回波強度、中值體積直徑、Z-R 關係式之係數 A、b。(雨滴直徑單位取 cm)。

表 3：九月十六日，14：00 到 19：00 每一小時共五個小時的地面測站平均降雨量，及雷達估計之降雨量，和相對誤差。

表 4：九組不同之 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，及其對應之降雨率、回波強度、中值體積直徑、Z-R 關係式之係數 A、b。(雨滴直徑單位取 mm)

圖 1：中央大學雨滴譜儀 (2d-video Distrometer)。

圖 2：雨滴直徑與雨滴垂直落速 (x 座標：mm，y 座標：m/sec)。

圖 3：修正前之雨滴粒徑分布，及理想雨滴粒徑分布 (x 座標：雨滴個數取以十為底之對數，y 座標：mm)。

圖 4：修正之雨滴粒徑分布所計算之降雨率，及雨滴譜儀觀測的降雨率。

圖 5：雨滴直徑與雨滴垂直落速，及理想垂直落速之曲線和修正之門檻。

圖 6：修正後雨滴粒徑分布所計算之降雨率，及雨滴譜儀觀測的降雨率。

圖 7：九月十六日之降雨率 (30 分鐘)。

圖 8：九月十七日之降雨率 (30 分鐘)。

圖 9：九月十七日，02：00 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之雨滴粒徑分布。

圖 10：九組不同 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  所重建之雨滴粒徑分布，

雨滴直徑取 mm。

圖 11：九月十七日，02：00 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之觀測及擬合後的雨滴粒徑分布，分別計算之回波強度。

圖 12：九月十七日，02：00 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之觀測及擬合後的雨滴粒徑分布，分別計算之降雨率。

圖 13：九月十七日，02：00 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之觀測雨滴粒徑分布及擬合後的雨滴粒徑分布。

圖 14：九月十七日，02：00 到 02：30 (UTC)，每六分鐘一筆之觀測雨滴粒徑分布隨時間變化。

圖 15：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之觀測雨滴粒徑分布隨時間變化。

圖 16：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之降雨率及總雨滴個數隨時間變化。

圖 17：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之 Gamma 分布係數  $\Lambda$ 、 $m$  隨時間變化。

圖 18：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之中值體積直徑隨時間變化。

圖 19：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之回波強度及降雨率隨時間變化。

圖 20：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之降雨率從大排到小及其對應之 Gamma 分布係數  $\Lambda$ 、 $m$ 。

圖 21：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之降雨率從大排到小及其對應之回波強度與中值體積直徑。

圖 22：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之 Gamma 分布係數  $m$ 。

圖 23：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之 Gamma

分布係數  $\Lambda$ 。

圖 24：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之中值體積直徑。

圖 25：每六分鐘一筆共 12 小時資料，由雨滴粒徑分布計算之理想 Z-R 關係式係數 A、b，帶入雨滴粒徑分布所計算之回波強度所估計之降雨率與雨滴譜儀觀測之降雨率。

圖 26：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆由雨滴粒徑分布計算之降雨率及理想 Z-R 關係式係數 A、b。

圖 27：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之降雨率從大排到小及其對應之由雨滴粒徑分布計算之理想 Z-R 關係式係數 A、b。

圖 28：每六分鐘一筆共 12 小時資料，Gamma 分布係數 m 及其對應之理想 Z-R 關係式係數 b。

圖 29：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之理想 Z-R 關係式係數 b。

圖 30：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之理想 Z-R 關係式係數 A。

圖 31：每六分鐘一筆共 12 小時資料，雨滴粒徑分布計算之回波強度其對應之理想 Z-R 關係式係數 b。

圖 32：每六分鐘一筆共 12 小時資料，雨滴粒徑分布計算之回波強度其對應之理想 Z-R 關係式係數 A。

圖 33：每六分鐘一筆共 12 小時資料，雨滴粒徑分布計算之回波強度其對應之降雨率。

圖 34：每六分鐘一筆共 12 小時資料，滴譜儀觀測之降雨量與  $Z = 300R^{1.4}$  帶入雨滴粒徑分布所計算之回波強度所估計之降雨率。

圖 35：每六分鐘一筆共 12 小時資料，滴譜儀觀測之降雨量與雨滴粒徑分布計算之回波強度，帶入  $Z = 300R^{1.4}$  的降雨率曲線（實線）比較。

圖 36：同圖 35， $Z = 300R^{1.4}$ （線段 A）及修正之 Z-R 關係式的曲線（ $Z = 268.9R^{1.34}$  線段 B， $Z = 302.6R^{1.28}$  線段 C）比較。

圖 37：每六分鐘一筆共 12 小時資料，修正之 Z-R 關係式帶入雨滴粒徑分布所計算之回波強度所估計之降雨率與雨滴譜儀觀測之降雨率。

圖 38：每六分鐘一筆共 12 小時資料，以中值體積直徑分為三組之 Z-R 關係式帶入雨滴粒徑分布所計算之回波強度所估計之降雨率與雨滴譜儀觀測之降雨率。

圖 39：平均中央大學上方，由中央氣象局五分山雷達站觀測之回波強度的九個點。

圖 40：九月十六日，15：59 到 19：00（UTC），五分山雷達站觀測之回波強度和雨滴粒徑分布計算之回波強度及其對應之降雨率。

圖 41：九月十七日，01：59 到 04：59（UTC），五分山雷達站觀測之回波強度和雨滴粒徑分布計算之回波強度及其對應之降雨率。

圖 42：五分山雷達站觀測之回波強度及其對應之雨滴粒徑分布計算之回波強度。

圖 43：五分山雷達站觀測之回波強度和雨滴粒徑分布計算之回波強度之差值，及其對應之雨滴溥儀觀測之降雨率。

圖 44：五分山雷達站觀測之回波強度和雨滴粒徑分布計算之回波強度之差值，及其對應之雨滴粒徑分布計算之回波強度。

圖 45：九月十六日，15：59 到 16：29（UTC），五分山雷達站觀測之水平回波場。

圖 46：九月十六日，16：35 到 17：04（UTC），五分山雷達站觀測之

水平回波場。

圖 47：九月十七日，01：59 到 02：28 (UTC)，五分山雷達站觀測之水平回波場。

圖 48：九月十七日，02：34 到 03：03 (UTC)，五分山雷達站觀測之水平回波場。

圖 49：九月十六日，17：51 到 18：20 (UTC)，五分山雷達站觀測之水平回波場。

圖 50：九月十六日，15：59 到 16：29 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

圖 51：九月十六日，16：35 到 17：04 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

圖 52：九月十七日，01：59 到 02：28 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

圖 53：九月十七日，02：34 到 03：03 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

圖 54：九月十六日，17：51 到 18：20 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

圖 55：九月十六日，14：00 到 15：00 (UTC)，中央氣象局地面測站觀測之降雨量，與五分山雷達站觀測之回波強度估計之降雨量（圖中 X 為五分山雷達位置）。

圖 56：九月十六日，15：00 到 16：00 (UTC)，中央氣象局地面測站觀測之降雨量，與五分山雷達站觀測之回波強度估計之降雨量（圖中 X 為五分山雷達位置）。

圖 57：九月十六日，16：00 到 17：00 (UTC)，中央氣象局地面測站觀測之降雨量，與五分山雷達站觀測之回波強度估計之降雨量（圖中 X 為五分山雷達位置）。

圖 58：九月十六日，17：00 到 18：00 (UTC)，中央氣象局地面測站觀測之降雨量，與五分山雷達站觀測之回波強度估計之降雨量（圖中 X 為五分山雷達位置）。

圖 59：九月十六日，18：00 到 19：00 (UTC)，中央氣象局地面測站觀測之降雨量，與五分山雷達站觀測之回波強度估計之降雨量（圖中 X 為五分山雷達位置）。

附錄 1：計算流程圖

附錄 2：各個參數隨時間變化圖。

附錄 3：九組不同 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  所重建之雨滴粒徑分布，雨滴直徑取 mm。

附錄 4：雨滴譜儀軟體的操作介面。

## 一：前言

### 1.1 研究動機

由於雷達在空間及時間上的高解析度，因此利用雷達回波強度  $Z_{radar}$  來估計降水，一直被廣泛的運用，也就是 Z-R 關係式 ( $Z = AR^b$ )，其利用大量雷達回波與地面降水資料，找出降雨率與雷達回波強度的關係式，進而從雷達回波強度換算降雨率，但由於雨滴粒徑分布 (Raindrop Size Distribution: DSD) 的變化性太大，相同的降雨率可能有數種不同的雨滴粒徑分布而造成不同的回波強度，因此，相同的回波強度，對應的降雨率範圍相當的大，因此無法找出雷達回波與地面降水一對一的關係式。且雨滴粒徑分布可決定雲中的含水量 ( $W$ )，回波強度 ( $Z$ )，降雨率 ( $R$ ) 等降雨積分參數 (integral rainfall parameter)，因此分析雨滴粒徑分布變得相當重要。希望藉由雨滴譜儀 (2d-video distrometer) 的觀測資料，增進我們了解雨滴粒徑分布隨著降雨率增減時的變化，及其對 Z-R 關係式的影響，以增進雷達估計降水的能力。

### 1.2 文獻回顧

Marshall & Palmer (1948) 首先提出雨滴粒徑分布的型態為指數型態分布，如 (1) 式， $N(D)$  指單位體積單位直徑間距的雨滴個數，

$$N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D) \quad - (1)$$

$N_0$  為常數  $8000 \text{ m}^{-3} \text{ mm}^{-1}$ ，而  $\Lambda$  為降雨率的函數 ( $\Lambda = 4.1R^{-0.21} \text{ mm}^{-1}$ )，但指數分布在描述小雨滴以及大雨滴的部分，與實際觀測資料相比對皆有描述不佳的情形發生，無法反映出雨滴粒徑分布的多變性，於是

Ulbrich & Atlas (1984) 提出另一個修正的雨滴粒徑分布型態：Gamma 分布，如 (2) 式，其假設雨滴粒徑分布型態為一個 Gamma 分布，將

$$N(D) = N_0 D^m \exp(-\Lambda D) \quad - (2)$$

原本的雙參數指數分布，改為三參數的 Gamma 分布，以修正指數分布在大雨滴及小雨滴的表現；且 Ulbrich (1985) 也對 Gamma 分布的特性做一些統計上的測試，以確定 Gamma 分布較 M-P Distribution 更能有效的反映出真實觀測的雨滴分布變化，且另一個 Gamma 分布的優點為，其也能描述指數分布的型式，即當  $m$  為零值時。而 Gamma 分布的三個參數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  的求得方式，可藉由 Kozi & Nakamura (1991) 的方法求得，其利用三個雨滴粒徑分布所計算之降雨積分參數，利用消去法來計算 Gamma 分布的三個參數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，且其三個係數重建後的雨滴粒徑分佈  $N(D)_g$  與觀測的雨滴粒徑分佈  $N(D)_d$  相當一致，此方法的優點為：降雨積分參數的量在擬合前的觀測值與擬合後的重建值，將會有很好的的一致性，而不會有太大的誤差，且可正確的描述觀測雨滴粒徑分佈；而 Tokay & Short (1995) 利用上述方法，對熱帶地區的一個包含層狀及對流性降水的個案分析發現，當降雨率較大時（大於 20mm/hr）， $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  均偏向大值（約  $4.26 \times 10^5$ 、6.8、8.9），而降雨率較小時（小於 1mm/hr）， $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  均偏小（約  $5.29 \times 10^3$ 、4.7、1.7）。

藉由雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  的計算，可由 (3) 式 (Ulbrich 1983)

$$P = a_p \int_0^{\infty} D^p N(D)_d dD \quad - (3)$$

來計算各個降雨積分參數 (P)，其中對應的各個降雨積分參數以及其係數，可由表 1 對應得知： $N_t$  代表總雨滴個數、 $W$  ( $gm^{-3}$ ) 代表的是液態水含量 (Liquid Water Content)、 $R$  (mm/hr) 代表的是降雨率、

$Z$  ( $mm^6m^{-3}$ ) 代表的是回波強度；其中降雨率的部分，假設垂直落速為  $V(D) = 17.67D^{0.67}$  (其單位為  $V$ : mm/s,  $D$ : cm)。而在 Tokay & Short (1995) 的研究指出，由於雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  在不同降水型態，會有偏向大雨滴或小雨滴的不同情形發生，因此相同的回波強度會對應到不同的降雨率，而造成雷達回波強度估計降雨率時，有高估或低估的情形產生，例如層狀降水的雨滴粒徑分佈較偏向小雨滴，因此其回波強度較小，但其降雨率並不會比有偏向大雨滴的雨滴粒徑分佈，且有強回波強度的對流性降水來的小，因此必須了解不同降雨率的雨滴粒徑分布特徵。

而由於雷達估計降水是利用雷達所觀測的回波強度  $Z_{radar}$  來估計降雨率，於是 Ulbrich (1998) 對 WSR-88D 雷達的回波強度  $Z_{radar}$  檢查，與雨滴譜儀計算之回波強度  $Z_d$  比較，利用統計方法和一個層狀降水的個案，發現 WSR-88D 雷達有低估 3.5dBZ 的情形，因此藉由地面雨滴譜儀所觀測的雨滴粒徑分布計算回波強度  $Z_d$ ，用以比較地面回波  $Z_d$  與雷達觀測到的回波  $Z_{radar}$  之間的關係，檢查雷達回波是否有低估的情形。以及兩者之間在不同回波分佈情形的關係

傳統求 Z-R 關係式的方法為使用大量的雷達與地面測站資料，找出雷達回波 ( $Z_{radar}$ ) 與地面降水之間的相關性，來推導雷達回波與地面降水之間的關係式，而 Ulbrich (1983) 提出，使用 Gamma 分布計算出來的三個描述雨滴分布的參數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，可以用來計算 Z-R 關係式的係數  $A$ 、 $b$ ，經由以上的過程，可以了解到係數  $A$ 、 $b$ ，與降雨率大小及雨滴粒徑分布的關係。

### 1.3 研究方向

首先運用地面雨滴譜儀的資料，計算出雨滴粒徑分布  $N(D)_d$ ，進一步計算每一組雨滴粒徑分布的 Gamma 分布對應的三個係數  $N_0$ 、 $m$ 、 $\Lambda$ ，接著藉由  $N_0$ 、 $m$ 、 $\Lambda$  來了解不同的降雨率，其雨滴粒徑分布的特徵為何；接著計算每一組雨滴粒徑分布對應的 Z-R 關係式之係數 A、b，分析係數 A、b 在不同降雨率的表現，並與一般常用的 Z-R 關係式  $Z = 300R^{1.4}$  比較，以求得較佳的 Z-R 關係式；接著比較地面計算的回波強度  $Z_d$  與雷達所觀測的回波強度  $Z_{radar}$  之間的差異，以了解雷達在離地面特定高度觀測之回波強度  $Z_{radar}$ ，與地面之回波強度之差異，因為以回波強度估計降雨量時，是以特定高度觀測之回波強度來估計地面之降雨率。

以上的工作完成後，我們將會有較佳 Z-R 關係式，接著利用中央氣象局地面測站與自動雨量站的資料來比對用修正修正 Z-R 關係式的結果，以檢驗正的 Z-R 關係式是否有較佳的表現。

## 二：雨滴粒徑資料處理與 Gamma 分布的計算

### 2.1 雨滴譜儀的介紹

資料來源為中央大學雨滴譜儀 (2d-video distrometer)，其利用兩個互相垂直且高度不同的光束 (圖 1)，當雨滴向下落到光束的範圍 (約  $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ ) 內時，雨滴會遮住光束，接收器則紀錄遮斷的長度，而得到雨滴的形狀及雨滴直徑，並藉由兩個高度不同的光束，紀錄雨滴通過兩個高度的時間差，可計算出雨滴的垂直落速。雨滴譜儀將其觀測到的資料進行計算，因此雨滴譜儀所提供的變數是每一個雨滴的：(1) 等體積直徑  $D_i$  (2) 垂直落速  $V_i$ 。藉由以上兩個變數，來計算雨滴粒徑分布  $N(D)_d$ ，以及由雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  所計算之地面回波強度  $Z_d$ ，降雨率  $R_d$ ，等其他降雨積分參數 (integral rain parameter)。

### 2.2 雨滴粒徑分布的計算

由於雨滴譜儀所提供的是每一個雨滴的等體積直徑 ( $D_i$ ) 及垂直落速 ( $V_i$ )，因此我們可以利用 (4) 式來計算雨滴粒徑分布  $N(D)_d$

$$N(D_i)_d = \frac{1}{\Delta t \Delta D_i} \sum_{j=1}^n \frac{1}{AV_j} \quad (4) \quad \Delta D : \text{選取的直徑間隔}$$

$V_j$  : 雨滴垂直落速

$\Delta t$  : 選取資料的時間窗區

$A$  : 觀測面積

$n$  : 雨滴個數

( $m^{-3}cm^{-1}$ ): 單位體積單位粒徑之雨滴個數，下標  $d$  代表雨滴譜儀觀測之雨滴粒徑分布，每一個雨滴的單位時間 ( $\Delta t$ ) 乘以觀測面積 ( $A$ ) 與雨滴垂直落速 ( $V_j$ ) 的乘積，則表示單位體積內有一個雨滴，藉由上列的原理，可以計算出某單位時間內，各個雨滴粒徑 ( $dD$ ) 的單位體積內雨滴個數，但分析時段中雨滴譜儀所提供的垂直落速資料，常常有一些垂直落速太小或太大 (圖 2)，從圖 2 中可以看到，在 A、B 兩區的附近有許多資料的垂直落速  $V_i$  與已知的關係式 (Atlas & Ulbrich 1977:  $V_i(D) = 17.67D^{0.67}$ ) 相差甚遠，尤其以太小的垂直落速 (A 區) 對計算的影響最大，因為計算  $N(D)_d$  時，太小的垂直落速會嚴重放大  $N(D)_d$  的值 (圖 3)，從圖 3 中可以看到，使用雨滴譜儀所觀測到的垂直落速所計算的  $N(D)_d$ ，在某些地方會遠大於使用理想垂直落速所計算的  $N(D)_i$ ，因而兩者之間的差異在計算降雨積分參數

(integral rain parameter) 時，計算的結果會有相當大的差異，以降雨率為例，從圖 4 中可以看到雨滴譜儀觀測到的降雨率  $R_{2d}$  (其計算方式為：單位時間內，累積雨滴譜儀觀測的每一個雨滴的體積，進而求得降雨率  $R_{2d}$ )，其遠小於使用不佳的垂直落速所計算出來的雨滴粒徑分布利用 (3) 式所得的降雨率  $R_d$ ，且從圖 3 中可以看到 02:12 到 02:36 的雨滴粒徑分布差異最大，對應到圖 4 也有最大的降雨率差值。

因此，為了避免使用到品質不佳的垂直落速，造成計算上的誤差，當垂直落速偏離理想的曲線 ( $V_i(D) = 17.67D^{0.67}$ ) 太遠時，如果偏離超過 1.0 m/sec，就用理想的垂直落速取代，如圖 5：圖中實線 A 為理想垂直落速 ( $V_i(D) = 17.67D^{0.67}$ )，上下兩條實線 B、C 分別為誤差正負 1.0 mm/sec，因此在 B、C 兩條線以外的資料均修正到理想曲線

(A) 上，藉由修正不理想的垂直落速來修正雨滴粒徑分布  $N(D)_d$ ，修正後雨滴粒徑的分布  $N(D)_d$  及其計算出來的降雨率  $R_d$  也有明顯的改善，如圖 6：修正後所計算的降雨率  $R_d$  近似於雨滴譜儀所觀測的降雨率  $R_{2d}$ ，且修正後的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  也較為合理，不會在大雨滴有突然突起的分布。

接著利用觀測資料，並將不好的垂直落速修正後，計算雨滴粒徑分布  $N(D)_d$ ，資料來源為納莉 (nari) 颱風期間中央大學雨滴譜儀，由於颱風期間雨滴譜儀曾因外物的阻擋，使得資料的缺失，因此並沒有全部颱風期間的資料；使用的資料為九十一年九月十六和十七日 (UTC)，雨滴譜儀紀錄到這兩天的降雨率  $R_{2d}$  資料，如圖 7、8，但其中有些時段的資料仍有缺失，於是以九月十七日 0200 到 0300 (UTC)，共一個小時的完整資料為例，時間間隔取六分鐘，時間間隔取六分鐘是為了將來與雷達資料配合，因為五分山 WSR-88D 雷達的掃描策略為六分鐘一個體積掃描 (Volume Scan)，而且取六分鐘有對時間平滑的效果，另外，0200 到 0300 (UTC) 之間，其降雨率的變化相當的大，且正好可分為兩個階段：前半段 (02:00 ~ 02:30) 降雨率由小變到大，後半段 (02:30 ~ 03:00) 由大變到小，且最大約有 90mm/hr，最小約有 20mm/hr 左右，如此一來方便分析雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  隨不同降雨率的變化。

利用雨滴譜儀的資料使用 (4) 式，計算 0200 到 0300 (UTC)，六分鐘為一個時間間隔的雨滴粒徑分布，而 (4) 式中的  $dD$  取 0.25mm，雖然雨滴譜儀提供的是解析度 0.01mm 的等體積直徑資料，但為了方便分析雨滴粒徑分布，所以  $dD$  取 0.25mm，總共有 10 組時段的資料，

其結果如圖 9，直條代表雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  ( $m^{-3}cm^{-1}$ )，圖中可很明顯的看到，隨著降雨率的增大，雨滴粒徑的分布也隨著變化，其不僅僅是雨滴總個數的增加，雨滴粒徑分布的形狀也不同，雖然可以主觀的由雨滴粒徑分布直接看到其隨降雨率的變化，但我們希望能藉由其他方法能更客觀的描述，以利於分析雨滴粒徑分布的變化，因此，將觀測到的雨滴粒徑分布擬合到一個 Gamma 分布的形式，即 (2) 式，並利用 Gamma 分布的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  來描述雨滴粒徑分布。

### 2.3 Gamma 分布的計算

由雨滴譜儀的觀測資料計算得雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  後，利用 Kozi & Nakamura(1991)的方法，把觀測的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  擬合到 Gamma 分布，也就是 (2) 式中的係數  $N_0$  ( $cm^{-1-m}m^{-3}$ )、 $\Lambda$  ( $cm^{-1}$ ) 及  $m$  (無因次)，其方法如下：將 (2) 式代入 (5) 式，經簡化可得 (6) 式，

$$M_x = \int_0^{\infty} D^x N(D) dD \quad - (5)$$

$$M_x = N_0 \frac{\Gamma(x+m+1)}{\Lambda^{x+m+1}} \quad - (6)$$

其代表不同的降雨積分參數，利用雨滴譜儀的資料 ( $N(D)_d$ ) 帶入 (5) 式，則可計算  $M_3$ 、 $M_4$  及  $M_6$ ，並令 (7) 式由  $M_3$ 、 $M_4$  及  $M_6$  組成，再

$$G = \frac{M_4^3}{M_3^2 M_6} \quad - (7)$$

將 (6) 式代入 (7) 式移項化簡  $N_0$ 、 $\Lambda$ ，可得 (8)、(9)、(10) 式，

$$m = \frac{11G - 8 + [G(G+8)]^{1/2}}{2(1-G)} \quad - (8)$$

$$\Lambda = \frac{(m+4)M_3}{M_4} \quad - (9)$$

$$N_0 = \frac{\Lambda^{m+4} M_3}{\Gamma(m+4)} \quad - (10)$$

再把雨滴譜儀的資料 ( $N(D)_d$ ) 帶入 (5) 式計算  $M_3$ 、 $M_4$  及  $M_6$  的結果代入 (7) 式，經由 (7) 式的結果，則可藉由 (8)、(9)、(10) 式計算每一組雨滴粒徑分布的 Gamma 分布之三個參數  $m$ 、 $\Lambda$ 、 $N_0$ ，其詳細流程如附錄 1 的流程圖，流程圖中虛線箭頭代表相同性質之參數，可相互比較。由三個參數所組成的雨滴粒徑 Gamma 分布函數  $N(D)_g$ ，則可用來代表原來觀測到的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  型態。

為了解  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  對雨滴粒徑分布  $N(D)_g$  的作用，因此分別測試三個參數對 Gamma 分布的影響，如圖 10：三組雨滴粒徑分布 A、B、C，其分別代表變動三個參數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  的其中一個，而固定其它兩個，共分成三組，及其對應的降雨率，如表 2，其中  $m$  代表小雨滴分布的情形， $m$  正值越大則小雨滴分布向下彎的大，表示小雨滴的分布越往小雨滴分布越少，因此  $m$  越大則降雨率越小，如 A 組；而  $\Lambda$  值則代表大雨滴及中雨滴的分布情形，當  $\Lambda$  為較大值時，中雨滴及大雨滴的分布會向下彎、向內縮，表示其分布越往大雨滴分布越少，因此  $\Lambda$  越大則降雨率越小，如 B 組；當固定  $\Lambda$ 、 $m$  時， $N_0$  代表雨滴粒徑分布的雨滴總個數， $N_0$  越大表示雨滴分布向上增加，但只有在當  $m$  值相同時才可做比較，Gamma 分布的  $N_0$  與 M-P 指數分布的  $N_0$  意義上有些不同，因此固定  $N_0$  討論  $m$  的影響時，物理意義的解釋要十分小心。

為了方便以後的討論，另外定義一個參數：中值體積直徑 ( $D_0$ ：Median Volume Diameter)，其代表最小的雨滴到中值體積直徑的所有雨滴，其所含有的液態水含量，會相等最小到最大所有雨滴所含的液態水含量的一半，其數學式可寫為 (11) 式，其意義代表當降雨量

$$\int_{D_{\min}}^{D_0} D^3 N(D) dD = \frac{1}{2} \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} D^3 N(D) dD \quad - (11)$$

相同時， $D_0$  較大代表雨滴粒徑分布相對於小  $D_0$  有較多的大雨滴， $D_0$  較小表示雨滴粒徑分布相對於大  $D_0$  有較多的小雨滴，其計算方式除了直接由雨滴粒徑分布資料來計算，Ulbrich (1983) 以數學推導發現，當  $D_{\max}$  趨近無限大時， $D_0$  可寫為 (12) 式，因此利用 (8)、(9)、(10) 式計算出  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  後，即可利用 (12) 式來計算  $D_0$ 。

$$\Lambda D_0 = 3.67 + m \quad - (12)$$

## 2.4 雨滴粒徑分布的結果分析

使用九十一年九月十六和十七日 (UTC) 的資料，以九月十七日 0200 到 0300 (UTC)，共一個小時的完整資料為例，使用前面所介紹的方法來計算 Gamma 分布的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，計算出 Gamma 分布的三個係數後，再利用此三個係數重建一組雨滴粒徑分布  $N(D)_g$ ，理論上來說，重建的雨滴粒徑分布  $N(D)_g$  應該與觀測的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  一樣，為了檢查重建後是否與原來一樣，分別計算觀測的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  的降雨積分參數 (降雨率  $R_d$ 、回波強度  $Z_d$ ) 以及重建後的雨滴粒徑分布  $N(D)_g$  的降雨積分參數 (降雨率  $R_g$ 、回波強度  $Z_g$ )：比較其之間的一致性，如圖 11、12，從圖 11、12 中可以看到原本的以及重建的雨滴粒徑分布的降雨率及回波強度都有相當好的一致性，因此可以知道重建後的雨滴粒徑粒徑分布的總量 (降雨積分參數) 與原來的一致。接著看其兩者之間雨滴粒徑分布的形狀是否相同，如圖 13，實線代表以三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  的 Gamma 函數分布所重建的雨滴粒徑分布 ( $N(D)_g$ )，直條代表雨滴譜儀觀測的雨滴粒徑分布

( $N(D)_d$ )，共十組資料，大致上  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  描述的相當不錯，尤其以中雨滴及大雨滴的部分，但小雨滴的部分某些資料有低估的情形，但即使在小雨滴的部分結果不是很理想，由於小雨滴對整體的貢獻相對較小，且大雨滴有彌補的作用，所以對降雨積分參數的整體影響不是很大，如此可放心的用  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  來描述雨滴粒徑分布。

另外也曾嘗試利用最小平方法 (Least Square Fitting) 來擬合觀測的雨滴粒徑分布，同樣以 Gamma 分布來描述雨滴粒徑分布，雖然最小平方法的結果在雨滴粒徑分布的形狀上較 Kozu & Nakamura (1991) 的方法來的好，但是最小平方法在大雨滴的部分相差較大，因此其計算的降雨積分參數，如降雨率、回波強度時，均有超過原來的雨滴粒徑分布，因此不採用最小平方法的結果來描述雨滴粒徑分布。

以九月十七日 02:00 到 03:00 的資料為例，圖 14、15 分別表示前段降水 (02:00 ~ 02:30) 和後段降水 (02:30 ~ 03:00)，其各別的雨滴粒徑分布隨時間的變化：A 時段，隨著降雨率的增大，雨滴粒徑的分布漸漸地向上增加，表示總雨滴數量的增加，除了向上增加，雨滴粒徑分布也有向大雨滴的部分延伸，因此可以發現降雨量的改變，並不僅僅是總雨滴數量的增減，也包括了雨滴粒徑分布的改變；首先看雨滴總個數與降雨率的關係，從圖 16 中降雨率與雨滴個數隨時間的變化可以看到，隨著降雨率的增加 (A 時段)，總雨滴個數也隨著降雨量增加，反之降雨率減少 (B 時段)，總雨滴個數也隨之減少。

從  $\Lambda$ 、 $m$  隨時間的變化來看雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  變化，由圖 17 可

以看到 A 時段降雨率隨著時間增加， $\Lambda$ 、 $m$  有隨著時間減小的趨勢，表示雨滴粒徑分布隨著降雨率增大，而有向大雨滴延伸，則大雨滴的數量增加，對應圖 14 也可以明顯的看相同的情形；但其中值得注意的是，02:24 的雨滴總個數雖較 02:30 來的多，但降雨率卻是 02:30 較大，因此從雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  的變化來探討其原因，比較 02:24 與 02:30 的雨滴粒徑分布，發現 02:30 的  $\Lambda$ 、 $m$  較 02:24 的來的小，表示 02:30 的雨滴粒徑分布有較多的大雨滴，從圖 14 的雨滴粒徑分布變化，也可看到相同的情形，因此即使即使 02:24 的總雨滴個數較多於 02:30，但 02:30 的雨滴粒徑分布有較多的大雨滴，因此降雨率較大。

而從中值體積直徑 ( $D_0$ ) 也可發現同樣的訊息，如圖 18 (中值體積直徑隨時間變化)，02:30 有相對較多的大雨滴故有較大的  $D_0$ ，因此 02:30 的降雨率較大於有較多總雨滴個數的 02:24；相同的情形也可以在回波強度  $Z_d$  上看到，利用雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  由 (4) 式來計算回波強度  $Z_d$ ，而降雨量與回波強度  $Z_d$  隨時間分布如圖 19，圖 19 中 02:36 的總雨滴個數和降雨率均略大於 02:12，但從  $D_0$  來看，02:12 的  $D_0$  大於 02:36 的  $D_0$ ，表示 02:12 的雨滴粒徑分布較傾向於大雨滴，而由於回波強度與雨滴直徑的六次方成正比，因此，有較多大雨滴分布的 02:12 的回波強度大於 02:36。

其中 Gamma 分布係數  $N_0$ ，其與 M-P 指數分布的  $N_0$  的意義上有些不同，雖然在  $\Lambda$ 、 $m$  相同的情況下， $N_0$  可代表雨滴粒徑分布的總量，但由於在觀測的情況下，資料間彼此的  $\Lambda$ 、 $m$  值並不會相同，因此  $N_0$  在比較上較不方便，因此不比較  $N_0$  的表現，而直接以雨滴總個數來

討論。

根據以上的結果，我們可用  $\Lambda$ 、 $m$ 、 $D_0$  描述雨滴粒徑分布在大雨滴及小雨滴的分布，及其變化的情形，為了更進一步了解雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  與降雨率  $R_d$  的關係，我們將資料重新排列，以降雨率為基準從大到小，如圖 20（實線及虛線分別代表  $\Lambda$ ， $m$ ，直條為降雨率），從圖中我們可以看到， $m$ 、 $\Lambda$  與降雨率大致呈反比，若以第五筆資料為分界，我們可以看到兩種不同型態的降水，前段大雨的部分其  $m$ 、 $\Lambda$  的值分別約 1.5 及 30.0 左右，後段小雨的部分其  $m$ 、 $\Lambda$  的值分別約 4.0 及 50.0 左右，表示在大雨時，其雨滴粒徑分布有向大雨滴的部分延伸的情形，降雨率較小時，其主要以小雨滴為主，若以  $D_0$ （中值體積直徑）來看，如圖 21，其  $D_0$  的值似乎隨著降雨率的遞減，有越來越小的趨勢，表示隨著降雨量的減小，雨滴粒徑分布有向小雨滴集中的趨勢。

從 02:00 到 03:00 的資料來看，可歸納出幾個 Gamma 分布描述雨滴粒徑分布的特點：(1) 用  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  重建的雨滴粒徑分布  $N(D)_g$  雖然不能與原本的一模一樣，但大體上是相當接近的，且重建後的粒徑分布  $N(D)_g$  所計算的降雨積分參數（回波強度  $Z_g$ 、降雨率  $R_g$ ），與原本的降雨積分參數（回波強度  $Z_d$ 、降雨率  $R_d$ ）相當一致。(2) 當雨滴粒徑分布向大雨滴延伸時， $\Lambda$ 、 $m$  會有減小的趨勢，因此用  $\Lambda$ 、 $m$  來描述大雨滴的分布有很好的一致性。(3) 02:00 到 03:00 有兩種不同型態的降水，降雨率大於 40mm/hr 的部分其  $m$ 、 $\Lambda$  的值分別約 1.5 及 30.0 左右，降雨率小於 40mm/hr 的部分其  $m$ 、 $\Lambda$  的值分別約 4.0 及 50.0 左右。(4)  $D_0$  的值隨著降雨率的遞減，有越來越小的趨勢，

表示隨著降雨量的減小，雨滴粒徑分布有向小雨滴集中的趨勢。

接著計算其他時段的雨滴粒徑分布，是否在別的時段也有與九月十七日 02:00 到 03:00 相同的結果，因此用九月十六日的 13:00 到 19:00 和九月十七日的 01:00 到 04:00 和 15:00 到 18:00，時間間隔取 6 分鐘，共 12 小時，120 筆資料，分別計算其 Gamma 分布的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，中值體積直徑 ( $D_0$ )，及降雨積分參數 (回波強度  $Z_d$ 、降雨率  $R_d$ )，Z-R 關係式之係數  $A$ 、 $b$  (計算方法將再下一章介紹)，及雨滴總個數，其結果如附錄 2，而所有資料與降雨率的關係如下。

在 02:00 到 03:00 觀測到兩種不同型態的降水：降雨率大於 40mm/hr 的部分其  $m$ ， $\Lambda$  的值分別約 1.5 及 30.0 左右，降雨率小於 40mm/hr 的部分其  $m$ ， $\Lambda$  的值分別約 4.0 及 50.0 左右，但其它時段的資料的結果並非如此，如圖 22：參數  $m$  與降雨率的關係圖，從圖 22 中可以看到，當降雨率小於 15mm/hr 時， $m$  的分布範圍從 1.0 到 9.5 之間，而隨著降雨率越大， $m$  值的範圍則漸趨於一致，且偏向較小值，降雨率大於 60mm/hr 時， $m$  的分布範圍從 1.0 到 2.5 之間；圖 23：參數  $\Lambda$  與降雨率的關係圖，從圖 23 中也可以看參數  $\Lambda$  的分布與的參數  $m$  的分布相似，當降雨率小於 15mm/hr 時， $\Lambda$  的分布範圍較大，介於 30 到 110 之間，但降雨率較大的部分， $\Lambda$  值一致偏向較小，降雨率大於 60mm/hr 時， $\Lambda$  值的範圍介於 20 到 40 之間，因此  $\Lambda$ 、 $m$  的共同點為： $\Lambda$ 、 $m$  的值在降雨率大時偏小；降雨率小於 15mm/hr 時， $\Lambda$ 、 $m$  值的變化相當大，表示當降雨率小於 15mm/hr 時，雨滴粒徑分布的變化相當的大，因此直接從  $\Lambda$ 、 $m$  來區分降雨率是有很大的難度的，因為  $\Lambda$ 、 $m$  只是單純的描述降雨時的雨滴粒徑分布形狀，相同降雨率可能有各種不同的雨滴粒徑分布。而中值體積直徑 ( $D_0$ ) 與降雨率的關

係，如圖 24，也有相似的情況，降雨率小於 15mm/hr 時，中值體積直徑的分布從 0.15 到 0.18cm 之間，但隨著降雨率的增大，中值體積直徑有增大的趨勢，但分布的範圍仍然相當大，表示雨滴粒徑分布的變化很大。

綜合以上各點，可以得到一些結論：(1) 單純用雨滴粒徑分布在大小雨滴的形狀 ( $\Lambda$ 、 $m$ 、 $D_0$ ) 來區分降雨量是不足夠的，因為雨滴粒徑分布的變化太大，而相同的降雨量可能有數種不同的雨滴粒徑分布，有較多的大雨滴不見得降雨率就會較大。(2) 總雨滴個數必須配合雨滴粒徑分布，才能將因雨滴粒徑分布所造成的降雨率差值區分出來。(3) 降雨率大時，雨滴粒徑分布的確有向大雨滴延伸的情形。

藉由以上資料的結果，可以確定 Gamma 分布的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  的確可以很好而客觀的描述雨滴粒徑分布，且藉由對雨滴粒徑分布的了解，以及其與降雨率之間的關係，將有助於往後對 Z-R 關係式的了解，因此，將再下一章討論 Z-R 關係式的係數。

### 三：Z-R 關係式的係數

#### 3.1 Z-R 關係式 A、b 係數的推導

傳統上，求 Z-R 關係式的做法不外乎使用大量的雷達與地面測站資料，找出雷達回波 ( $Z_{radar}$ ) 與地面降水之間的相關性，來推導雷達回波與地面降水之間的關係式，進而從雷達回波  $Z_{radar}$  來估計降水，但此方法的缺點為：大量的資料只能求得一組 Z-R 關係式，而不能討論其在不同降雨型態的變化，且雷達與地面觀測的解析度與空間上的位置均不相同，造成計算上會增加不確定性，以中央氣象局五分山 WSR-88D 雷達為例，其回波距地表最少 1 公里。

然而，利用雨滴譜儀所觀測的雨滴粒徑分布，則可以從地面資料計算出每一個時段的降雨率 ( $R_d$ ) 及回波強度 ( $Z_d$ )，如此可以避免使用雷達資料的不便，且利用雨滴粒徑分布，更可以直接計算 Z-R 關係式的係數 A、b，因此可針對不同的降雨率及降雨型態 (雨滴粒徑分布)，來討論係數 A、b 隨降雨率的變化。

Ulbrich (1983) 提出一個方法，可以藉由 Gamma 分布型態的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，直接計算出 Z-R 關係式的係數 A、b，如此就可以避免以前需用大量資料只算出一組係數的方法，且 Ulbrich 的方法可對每一組雨滴粒徑分布計算出一組係數，因此有許多組係數來分析，並討論其隨降雨率的變化，方法如下：將 Gamma 分布 (2) 式帶入降雨積分參數 (3) 式，我們可以得到 (13) 式，其中積分的部分為 Gamma Function，因此 (13) 式可改寫為 (14) 式，再把 (12) 式帶入 (14) 式，可以得到 (15) 式，(15) 式即為減化的降雨積分參數，而 P 所

$$P = a_p N_0 \int_0^{\infty} D^{p+m} \exp(-\Lambda D) dD \quad - (13)$$

$$P = a_p N_0 \left[ \frac{1}{\Lambda^{p+m+1}} \right] \Gamma(p+m+1) \quad - (14)$$

$$P = a_p \frac{\Gamma(p+m+1)}{(3.67+m)^{p+m+1}} N_0 D_0^{p+m+1} \quad - (15)$$

對應的降雨積分參數以及係數  $p$ 、 $a_p$  見表 1，當  $p$  帶入 6 和 3.67 時，則  $P$  分別表示  $Z_g$  (回波強度)、 $R_g$  (降雨率)，則可以得到 (16)、(17)

$$Z_d = 10^6 \frac{\Gamma(6+m+1)}{(3.67+m)^{6+m+1}} N_0 D_0^{6+m+1} \quad - (16)$$

$$R_d = 33.31 \frac{\Gamma(3.67+m+1)}{(3.67+m)^{3.67+m+1}} N_0 D_0^{3.67+m+1} \quad - (17)$$

式，將 (16)、(17) 式合併消去  $D_0$ ，則可以得到 (18)、(19)、(20)

$$Z = AR^b \quad - (18)$$

$$A = \frac{10^6 \Gamma(6+m+1) N_0^{1-b}}{[33.31 \Gamma(3.67+m+1)]^b} \quad - (19)$$

$$b = \frac{6+m+1}{3.67+m+1} \quad - (20)$$

式，因此當計算出雨滴粒徑分布的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  後，就可以將  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  帶入 (19)、(20) 式，分別計算出每一組雨滴粒徑分布的 Z-R 係數  $A$ 、 $b$ 。

### 3.2 Z-R 關係式之係數 $A$ 、 $b$ 的分析

利用前一章的 12 小時資料所計算出來的雨滴粒徑分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  帶入 (19)、(20) 式，分別計算其 Z-R 關係式的  $A$ 、 $b$  係數，計算出結果後，檢查  $A$ 、 $b$  係數是否正確，將  $A$ 、 $b$  係數以及雨滴譜儀計算出來的回波強度 ( $Z_d$ )，一起帶入 (18) 式計算來降雨率 ( $R_{ZR}$ )，

以檢驗 A、b 係數所計算的降雨率是否正確，我們得到圖 25（雨滴譜儀觀測的降雨率  $R_{2d}$  以及理想 Z-R 關係式帶入雨滴粒徑分布計算之回波強度所計算的降雨率  $R_{ZR}$ ），從圖中可以明顯的看到，雨滴譜儀觀測的降雨率  $R_d$  以及理想 Z-R 關係式計算的降雨率  $R_{ZR}$  幾乎都落在一比一的線上，如此一來即可以相信計算之 Z-R 關係式的係數 A、b，可以正確的推算出降雨率，接著討論係數 A、b 隨降雨率的變化。

同樣以九月十七日 02:00 到 03:00 的資料，時間間隔取六分鐘，來看係數 A、b 隨降雨量的變化，如圖 26（A、b 係數與降雨率）：從圖 26 中可以看到，隨著降雨率增加（A 時段），係數 A 有遞減的情形，而係數 b 有遞增的情形；在 B 時段，降雨率隨時間減少，A、b 係數的表現與 A 時段呈現相反的情形，從以上的結果來看，A、b 係數的表現有很好的一致性。若我們將 02:00 到 03:00 的資料以降雨率排序，其結果如圖 27（以降雨率大到小排序），以第五筆資料為分界，前段降雨率大於 40mm/hr，其係數 b 的值約 1.4 左右，而係數 A 約 200 到 250 之間，後段降雨率小於 40mm/hr，其係數 b 的值約 1.25 左右，而係數 A 約 300 左右，前後兩段的係數 A、b 正好可分為兩種型態，這與我們在圖 20 以雨滴粒徑分布區分為兩種型態的結果相同。

從 (21) 式可以發現，係數 b 是 m 的函數，如圖 28（係數 b 和 m 的關係圖），若用 12 小時的資料來看係數 b 和 m 的關係，圖 28 中可以看到係數 b 和 m 成反比的關係，因此係數 b 基本上是反映出雨滴粒徑分布的係數 m，根據之前對 m 和降雨率關係的了解（如圖 22），可以預期係數 b 和降雨率的關係，如圖 29，發現係數 b 在降雨量小於 15mm/hr 時，其分布的範圍相當的廣，介於 1.15 到 1.4 之間，其變異性相當的大，但隨著降雨量的增大，係數 b 的分布有漸趨一致的趨

勢，且似乎隨著降雨量增大而增大；接著看係數 A 的表現，從 (20) 式中可以知道，係數 A 是由  $N_0$ 、 $m$  來控制，並不如係數 b 那麼單純而較為複雜，因此看係數 A 與降雨率的關係為何？如圖 30 (係數 A 與降雨率)，係數 A 和係數 b 相似，在降雨率小於 15mm/hr 的地方，係數 A 的變異性相當的大，其分布較無規則，介於 200 到 550 之間，但隨著降雨率的增加，係數 A 的分布漸趨於一致，且係數 A 的值有隨降雨率增加而減小的趨勢。

根據以上的結果發現，由於降雨率較小時，雨滴粒徑分布的變化太大，使得係數 A、b 的變化跟著變大，雖然地面雨滴譜儀可以即時的觀測這些變化，並利用 Gamma 分布的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  來描述它，但雨滴譜儀畢竟是地面觀測，因此希望能找到係數 A、b 與回波強度  $Z_d$  之間的關係，從圖 31 (係數 b 與回波強度  $Z_d$ ) 中，係數 b 與回波強度  $Z_d$  成正比，但在回波強度  $Z_d$  較小的地方，係數 b 的變異性還是很大，由於回波強度與雨滴直徑六次方成正比，所以回波強度對雨滴粒徑分布很敏感，因此係數 b 與回波強度  $Z_d$  的關係比係數 b 與降雨率的關係更難看出規則性，而從圖 32 (係數 A 與回波強度  $Z_d$ ) 可以看到相同的情況，係數 A 與回波強度  $Z_d$  比係數 A 與降雨率更難看出其一致性；雖然回波強度  $Z_d$  與係數 A、b 沒有一對一的關係式，但仍可大致看出一個趨勢，那就是降雨率小時，係數 A、b 的變化性大，但隨著降雨率的增大，係數 A、b 則漸趨於一致，係數 A 隨著降雨率增大而變小，其範圍約在 200 到 400 之間，係數 b 與降雨率呈正比，範圍約在 1.2 到 1.4 之間。

接著看由雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  所計算的降雨率  $R_d$  與回波強度  $Z_d$

之間的關係，從圖 33（降雨率  $R_d$  與回波強度  $Z_d$  關係圖）可以看到，大致上而言降雨率  $R_d$  與回波強度  $Z_d$  的關係是成正比，降雨率  $R_d$  越大則回波強度  $Z_d$  越強，但即使如此，同樣的降雨量  $R_d$ ，對應到的回波強度  $Z_d$  變化相當的大，因此同樣的回波對應到的降雨率變化更大，例如，當回波值約 45dBZ 時，其對應到降雨率可能的範圍約在 20 到 40（mm/hr）之間，因此只能從回波來大概的估計降水，而不能找出一對一的關係式，這是由於雨滴粒徑分布的變化太大，而造成同樣的回波有不同的降雨量，因此為了解雨滴粒徑分布對回波強度  $Z_d$  與降雨率  $R_d$  的影響，利用  $D_0$ （中值體積直徑）來代表雨滴粒徑分布偏向大雨滴或是小雨滴，例如，當回波強度相同時，可能是由較少的總雨滴個數，但有較多的大雨滴的雨滴粒徑分布，或者是較多的雨滴總個數，但雨滴粒徑分布偏向小雨滴，因此希望看到前者有相對於後者有較小的降雨率，如圖 33 中，其中十字（ $D_0$  小於 0.125cm）、三角形（ $D_0$  介於 0.12cm5 到 0.150cm），點（ $D_0$  介於 0.150cm 到 0.175cm），叉叉（ $D_0$  大於 0.125cm），分別代表小到大的  $D_0$ ，大的  $D_0$  代表雨滴粒徑分布較偏向大雨滴，從圖 33 中可以看到，當回波強度約 45dBZ 時，降雨率約在 20 到 40（mm/hr）之間，從  $D_0$  的分布來看， $D_0$  介於 0.150cm 到 0.175cm 的資料分布（點），其雨滴粒徑分布偏向較小的雨滴，相對於  $D_0$  大於 0.175cm 的資料分布（叉叉），分布偏向較大的雨滴粒徑分布， $D_0$  介於 0.150cm 到 0.175cm 的資料會有較大的降雨率，同理反推可知，相同的降雨率若對應到較大的  $D_0$ ，則會因為有分布偏向大雨滴的粒徑分布，而有較大的回波強度，如此一來，若可以藉由中值體積直徑  $D_0$  區分出雨滴粒徑分布的型態，趨向大雨滴或是小雨滴，就可以降低使用回波來估計降水的誤差，以上的結果與 Ulbrich（1997）的結果相同，但其並不用中值體積直徑  $D_0$  作為分界，而是以質量權重平

均直徑 (Mass Weighted Average Diameter :  $D_m$ )，其性質接近於中值體積直徑  $D_0$ ，故可視為中值體積直徑  $D_0$ ，其計算方式為利用 (6) 式計算  $M_3$ 、 $M_4$ ，則質量權重平均直徑  $D_m$  為  $M_4$  除以  $M_3$ 。

### 3.3 理想 Z-R 關係式與 WSR-88D 的 $Z = 300R^{1.4}$ 比較

五分山的 WSR-88D 雷達，其用回波估計降水時所使用的關係式為 (21) 式，先不考慮雷達觀測與地面雨滴譜儀計算之回波強度之間的

$$Z = 300R^{1.4} \quad - (21)$$

差異，若用雨滴譜儀計算的理想回波  $Z_d$  帶入 (21) 式，來估計降雨率  $R_{300R^{1.4}}$ ，並與雨滴譜儀觀測的降雨量  $R_d$  比較，同樣使用 12 小時的資料，以六分鐘為時間間隔，其結果如圖 34 (雨滴譜儀觀測的降雨率  $R_d$  與理想回波  $Z_d$  帶入 (21) 式估計的降雨率  $R_{300R^{1.4}}$ )，圖 34 中的虛線代表當兩者相同時，資料應落在 1:1 的虛線上，從圖 34 中可以看到，大部分的資料落在虛線以下，表示由 (21) 式估計的降雨率  $R_{300R^{1.4}}$  會低估於雨滴譜儀所觀測到的降雨率  $R_d$ ，當降雨率小於 10mm/hr 時，低估的誤差不是很大，隨著降雨率的增大，誤差也隨著增加，例如，當地面的雨滴譜儀觀測到的降雨率約 95mm/hr 時，由 (21) 式所估計的降雨率  $R_{300R^{1.4}}$  卻只有 65mm/hr 左右，當降雨率較小時，誤差也相對降小。

將 (21) 式的係數 A、b 帶入 (19)、(20) 式，可以反推  $N_0$ 、m，並利用反推之後的  $N_0$ 、m 帶入 (16) 式計算  $D_0$ ，並利用  $D_0$  帶入 (12) 式計算  $\Lambda$ ，經上述的推導可得到 (21) 式所代表之 Gamma 分布的係數  $N_0$ 、m、 $\Lambda$  及  $D_0$ ，其代表 (21) 式的雨滴粒徑分布；假設回波強度介

於 25dBZ 到 55dBZ 之間，計算結果發現，由於係數  $A$ 、 $b$  為  $N_0$ 、 $m$  的函數，因此係數  $A$ 、 $b$  為定值時， $N_0$ 、 $m$  也為定值，其分別為  $5.88987 \times 10^7$  ( $cm^{-1-m}m^{-3}$ ) 和 1.155 (dimensionless)，而  $\Lambda$  則隨著回波強度增加而減小，其介於 71.23 到 30.53 ( $cm^{-1}$ ) 之間，與第二章測試 Gamma 分布的結果相同，當  $\Lambda$  越小，雨滴粒徑分布向大雨滴延伸，而有較大的回波強度；因此從上述計算  $N_0$ 、 $m$ 、 $\Lambda$  的結果來看，由於 (21) 式僅能根據回波反映  $\Lambda$  值得變化，而  $N_0$ 、 $m$  為定值，這與觀測到多變的雨滴粒徑分布差異甚大，即使  $\Lambda$  值可隨著不同的回波強度而有不同的對應值，但從第二章的結果就已經知道， $\Lambda$  值雖然隨著降雨率增大而有減小的趨勢，但其差異性還是很大，且  $N_0$ 、 $m$  在觀測中並非定值，因此無法充分掌握雨滴粒徑分布的變化，再次的說明雨滴粒徑分布的變化，使得無法由單一的 Z-R 關係式來估計降雨量。

把 (21) 式對應不同回波強度所估計的降雨率  $R_{300R1.4}$ ，以曲線來表示，並加上雨滴譜儀實際觀測面觀測的降雨率  $R_d$ ，如圖 35，從圖中可以看到，利用雨滴譜儀觀測的理想回波  $Z_d$  帶入 (21) 式，所估計的降雨率  $R_{300R1.4}$  沿著實際地面觀測降雨率  $R_d$  的下緣，這表示使用 (21) 式來估計的降雨率  $R_{300R1.4}$  大部分會有低估的情形，尤其是降雨率大的地方，這與圖 34 的結果相同，但是從圖 35 中可以看到，如果將 Z-R 關係式向上修正一點，將使估計降的雨率不會一致偏向低估，而對時間積分後，因為高估和低估相抵消的結果，累積降雨率的正確性將提高。

### 3.4 修正 Z-R 關係式之係數 $A$ 、 $b$

回波強度與降雨率的關係，由於雨滴粒徑分布的變化太大，因此兩者之間並無法找出一個關係式，雖然中值體積直徑  $D_0$  有助於區分雨滴粒徑分布的型態，並提高回波估計降水的準確度，但由於傳統雷達並無法提供中值體積直徑  $D_0$  的資訊，而僅能提供回波強度，因此無法用回波強度準確的估計降水，但藉由修正 Z-R 關係式之係數 A、b，可提高累積降雨量的表現。以下為只有雷達資料時，我能針對回波來區分不同的 Z-R 關係式，而修正 Z-R 關係式。

從 12 小時的雨滴粒徑分布資料分析發現，降雨率小於 15mm/hr 時，其雨滴粒徑分布的變化相當的大，因此其 Z-R 關係式的係數 A、b 變化相當的大，故降雨率小於 15mm/hr 的資料不列入計算，並以回波強度 ( $Z_d$ ) 44dBZ 為門檻值，分別計算其 Z-R 關係式的係數 A、b，並做平均，得到兩組 Z-R 關係式的係數 A、b，44dBZ 以上其係數 A、b 分別為 268.9 和 1.34，即 (22) 式，44dBZ 以下其係數 A、b 分別為 302.6 和 1.28，即 (23) 式，將 (22) 式、(23) 式與 (21) 式以

$$Z = 268.9R^{1.34} \quad - (22)$$

$$Z = 302.6R^{1.28} \quad - (23)$$

及觀測資料放在一起，以了解其是否有較好的結果，如圖 36，其中 A 為  $Z = 300R^{1.4}$ ，B 為係數 A、b 分別為 268.9 和 1.34 ((22) 式)，C 為係數 A、b 分別為 302.6 和 1.28 ((23) 式)，與  $Z = 300R^{1.4}$  相較，B、C 曲線向上修正了一些，並不會落在真實資料的下緣，但仍然會有高估或低估的情形，接著把修正的係數 A、b 帶入 12 小時的回波強度  $Z_d$  資料，其結果如圖 37，修正後的 Z-R 關係式所估計的降雨率，雖然仍不能準確的估計降雨率，但也不至於如  $Z = 300R^{1.4}$  都是低估的情形，因此分別計算其 12 小時的累積降雨量，結果為：雨滴譜儀觀測累積降雨量為 210.24mm，修正後的 Z-R 關係式所估計的累積降雨量為

213.03mm， $Z = 300R^{1.4}$ 所估計的累積降雨量為172.34mm，從以上的結果可以發現，修正後的Z-R關係式的確在累積降雨量的表現較 $Z = 300R^{1.4}$ 的結果更接近觀測值，而 $Z = 300R^{1.4}$ 卻嚴重的低估累積降雨量，因此修正後的Z-R關係式仍有相當不錯的表現。

雖然以回波強度區分為兩個Z-R關係式的結果在累積雨量的部分相當不錯，但瞬時的降雨率仍掌握的相當差，因此希望以中值體積直徑 $D_0$ 來區分的Z-R關係式能有較佳的結果。假設可藉由偏極化雷達求得中值體積直徑 $D_0$ 在空間上的分布，便可以將Z-R關係式依不同的中值體積直 $D_0$ 徑來分類，以提高估計降雨率的準確度。同樣以12小時資料為例，10mm/hr以下的資料不採用，以中值體積直徑 $D_0$ 來區分Z-R關係式，共分為三類Z-R關係式： $D_0$ 小於1.5mm時，A、b分別為268.0和1.25(24)式， $D_0$ 大於1.5mm，小於1.75mm，A、b分別為279.0和1.29(25)式， $D_0$ 大於1.75mm時，A、b分別為302.0和1.34(26)式，接著以雨滴粒徑分布計算的回波強度 $Z_d$ 帶入(24)、(25)、

$$Z = 268R^{1.25} \quad - (24)$$

$$Z = 279R^{1.29} \quad - (25)$$

$$Z = 302R^{1.34} \quad - (26)$$

(26)式，計算降雨率，並與雨滴譜儀觀測的降雨率比較，如圖38，以中值體積直徑 $D_0$ 來區分的Z-R關係式((24)、(25)、(26)式)所估計的降雨量與實際觀測的降雨量相當接近，而其12小時的累積降雨量為217.03mm，與雨滴譜儀觀測的累積降雨量210.24mm相當接近，從圖37、38中可以看到以中值體積直徑 $D_0$ 來區分的Z-R關係式((24)、(25)、(26)式)比以回波強度區分為兩個Z-R關係式((22)、(23)式)更能準確的估計降雨率。由於累積降雨量並不能表現出瞬

時降雨率的誤差，因此以誤差絕對值（(27) 式）來表現瞬時降雨量

$$Differ = |Rain_{distrometer} - Rain_{Z-R}| \quad - (27)$$

估計的誤差，其結果發現：以中值體積直徑  $D_0$  來區分的 Z-R 關係式（(24)、(25)、(26) 式）的累積誤差為 25.4mm，以回波強度區分為兩個 Z-R 關係式（(22)、(23) 式）的降雨量累積誤差為 28.6mm，而  $Z = 300R^{1.4}$  的降雨量累積誤差為 46.1mm，從以上的結果發現，以中值體積直徑  $D_0$  來區分的 Z-R 關係式（(24)、(25)、(26) 式）的確在瞬時降雨率的部分有較好的結果。

以上的分析均以雨滴譜儀的地面資料為主，但在真實的情形下，雷達所提供的回波強度  $Z_{Radar}$ ，與雨滴譜儀所觀測的雨滴粒徑分布進而計算的回波強度  $Z_d$  有一差值，因此下一章將針對雷達觀測回波強度  $Z_{Radar}$ ，與雨滴譜儀所觀測的回波強度  $Z_d$  進行比較。

## 四：雷達觀測與地面觀測之差異

### 4.1 雷達資料處理

利用氣象局五分山雷達站的 WSR-88D 都卜勒雷達，在納莉(Nari) 颱風期間的資料。由於五分山雷達站位於海拔約 700 公尺高的地方，加上其掃描策略的最低仰角約 0.5 度，而中央大學的雨滴譜儀位於五分山雷達站的 259 度方位角，即西南西方，距離約 60.5 公里，因此最低的波束在中央大學的上方約 1.75 公里，表示五分山雷達站所提供中央大學的回波強度  $Z_{Radar}$  資料最低約 1.75 公里高。由於五分山雷達站所提供的回波強度  $Z_{Radar}$  離地面太高，因此在比較雷達觀測回波強度  $Z_{Radar}$  與雨滴譜儀計算的回波強度  $Z_d$  時，會先將雷達站所提供的回波強度  $Z_{Radar}$  作空間的平均，以降低水平平移所造成的誤差，因此將中央大學上方的回波強度作 9 點平均，如圖 39，左右及上下各取 1 公里，共 9 個點直接平均其回波強度，為配合雨滴譜儀的資料，雷達的平均回波強度  $Z_{Radar}$  資料取九月十六日的 15:59 到 19:00 (UTC) 以及九月十七日的 01:59 到 04:59 (UTC)。

而地面雨滴粒徑分布計算回波  $Z_d$  的部分，不能再以六分鐘為時間間隔，必須與雷達掃描的時間配合，若雷達體積掃描 (Volume Scan) 為 15:59 到 16:06，則由於五分山雷達站的掃描策略為由最低仰角為第一圈，依次提高仰角，因此以體積掃描的起始時間和結束時間，作為計算雨滴粒徑分布的時間窗區，因考慮到雨滴向下落的時間，因此雨滴譜儀所計算的回波強度  $Z_d$ ，則代表 15:59 的回波強度，即最低仰角的回波，依此類推。

## 4.2 雷達觀測與地面觀測回波之比較

九月十六日的 15:59 到 19:00 (UTC) 以及九月十七日的 01:59 到 04:59 (UTC) 的雷達回波強度  $Z_{Radar}$  與雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$  如圖 40、41，圖中虛線代表雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$ ，實線代表雷達觀測的雷達回波強度  $Z_{Radar}$ ，直條代表降雨率，在不考慮水平平移或垂直變化的情況下，從圖 40、41 中可以看到兩者有相當不錯的一致性，尤其在降雨率較小的時段，例如九月十六日的 17:22 到 18:31 之間，雷達回波強度  $Z_{Radar}$  與雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$  兩者之間的差值相當的小，約 1dBZ，且相當同步，但在降雨率大的時段，例如九月十七日的 01:59 到 03:21，其兩者之間的差異則較大，約 4 到 5dBZ，但大體而言，雷達回波強度  $Z_{Radar}$  似乎會略低於雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$ ，表示雷達可能有低估回波強度的情形。雷達低估回波強度對於我們利用回波強度估計降雨率有很大的影響，因為利用比實際雨滴粒徑分布計算的回波強度略低的雷達觀測回波強度，將會嚴重的低估降雨率。

為了了解雷達觀測回波強度低估的情形，首先看雷達回波強度  $Z_{Radar}$  與雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$  的關係，如圖 42，從圖 42 中可以看到雷達觀測的回波強度  $Z_{Radar}$ ，少部分落在下半部，表示雷達觀測的回波強度  $Z_{Radar}$  高於由雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$ ，部分資料落在虛線上，表示兩者的值相同，但大部分的資料落在上半部，表示雷達回波強度  $Z_{Radar}$  略低於雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$ ，低估的程度從 1dBZ 到 5dBZ 不等，從降雨率與低估回波強度的關係來討論，如圖 43，從圖 43 中可以看到大部分的資料落在零值線的左半邊，

也就是負值區，表示大部分的資料是屬於雷達回波強度  $Z_{Radar}$  低於雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$ ，即雷達低估回波強度，最大約低估 7dBZ，而高估的情形也有發生，但高估的情形大多發生在降雨率小於 20mm/hr 以下，且比例相對較低，從圖 43 中也可看到，當降雨率小於 10mm/hr 時，兩者之間的差異相對較大，且差異的範圍從 -7dBZ 到 +5dBZ，若將降雨率小於 10mm/hr 的資料去除後，平均兩者之間的差異，發現雷達觀測的回波強度  $Z_{Radar}$  相對於雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$ ，平均而言低估約 3.3dBZ，而從雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$  和低估回波強度的關係來看，如圖 44，資料的分布向左上角傾斜，即雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$  越大，則雷達低估回波強度的情形越嚴重，可能的原因為雷達觀測的回波強度  $Z_{Radar}$  是一個解析體積 (resolution volume) 的平均值，也就是當一個強回波，若其體積在空間上較小，則雷達觀測的回波強度  $Z_{Radar}$  則會略為低估，然而雨滴粒徑分布計算回波強度  $Z_d$  則沒有這方面的問題，因此在平均區域中回波越局部，則低估的情形越嚴重，或者是當中央大學上方正好位於回波梯度帶的邊緣時，回波低估的情形也會發生。

從雷達觀測的回波之水平分布也可看到上述的情形，如圖 45、46，九月十六日的 15:59 到 17:04 (UTC)，共 12 個掃描，中央大學上方 1.75 公里高、東西南北各 10 公里，共  $20 \times 20 \text{ km}^2$  的五分山雷達水平回波場，即中央大學在圖中座標 (-60, -11) 的位置，從圖 45、46 中可發現這段時間的天氣系統的變化相當的快，且沒有一個明顯的系統移速，因此在水平上無法以時間平移來修正回波與雨滴譜儀的位置，從圖 45、46 中 16:24 到 16:41 (UTC) 的回波場可發現，這些時段的中央大學上方正好位在回波梯度上，而從圖 40 也可以看

到 16:24 到 16:41 有系統性低估的情形。圖 47、48，九月十七日的 01:59 到 03:03 (UTC) 五分山雷達水平回波場，幾乎 12 個時段的雷達觀測回波強度  $Z_{Radar}$  均有低估的情形，而從圖 47、48 中也可以看到中央大學雨滴譜儀上方正好在回波梯度的邊緣，因此造成回波低估的情形。而當雷達觀測回波強度  $Z_{Radar}$  較沒有低估的情形，例如九月十六日的 17:51 到 18:20 (UTC)，其水平回波場如圖 49，圖 49 中的中央大學上方為弱回波區，且回波梯度較小，且此時的降雨率也相對較小，因此雷達觀測回波較無低估的情形。

另一個雷達觀測低估可能的原因為回波垂直上的變化，因為當雨滴往下落的過程中，可能有碰撞結合、碰撞分裂或其它雲物理的作用造成垂直上的變化，而產生高層與地面回波的差異，因此接著看回波的垂直變化，以了解雷達觀測低估與層狀降水或對流降水是否有關，圖 50、51，(圖中  $X$  為平均值， $S$  為標準差) 九月十六日的 15:59 到 17:04 (UTC)，圖中 16:12 到 16:24 的回波強度垂直分布為向下遞增，若繼續向下延伸，則可推測地面的回波強度應會較大，但從圖 40 中雖可看到雷達觀測的回波強度有低估的情形，但有些時段卻沒有低估的情形，例如：16:12 (UTC)。而九月十七日的 01:59 到 03:03 (UTC) 的情形也相似，如圖 52，53，大部分的回波垂直分布為向下遞增，但在某些時段低層的垂直分布較無變化，如 02:46 到 03:03 (UTC)，但這 12 個時段幾乎都有雷達低估回波的情形。以九月十六日的 17:51 到 18:20 (UTC) 雷達觀測回波強度  $Z_{Radar}$  沒有低估的情形為例，來看其回波強度的垂直變化，如圖 54，雖然中高層有一明顯的亮帶 (Bright Band)，但在低層的回波垂直分布較無變化，這與層狀降水的回波垂直分布有所不同。

綜合以上的分析，水平回波的部分：當回波值較低且水平回波梯度較小時，雷達較不會有低估的情形發生，但相反的，若在一個強回波且有較大回波梯度的地方，則雷達觀測低估的情形較為嚴重。從回波的垂直分布來討論：當沒有低估情形發生時，回波的垂直分布大多在中層有一個亮帶，或是低層的回波垂直變化較小，但相對的也並非如此就不會有低估的情形。因此單單從水平或垂直分布來討論雷達觀測低估的情形是不足夠的，必須兩者一起討論，但是在颱風的個案中，雷達是否低估觀測回波，在雲物理與雲動力的交互作用無法分離的情況下，很難定量或定性的描述雷達觀測回波強度低估的情形，因為水平的風場會嚴重的影響回波的垂直變化，因此當雷達觀測回波強度低估時，有可能是本身垂直變化所造成，亦有可能水平風場幅合所帶來較多的水滴分布，而造成高低兩層回波的差距。但低估的情形是較為普遍的，且從前面統計的結果發現，雷達大多會低估 3.3dBZ 左右，因此嘗試以 3.0dBZ 為修正值，來看雷達估計降水與地面觀測差距，

#### 4.3 雷達估計與地面測站降雨率比較

以中央氣象局的在北部地區的自動雨量站，選取位在中央氣象局五分山雷達站掃描範圍內的自動雨量站，共有 44 個測站，利用自動雨量站提供的每小時降雨率，來當作地面觀測的真實降雨率 (Ground Truth)，與雷達估計的降雨率比較。由於五分山雷達站為都卜勒雷達，僅能提供徑向風、回波強度，而無法提供雨滴粒徑分布的資訊，如中值體積直徑  $D_0$  等其他參數，所以我們只能用回波強度分兩個公式的方法，即 (22)、(23) 式，利用五分山雷達站的回波強度  $Z_{radar}$  資料來估計降雨率，比較修正後的 Z-R 關係式，在帶入雷達觀測回波與將

回波修正 3.0dBZ 後，其估計的降雨率與地面觀測站的降雨率的差異為何。

從上一章的結果得知，修正後的 Z-R 關係式在累積降雨量有相當不錯的結果，因此比較九月十六日 14:00 到 19:00 (UTC) 共 5 個小時的地面觀測降雨量與雷達估計的降雨量之間的差異，由於雷達每六分鐘一筆資料，因此將每個六分鐘所計算的降雨率分別加在一起，以得到每一筆一小時的降雨量。除了比較修正回波前後的估計降雨量與地面觀測的結果，另外以最糟的情況用  $Z = 300R^{1.4}$  且不修正回波來作為對照組，如圖 55、56、57、58、59，圖中第一到第三張分別為：不修正回波強度，用修正之 Z-R 關係式、修正 3dBZ，用修正之 Z-R 關係式、不修正回波強度，用  $Z = 300R^{1.4}$ ，圖中 X 為五分山雷達的位置，從圖中可以看到，修正後的 Z-R 關係式在均不修正回波的情況下（第一及第三張圖），雷達估計的降雨量要比  $Z = 300R^{1.4}$  好很多，尤其在降雨量較大的地方，但雷達估計的降雨量與地面觀測的真實降雨量仍有一段不小的差距，約略低於地面觀測值，於是根據之前雷達觀測回波強度約低估 3.3dBZ 的結果，將所有的回波強度加上 3.0dBZ，再將修正後的回波帶入修正後的 Z-R 關係式計算降雨量，從圖中可以看到，修正後的回波帶入修正後的 Z-R 關係式計算降雨量（第二張圖）有明顯的改善，比不修正回波有更好的結果，無論是定量或是定性上都不錯。

為了進一步證明修正後的回波帶入修正後的 Z-R 關係式計算的降雨量有較好的結果，在空間上取一個範圍，從 25.02°N 到 25.17°N 和從 121.4°E 到 121.7°E，將範圍內的測站降雨量、不修正回波以修正後的 Z-R 關係式及  $Z = 300R^{1.4}$ ，修正回波以修正後的 Z-R 關係式所計算的降

雨量，比較共四種結果，如表 3，可以看到修正回波以修正後的 Z-R 關係式計算的結果明顯要比其他兩個要好很多，從這五個小時的平均誤差我們也可看到相同的結果，最差有 39%的誤差，而最佳的情況卻只有 10%的誤差。

## 五：結論與未來展望

### 5.1 討論與結論

雨滴粒徑分布在大自然中扮演舉足輕重的角色，因此對其研究及了解是一門重要的課題，從納莉颱風的資料中發現，雨滴粒徑分布不僅決定降雨率的大小，更影響到利用雷達觀測回波強度估計降雨量的準確率，從資料中發現到，相同的降雨率會因雨滴粒徑分布的差異，使得其對應的回波強度有所不同，因此當回波強度相同時，其對應到的降雨率，將不是單純一對一的關係式，而利用地面雨滴譜儀的觀測，可進一步了解雨滴粒徑分布的變化如何影響以及影響的程度有多大。

雨滴粒徑分布可用 Gamma 分布來描述其變化，而 Gamma 分布的三個係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  在描述雨滴粒徑分布的形狀時，有相當不錯的正確性，且較 Marshall & Palmer 的指數分布更能接近實際觀測資料，另一個 Gamma 分布的優點為，其也能描述指數分布的型式（當  $m$  為零值時）。從資料的結果發現，當降雨率增大時，雨滴粒徑分布會向大雨滴延伸，即  $\Lambda$  值減小，小雨滴的部分也會增加，即  $m$  值變小，而降雨率減小時則有相反的情形，且降雨率越小雨滴粒徑分布的變化越大，反而降雨率大時雨滴粒徑分布較趨於一致。

另一個要注意的是，計算雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  時，雨滴直徑單位取 cm，但如果使用 mm 做為雨滴直徑單位，則計算的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$ ，其單位由原本的  $m^{-3}cm^{-1}$  變成  $m^{-3}mm^{-1}$ ，因此不同單位的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  在數值上會相差十倍（使用單位 cm 的雨滴粒徑分布

$N(D)_d$  為使用單位 mm 的十倍), 但即使不同單位的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  相差十倍, 計算降雨積分參數 (回波強度  $Z$ 、降雨率  $R$ ) 時, 則不會受到單位的影響而有不同結果, 利用 Gamma 分佈係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  來擬合不同雨滴直徑單位 (mm) 所計算的雨滴粒徑分布  $N(D)_d$  時, 發現 Gamma 分佈係數除了  $m$  因為是無因次化的係數, 所以並不影響其結果, 但係數  $\Lambda$  則因為其單位由  $cm^{-1}$  改為  $mm^{-1}$ , 故  $\Lambda$  值會小十分之一 (相對於雨滴直徑 (dD) 的單位取 cm 時), 而  $N_0$  的單位由  $cm^{-1-m}m^{-3}$  改為  $mm^{-1-m}m^{-3}$ , 其差異則更大且較複雜, 因為其與係數  $m$  交錯在一起。

為了解  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  在直徑單位為 mm 時, 其分別對雨滴粒徑分布的影響, 是否與直徑單位取 cm 時的結果相同, 因此變動一個參數, 固定其它兩個參數 (九組  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  及其對應之其它參數如表 4), 測試三個係數對雨滴粒徑分布的影響 (如同第二章的方法), 結果如附錄三, 從附錄三可發現其與之前雨滴直徑 (dD) 單位為 cm 的結果在 Gamma 分佈係數  $m$  上有很大的不同, 當雨滴直徑 (dD) 的單位是 cm 時,  $m$  值越大, 小雨滴的分布越向下彎, 而大雨滴的分布改變相對較小; 但若以 mm 為雨滴直徑 (dD) 為單位, 則  $m$  值越大, 小雨滴的分布越向下彎, 大雨滴的部分並不同於之前的不變, 而是有明顯向大雨滴延伸的情形 (附錄 3 圖 A), 因此當  $m$  值增大時, 其雨滴粒徑分布向大雨滴延伸, 使得其降雨率及回波強度均增強 (如表 4), 這是由於計算雨滴粒徑分佈時, 雨滴直徑 (dD) 的單位是用 cm, 因此 dD 的值介於零到一之間, 而利用 (2) 式 (Gamma 分布函數) 重建雨滴粒徑分布時, 其中  $D^m$  項的值會隨著 dD 值的增加, 使  $N(D_i)$  取對數 ( $\log_{10}$ ) 後的值趨近於零值, 但若雨滴直徑 (dD) 使用 mm 為單位, 則因為 dD 的值介於零到十之間, 重建雨滴粒徑分布時, 其中  $D^m$  項會隨著 dD 值

的增加， $N(D_i)$  在取對數 ( $\log_{10}$ ) 後的值並不會有趨於零值的情形發生。因此 Gamma 分佈係數  $m$ ，在雨滴直徑 ( $dD$ ) 取不同單位時 (cm 或 mm)，其對雨滴粒徑分佈的貢獻將扮演不同的角色，而  $N_0$ 、 $\Lambda$  對雨滴粒徑分佈的影響並沒有隨直徑單位的改變而改變。

由於係數  $m$  在觀測資料中，並非單獨改變，而是伴隨著其他係數 ( $N_0$ 、 $\Lambda$ ) 一起改變，因此討論雨滴粒徑分布時，應三個係數一起討論，而非單獨分開討論，若分開討論將容易有誤解的情形發生。

利用雨滴粒徑分布擬合後的三個 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，可直接計算 Z-R 關係式的係數 A、b，這與傳統計算 Z-R 關係式的係數 A、b 的方式有很大的差距，傳統的方法必需由雷達觀測回波，與地面觀測的降雨率找其相關性，其中最大的缺點為回波與地面觀測並不是一起觀測，其分別經由不同的觀測儀器，且彼此空間上的差距太大，因此容易產生誤差，但用雨滴粒徑分布計算的係數 A、b，則沒有這方面的問題，且可討論係數 A、b 在不同降雨率的表現。而由於係數 A、b 是從描述雨滴分布的係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  計算所得，因此係數 A、b 的變化也隨著  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  變化，因此當降雨率小於 15mm/hr 時，係數 A、b 的變異性相當的大，隨著降雨量的增加，係數 A 有減小且漸趨於一致的趨勢，係數 b 則相反，當降雨率最大約 90mm/hr 時，係數 A 約為 200，如果與 WSR-88D 雷達常用的常用的 Z-R 關係式  $Z = 300R^{1.4}$  相比較，可已明顯看到其之間的差異，且將  $Z = 300R^{1.4}$  與納莉颱風的資料比較後發現， $Z = 300R^{1.4}$  大部分會低估降雨率，因此，利用計算的係數 A、b，以 44dBZ 為分界，平均出兩組 Z-R 關係式，但這兩組 Z-R 關係式受到雨滴粒徑分布變化的影響，仍然無法準確的估計降雨率，

但其優點為降低了估計累積降雨量的誤差，尤其是降雨率介於 20 到 60mm/hr 之間的累積降雨量，有明顯的改善。

從雨滴譜儀計算的回波強度  $Z_d$  與降雨率  $R_d$  的關係發現，若利用中值體積直徑  $D_0$  來代表雨滴粒徑分布偏向大雨滴的程度，即中值體積直徑  $D_0$  大表示有較偏向大雨滴的雨滴粒徑分布，則可區分出相同降雨率，雨滴粒徑分布偏向大雨滴時，其回波強度較強，即  $D_0$  較大，雨滴粒徑分布偏向小雨滴時，其回波強度較弱，即  $D_0$  較小，因此，若以中值體積直徑  $D_0$  來分組，可以區分出三組 Z-R 關係式，利用此結果計算的降雨率會比單單以回波強度區分兩組 Z-R 關係式的結果較佳，但是以中值體積直徑  $D_0$  來分成三組的 Z-R 關係式，在目前都卜勒雷無法提供中值體積直徑  $D_0$  的情況下，並無法使用，希望未來能利用偏極化雷達提供雨滴粒徑分布的相關資訊，以提高定量降水估計的準確度。

而雷達觀測回波強度  $Z_{radar}$  與雨滴粒徑分布計算的回波強度  $Z_d$  的比較，發現雷達觀測回波強度  $Z_{radar}$  似乎有低估的情形發生，而由於中央氣象局五分山雷達站所提供的回波強度  $Z_{radar}$  資料，在雨滴譜儀的上方 1.75 公里高，因此在水平平移作用與垂直變化無法分離的情況下，無法定量地討論回波強度垂直上的變化，但從統計上可以約略估計，雷達站所提供的回波強度資料大約低估 3.3dBZ，藉由修正回波強度（加上 3.0dBZ），並帶入以回波強度區分兩組的修正 Z-R 關係式，所估計的一小時累積降雨量，與地面測站比對後，無論在空間分布或是定性定量上，都有不錯的結果，且與  $Z = 300R^{1.4}$  相比，有明顯的進步；而 Ulbrich 1998 曾提出 WSR-88D 雷達有低估 3.5dBZ 的情形，但我們的資料平均而言低估約 3.5dBZ，而較驗時修正 3.0dBZ

就有不錯的結果，因此實際的低估量需要更多的資料來分析，才能有更正確的結論。

## 5.2 未來展望

未來希望能將雨滴譜儀移到距離五分山雷達觀測回波較接近的地方，期能更進一步了解雷達觀測回波是否有低估的情形，並了解回波低估的情形與雷達距離的關係。未來中央大學的偏極化雷達換裝完成後，可觀測更多的降雨積分參數，例如： $Z_{DR}$ 、 $K_{DP}$ 、 $Z_V$ 等，即可計算雨滴粒徑分布的三個 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  在空間上的分布，進一步了解雨滴粒徑分布在大氣中的分布變化，如此可提高定量降水估計的準確度。

由於個案是選取納莉颱風，因此所呈現的結果僅能代表納莉颱風個案的表現，但是雨滴粒徑分佈的高變化性，在不同的個案有不同的變化，使得我們的結果與其他個案有些許的差異；例如 Zrnica (1999) 的研究中，降雨率大時，Gamma 係數均偏大值，這與我們在納莉颱風的結果相反。因此未來需要針對其它各種不同季節、不同降水型態如：雷雨、冬天的降水、層狀降水、對流降水等，來討論雨滴粒徑分布及其變化的特性，比較各種不同型態降水其雨滴粒徑分布的差異。

另外，雨滴譜儀提供的並不僅只有雨滴的直徑和垂直落速，還有許多雨滴的資訊，例如：扁平程度、雨滴截面積形狀、水平風偏移量等，均可由雨滴譜儀所提供的軟體，如附錄 4，更進一步研究每一個雨滴的特性。

## 參考文獻

Ali Tokay And David A. Short, 1995 : Evidence from Tropical Raindrop Spectra of the Origin of Rain from Stratiform versus Convection Cloud. *J. Appl. Metero. Sci.* , **35**, 355-371

Carlton W. Ulbrich, 1983 : Nature Variations in the Analytical Form of the Raindrop Size Distribution. *J. Climate Appl. Meteor.* , **22**, 1764-1774

Carlton W. Ulbrich, and D. Atlas, 1984 : Assessment of the contribution of differential polarization to improved rainfall measurements. *Radio Sci.* , **19**, 49-57.

Carlton W. Ulbrich, 1985 : The Effects of Drop Size Distribution Truncation on Rainfall integral Parameters and Empirical Relations. *J. Climate Appl. Meteor.* , **24**, 580-590

Carlton W. Ulbrich, 1997 : Rainfall Microphysics and Radar Properties : Analysis Method for Drop Size Spectra. , *J. Appl. Metero.* **37**, 912-923

Carlton W. Ulbrich, 1998 : Rainfall Measurement Error by WSR-88D Radars due to Variations in Z-R Law Parameters and the Radar Constant. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **16**, 1017-1024

D. S. Zrnic, 1999 : Sensitivity Analysis of Polarimetric Variables at 5-cm Wavelength in Rain., *J. Appl. Meteor.* **39**, 1514-1526

Kozu, T., and K. Nakamura, 1991 : Rainfall parameter estimation from dual-radar measurements combining reflectivity profile and path-integrated attenuation. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **8**, 259-271

Marshall, J. S., and W. M. K. Palmer, 1948 : The Distribution of raindrop with Size. *J. Meteor.*, **5**, 165-166

Toshiaki Kozu And Kenji Nakamura, 1990 : Rainfall Parameter Estimation from Dual-Radar Measurement Combining Reflectivity Profile and Path-integrated Attenuation. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **8**, 259-270

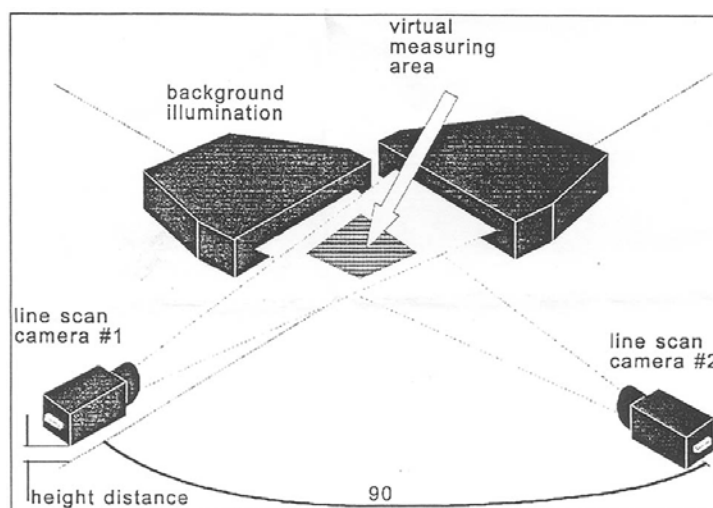


圖 1：中央大學雨滴譜儀 (2d-video Distrometer)。

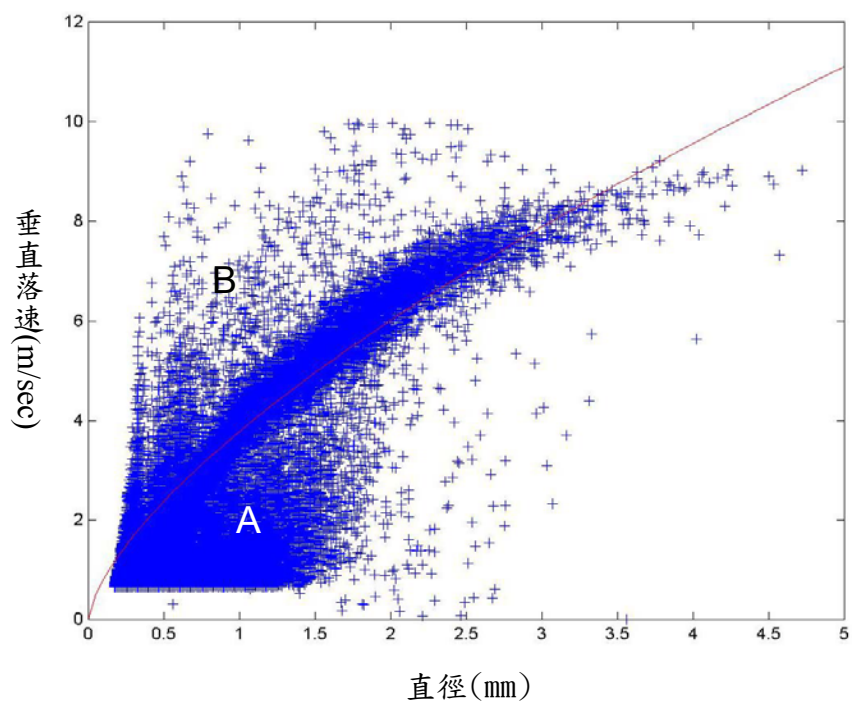


圖 2：雨滴直徑與雨滴垂直落速 (x 座標：mm，y 座標：m/sec)。

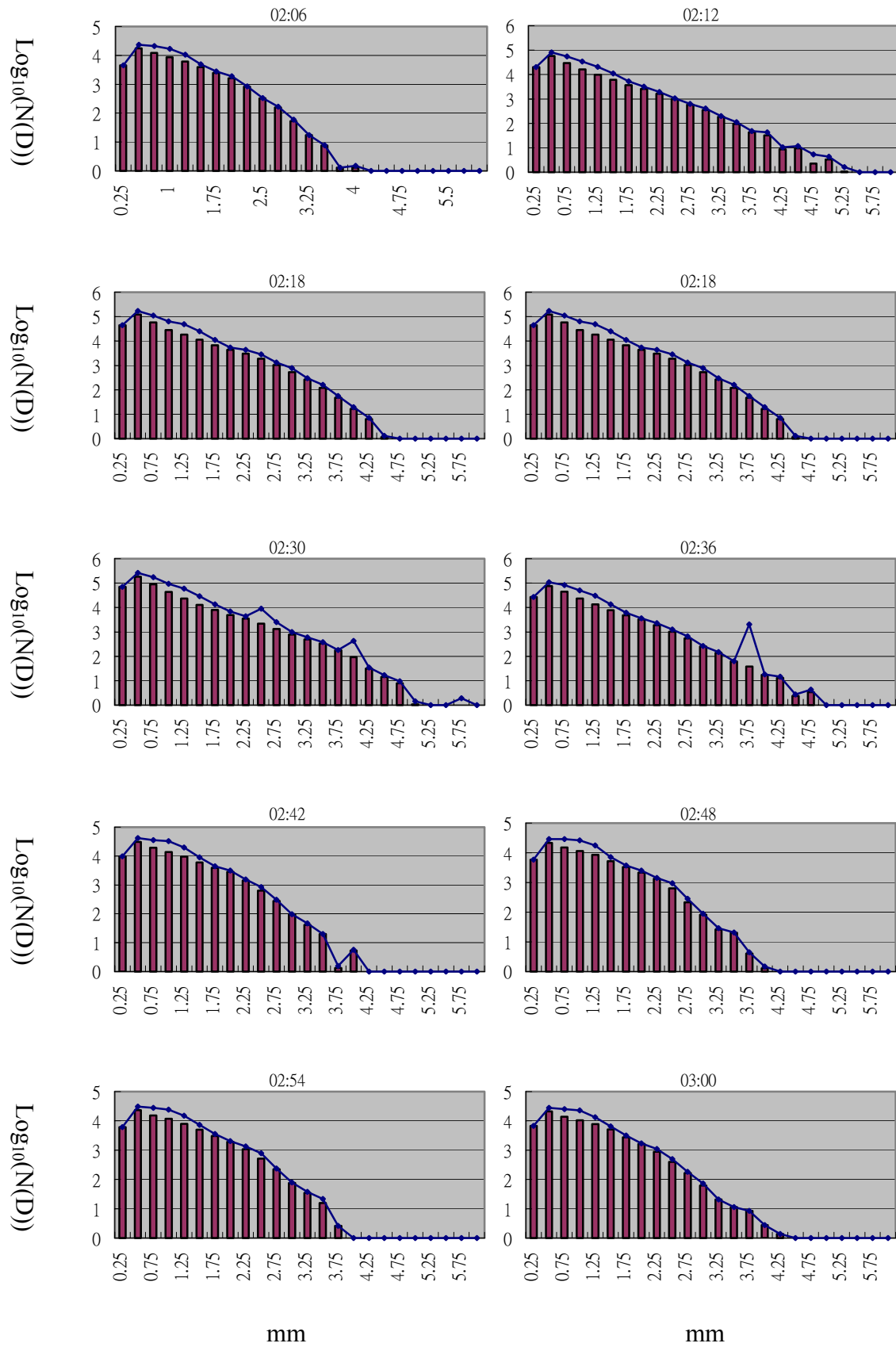


圖 3: 修正前 (實線), 及理想垂直落速計算之雨滴粒徑分布 (直條)。

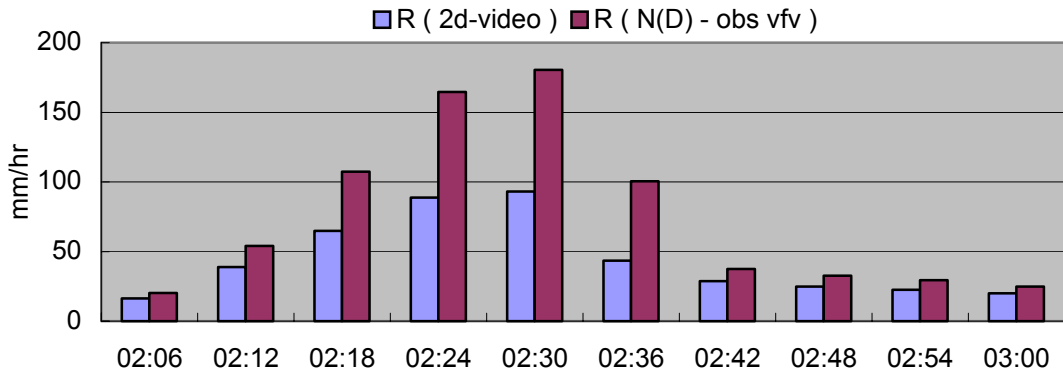


圖 4：修正之雨滴粒徑分布所計算之降雨率，及雨滴譜儀觀測的降雨率。

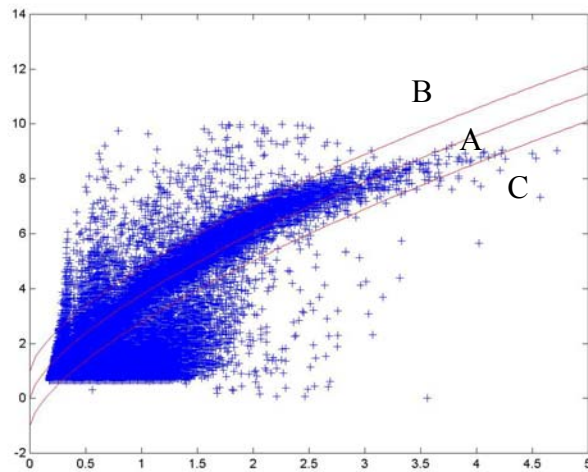


圖 5：雨滴直徑與雨滴垂直落速，及理想垂直落速之曲線和修正之門檻。

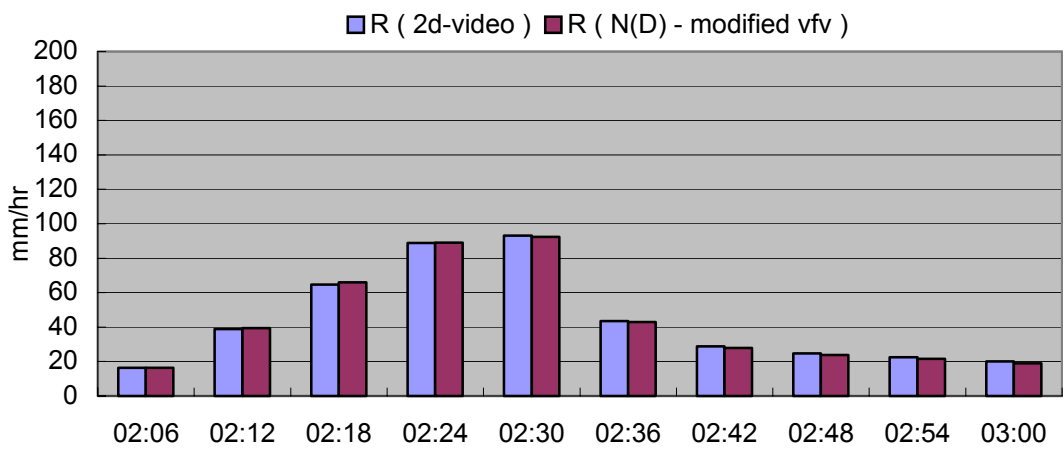
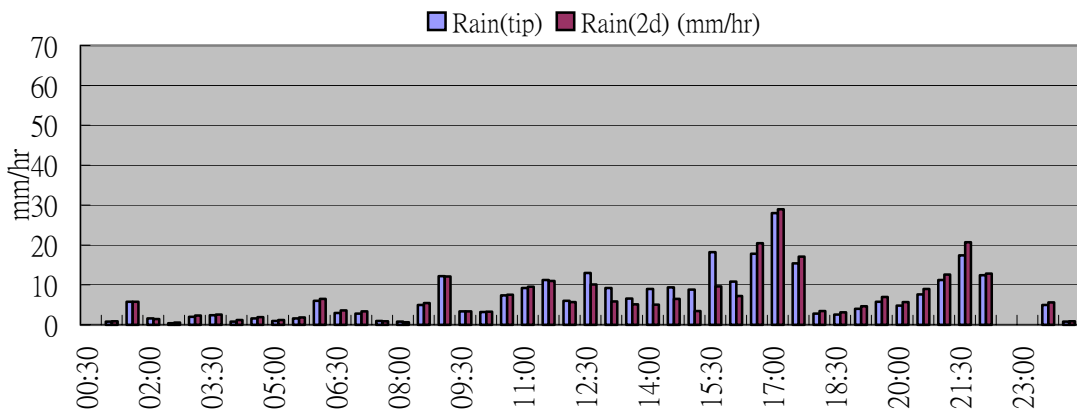


圖 6：修正後雨滴粒徑分布所計算之降雨率，及雨滴譜儀觀測的降雨率。

九月十六日



九月十七

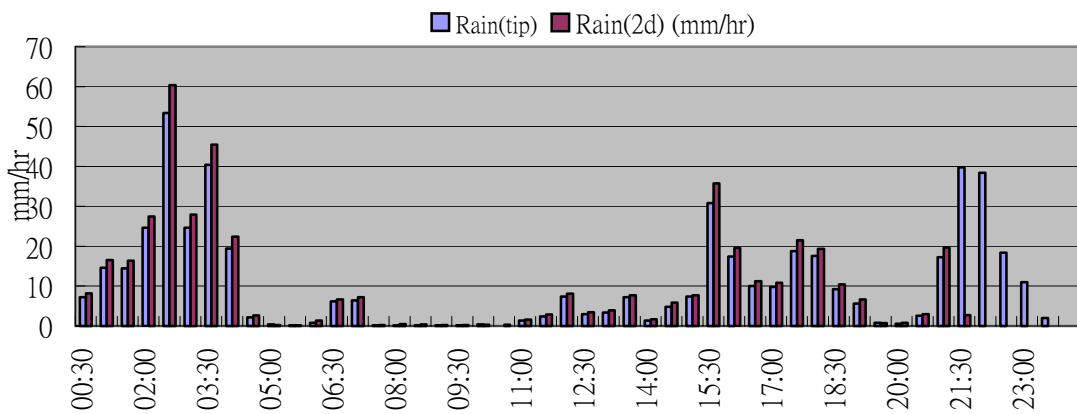


圖 7、8：九月十六日、九月十七日之降雨率（30 分鐘）。

缺資料的時段：

九月十六日：00 :00 ~ 02:00、12:00 ~ 13:00、13:30 ~ 14:30、  
15:00~ 16:00、0:30 ~ 24:00

九月十七日：00:00 ~ 00:30、21:30 ~ 22:00、23:00 ~ 24:00

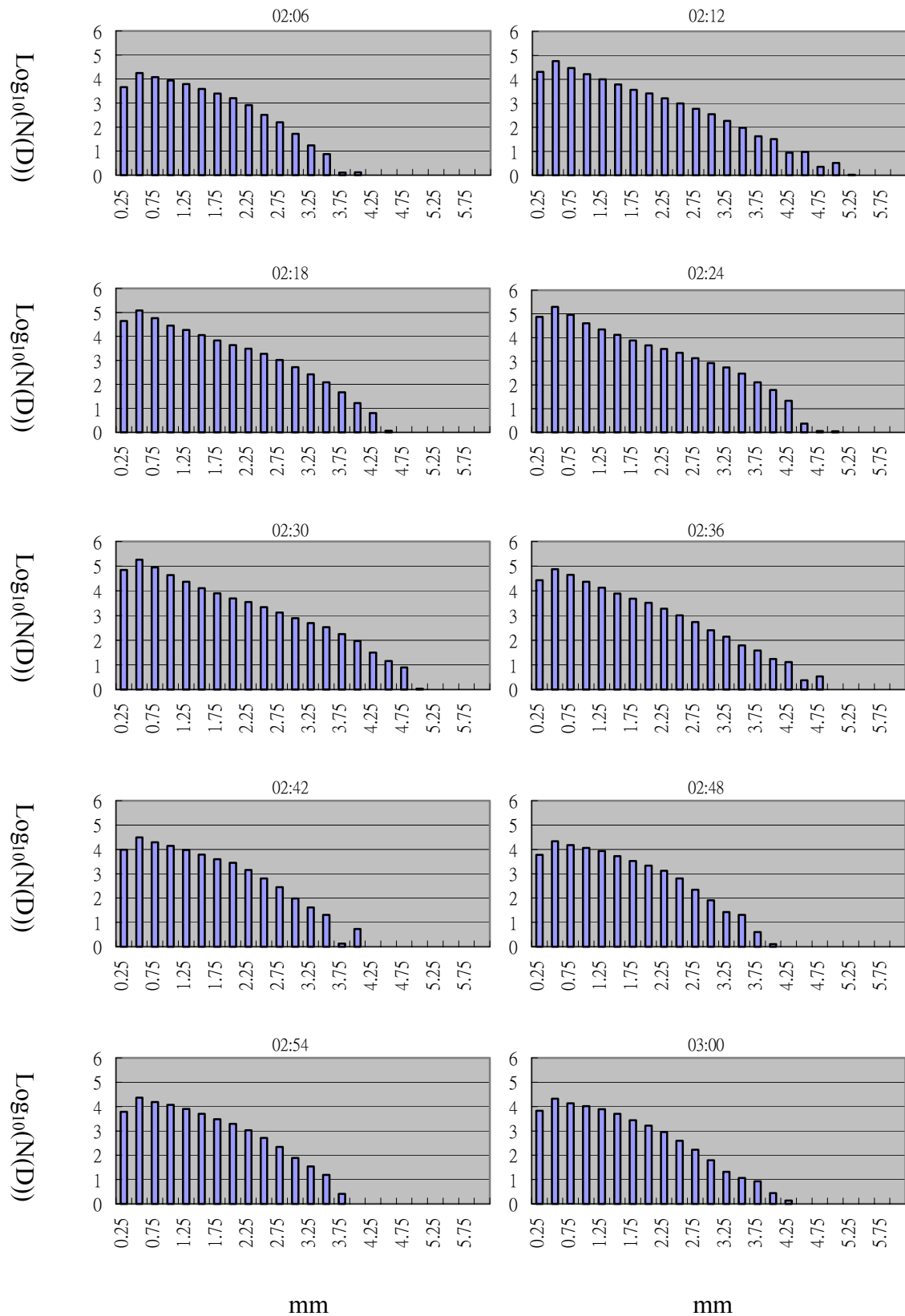


圖 9：九月十七日，02：00 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之雨滴粒徑分布。

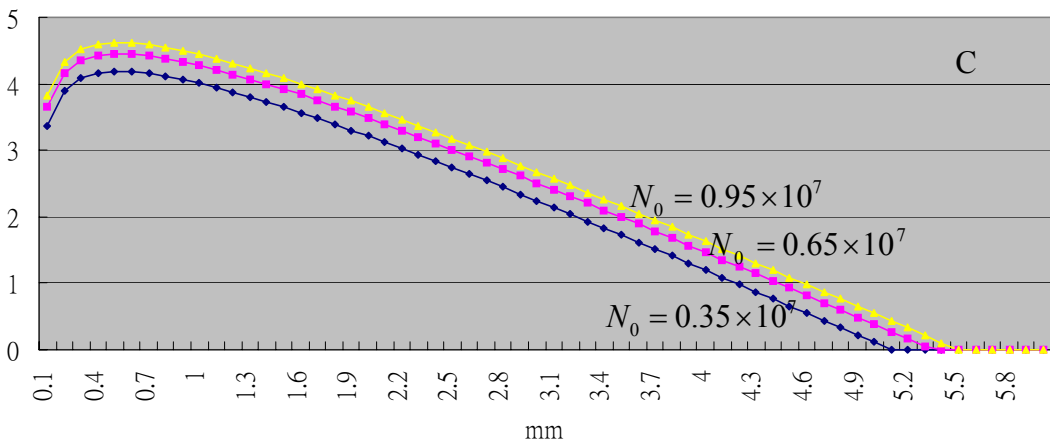
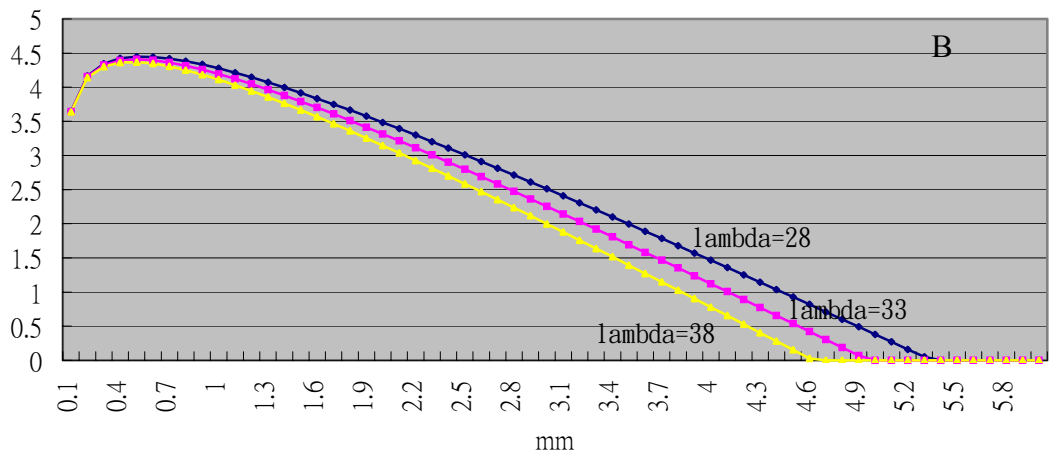
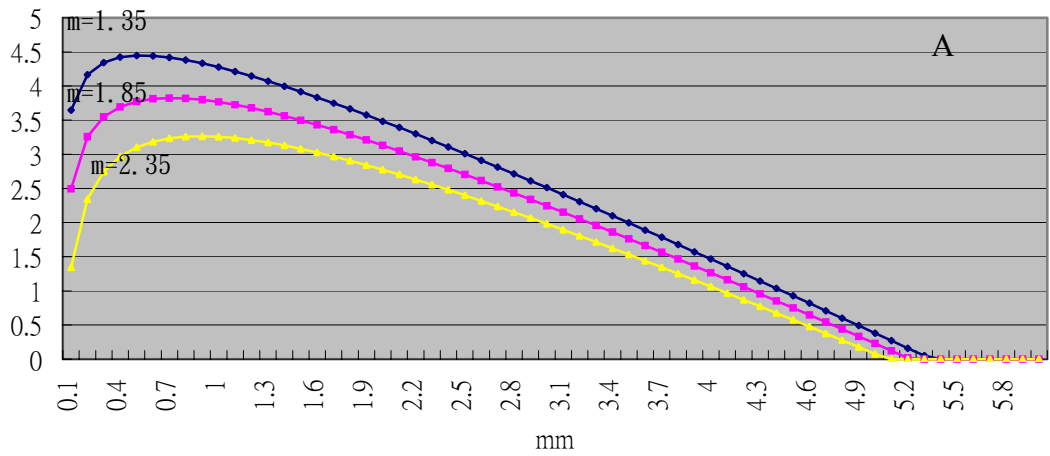


圖 10: 九組不同 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$  所重建之雨滴粒徑分布。

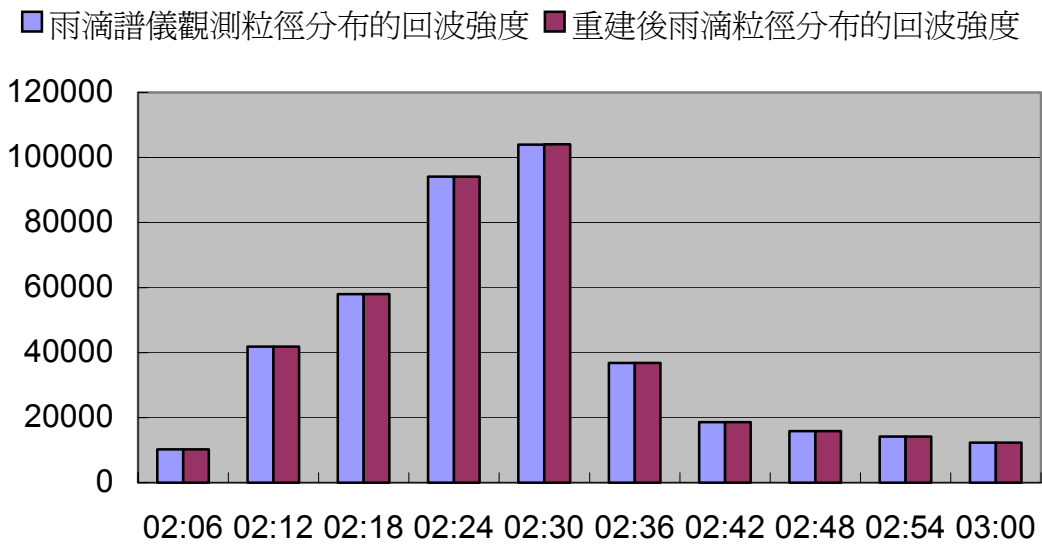


圖 11：九月十七日，02：00 到 03：00（UTC），每六分鐘一筆之觀測及擬合後的雨滴粒徑分布，分別計算之回波強度。

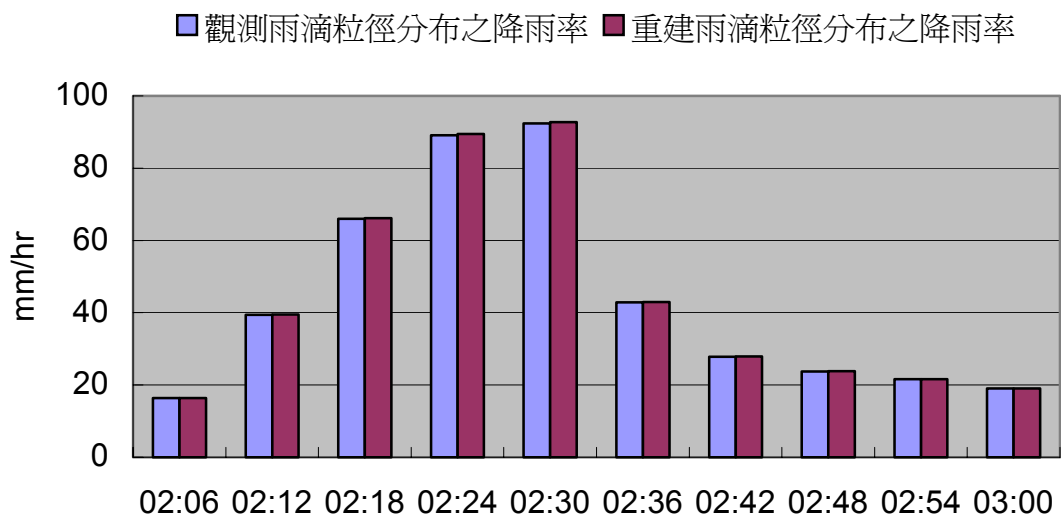


圖 12：九月十七日，02：00 到 03：00（UTC），每六分鐘一筆之觀測及擬合後的雨滴粒徑分布，分別計算之降雨率。

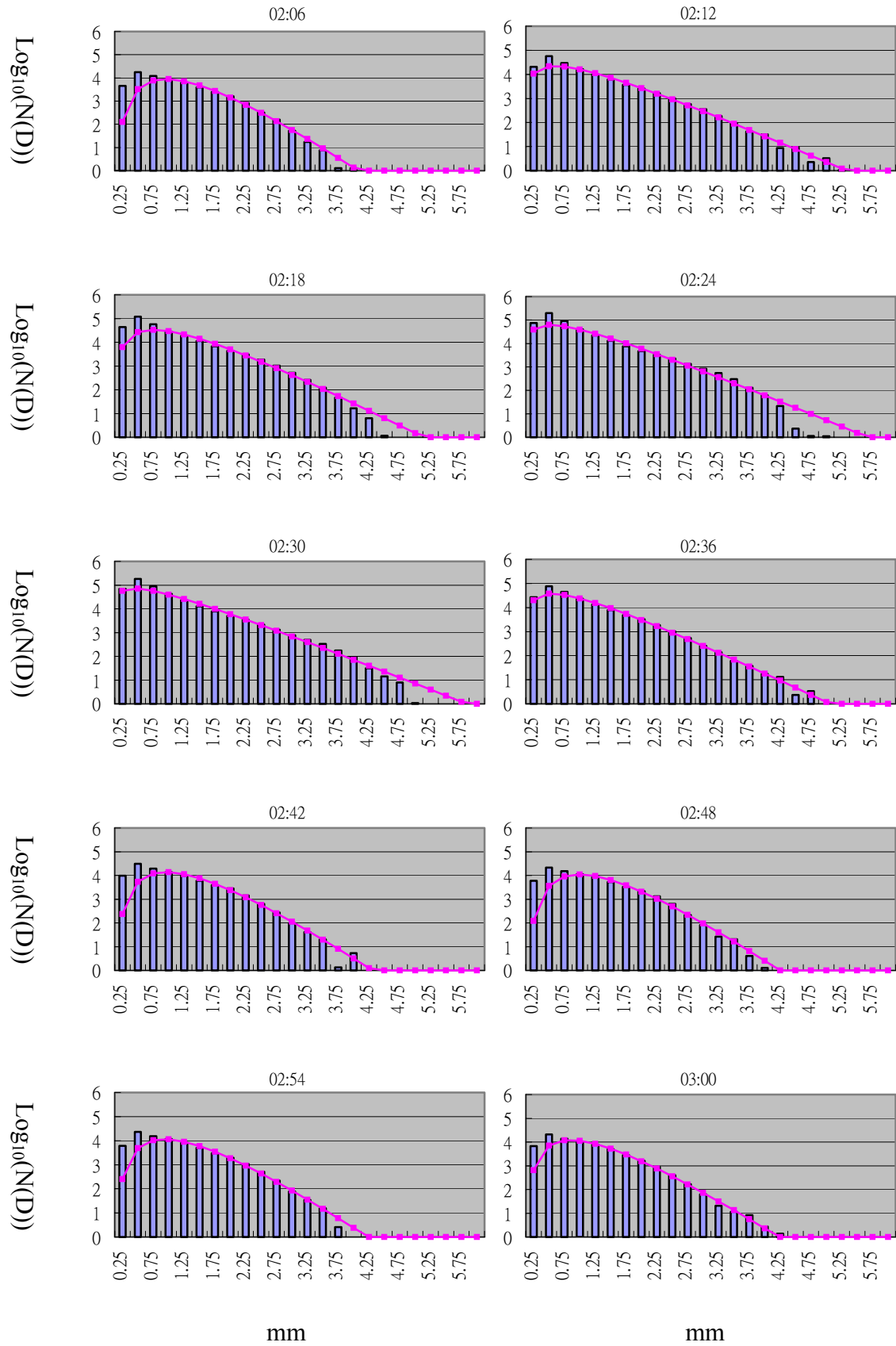


圖 13：每六分鐘一筆之觀測（直條）及擬合（實線）的粒徑分布。

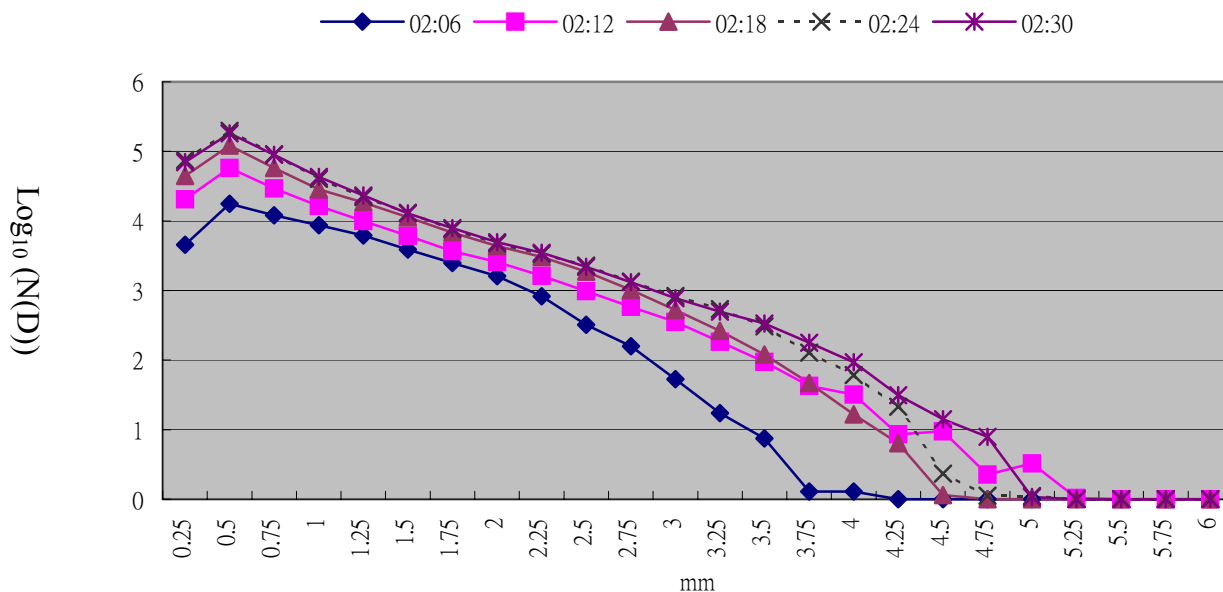


圖 14：九月十七日，02：00 到 02：30 (UTC)，每六分鐘一筆之觀測雨滴粒徑分布隨時間變化。

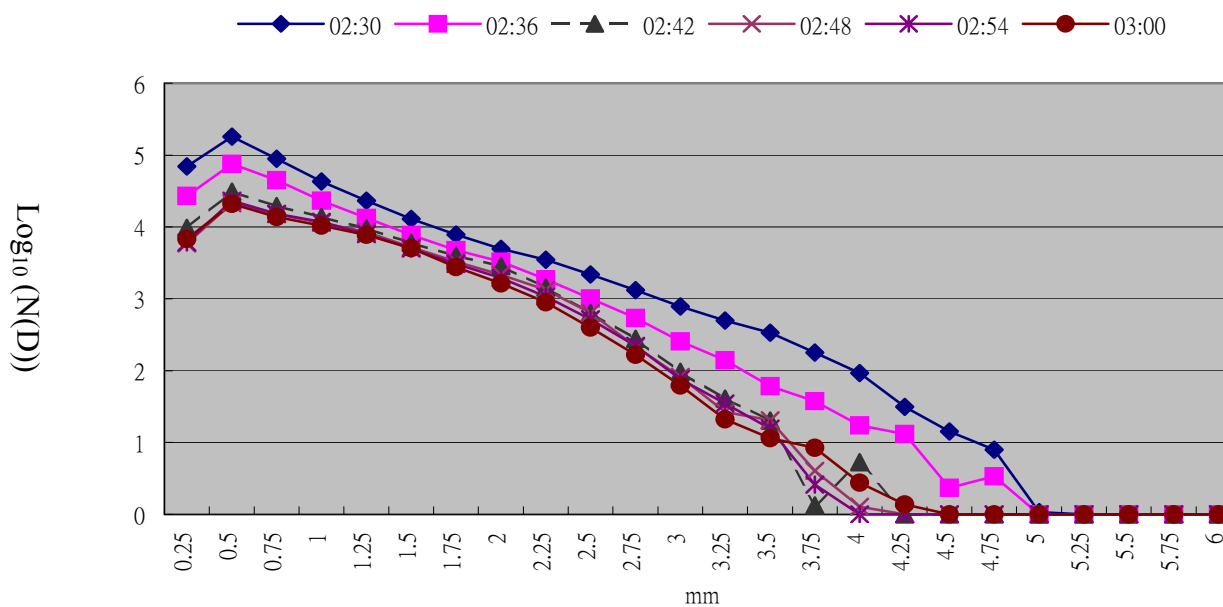


圖 15：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之觀測雨滴粒徑分布隨時間變化。

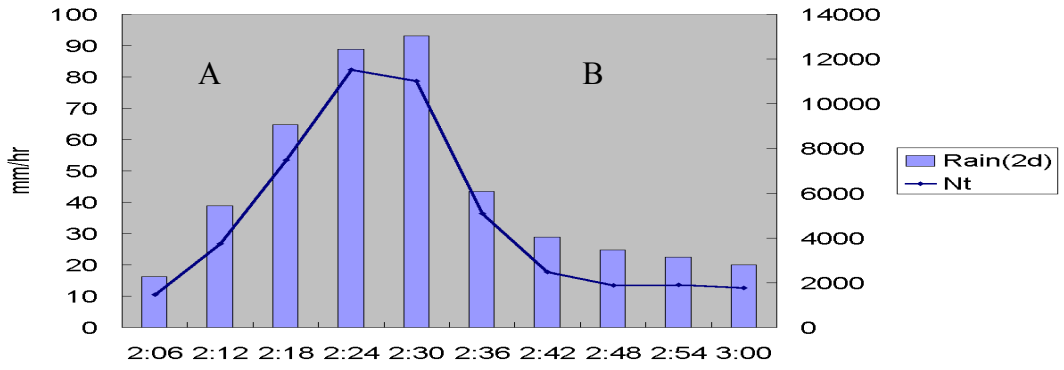


圖 16：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之降雨率及總雨滴個數隨時間變化。

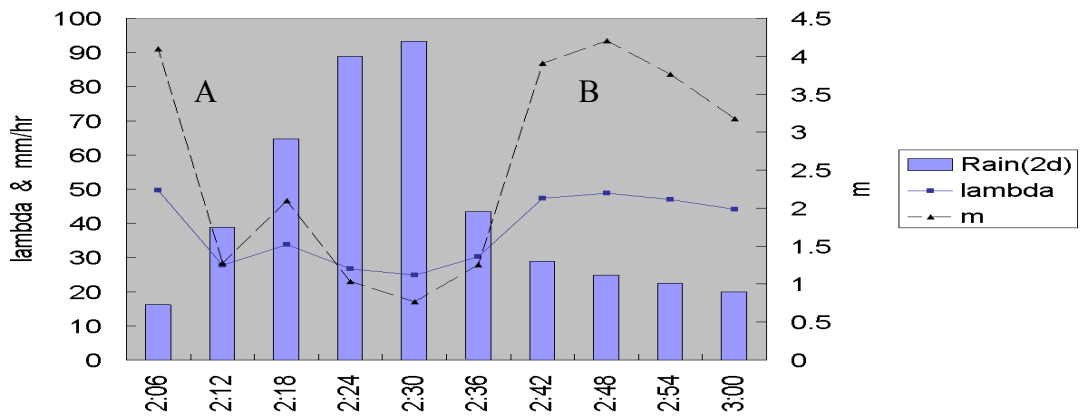


圖 17：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之 Gamma 分布係數  $\Lambda$ 、 $m$  隨時間變化。

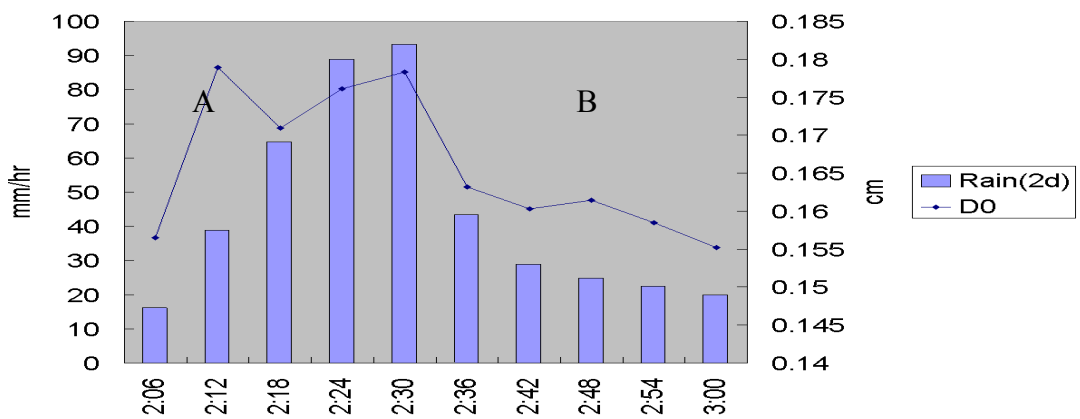


圖 18：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之中值體積直徑隨時間變化。

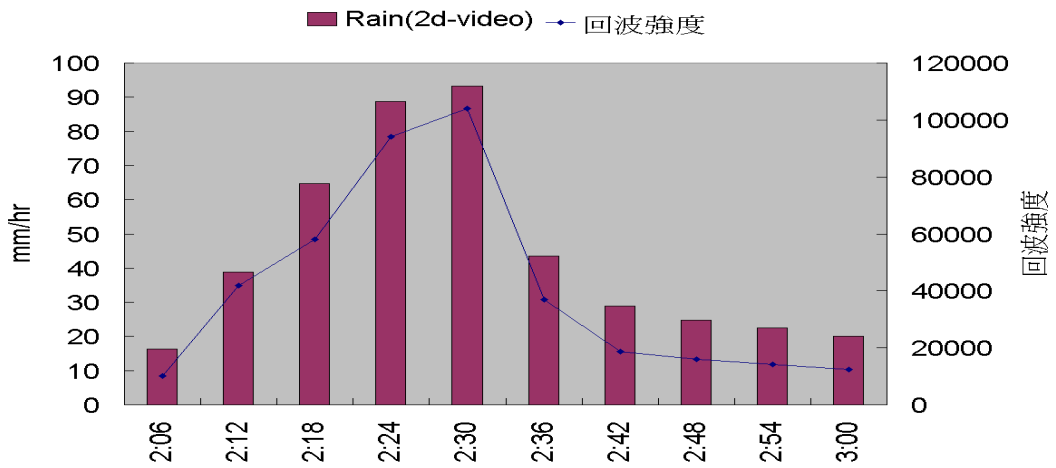


圖 19：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之回波強度及降雨率隨時間變化。

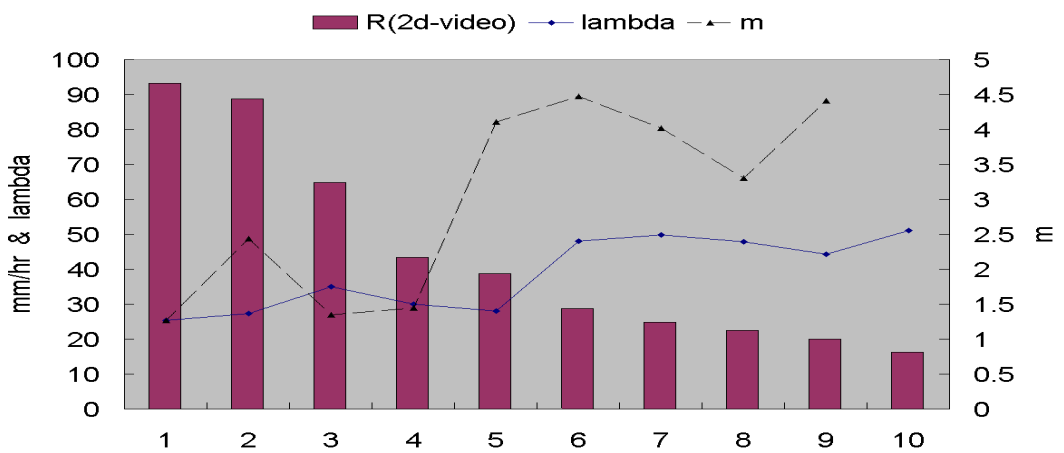


圖 20：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之降雨率從大排到小及其對應之 Gamma 分布係數  $\Lambda$ 、 $m$ 。

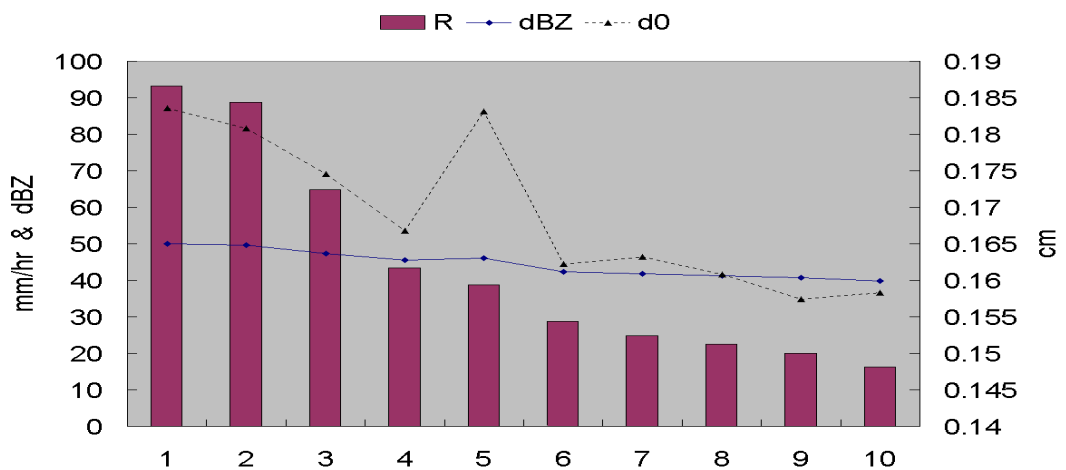


圖 21：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆之降雨率從大排到小及其對應之回波強度與中值體積直徑。

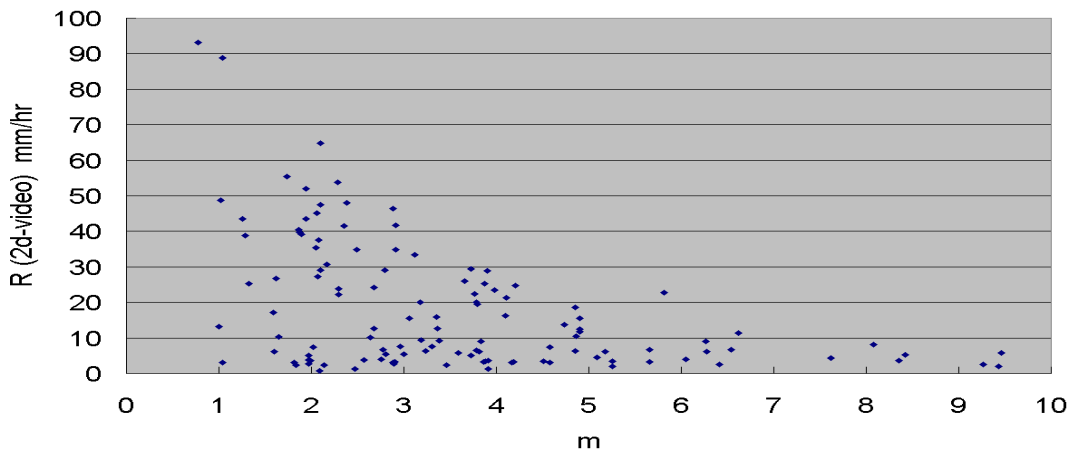


圖 22：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之 Gamma 分布係數  $m$ 。

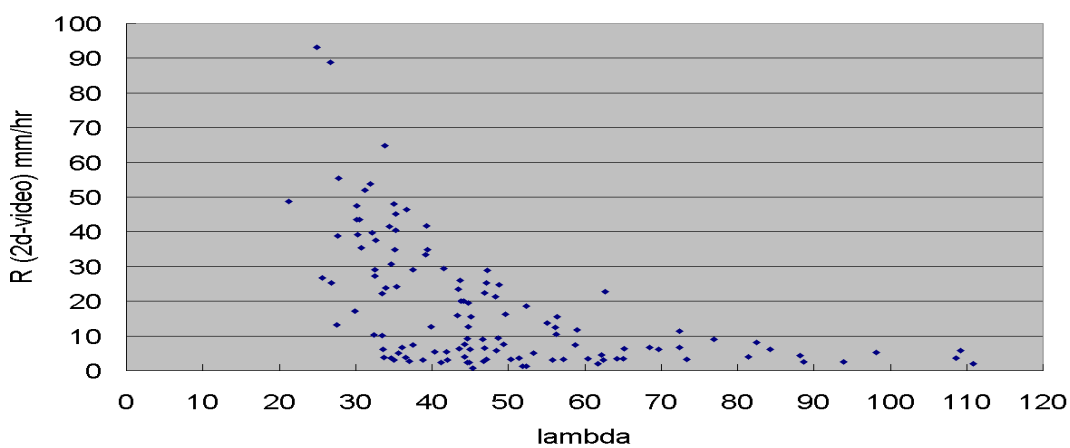


圖 23：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之 Gamma 分布係數  $\Lambda$ 。

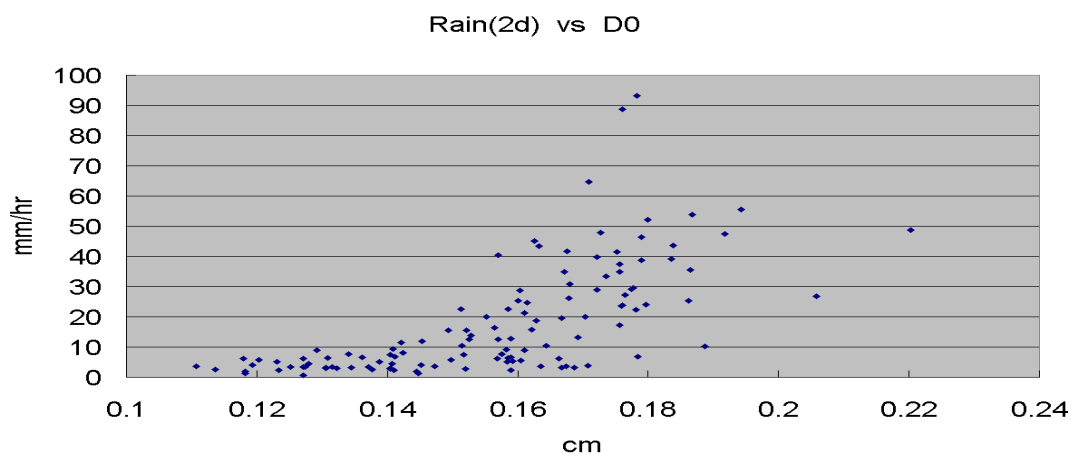


圖 24：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之中值體積直徑。

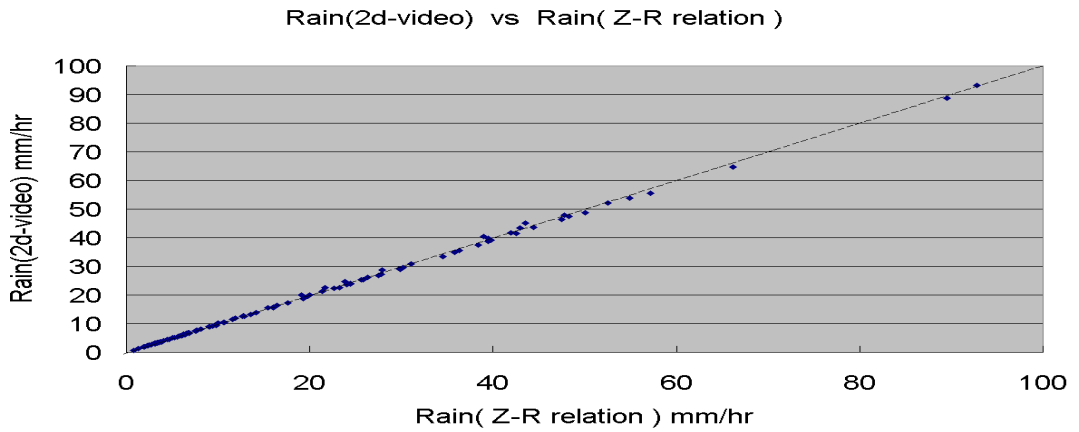


圖 25：每六分鐘一筆共 12 小時資料，由雨滴粒徑分布計算之理想 Z-R 關係式係數 A、b，帶入雨滴粒徑分布所計算之回波強度所估計之降雨率與雨滴譜儀觀測之降雨率。

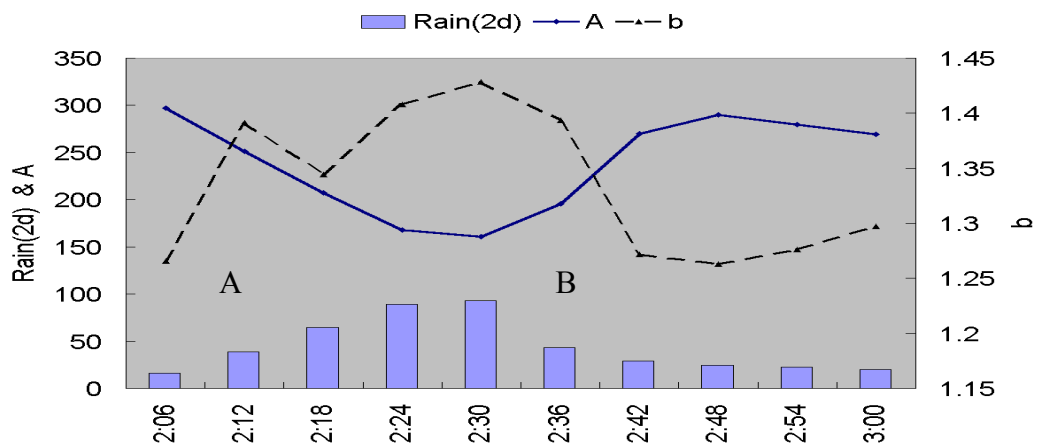


圖 26：九月十七日，02：30 到 03：00 (UTC)，每六分鐘一筆由雨滴粒徑分布計算之降雨率及理想 Z-R 關係式係數 A、b。

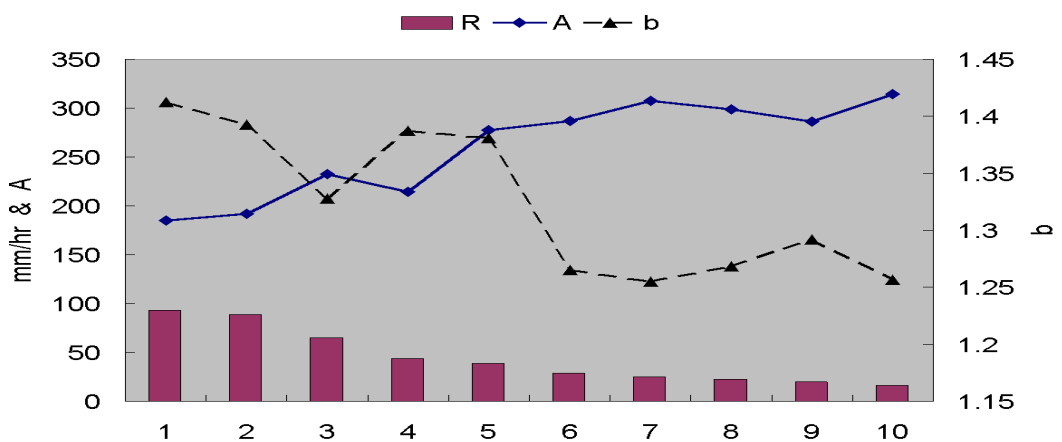


圖 27：將圖 26 之資料以降雨率從大排到小及其對應之由雨滴粒徑分布計算之理想 Z-R 關係式係數 A、b。

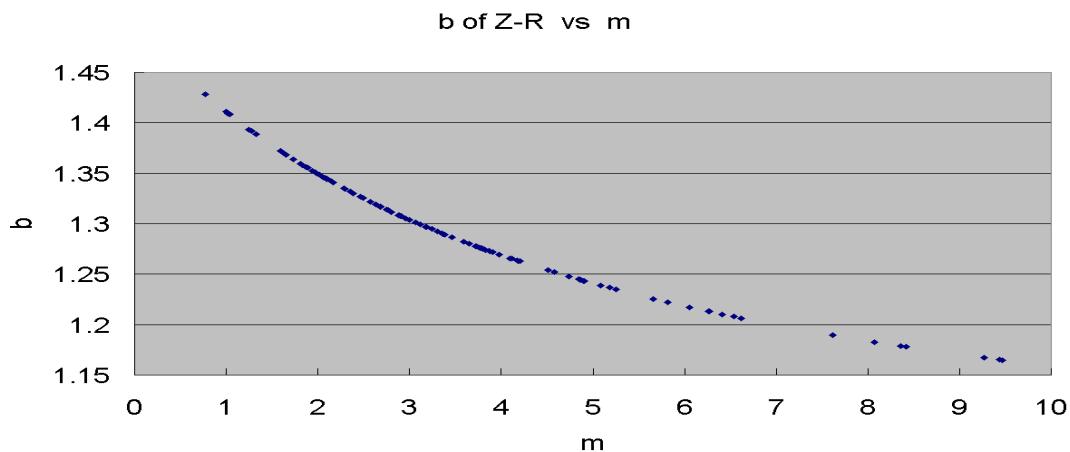


圖 28：每六分鐘一筆共 12 小時資料，Gamma 分布係數  $m$  及其對應之理想 Z-R 關係式係數  $b$ 。

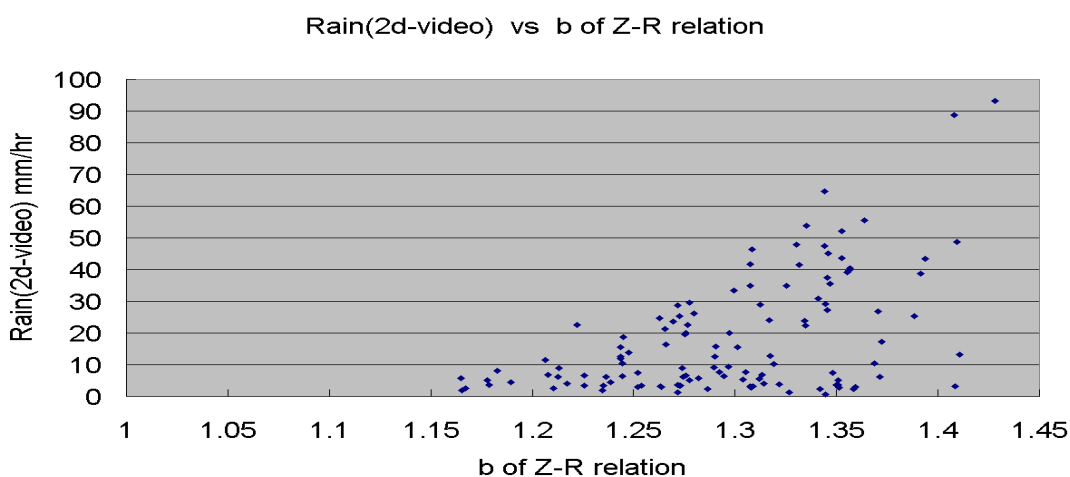


圖 29：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之理想 Z-R 關係式係數  $b$ 。

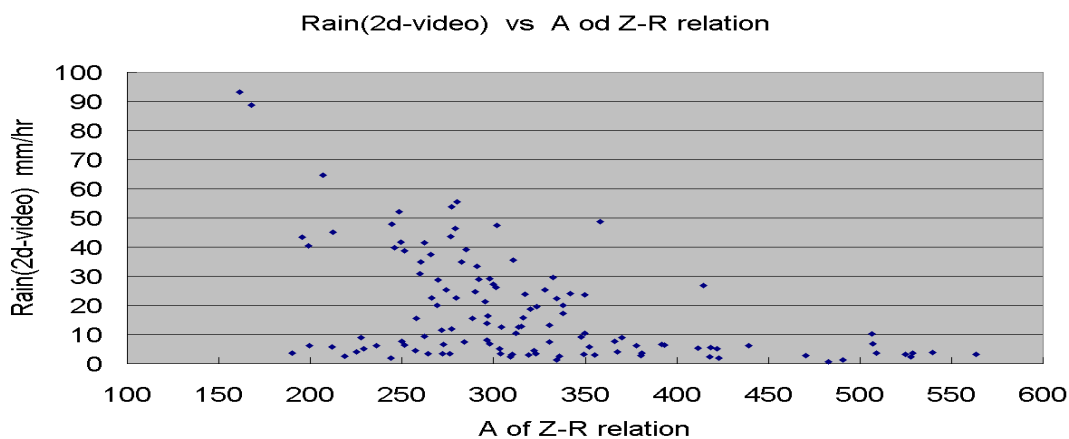


圖 30：每六分鐘一筆共 12 小時資料，降雨率及其對應之理想 Z-R 關係式係數  $A$ 。

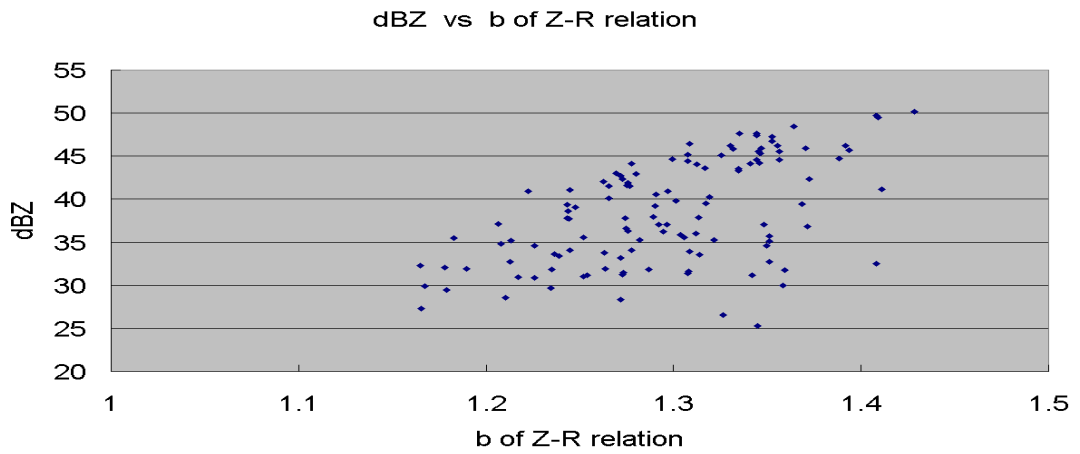


圖 31：每六分鐘一筆共 12 小時資料，雨滴粒徑分布計算之回波強度其對應之理想 Z-R 關係式係數  $b$ 。

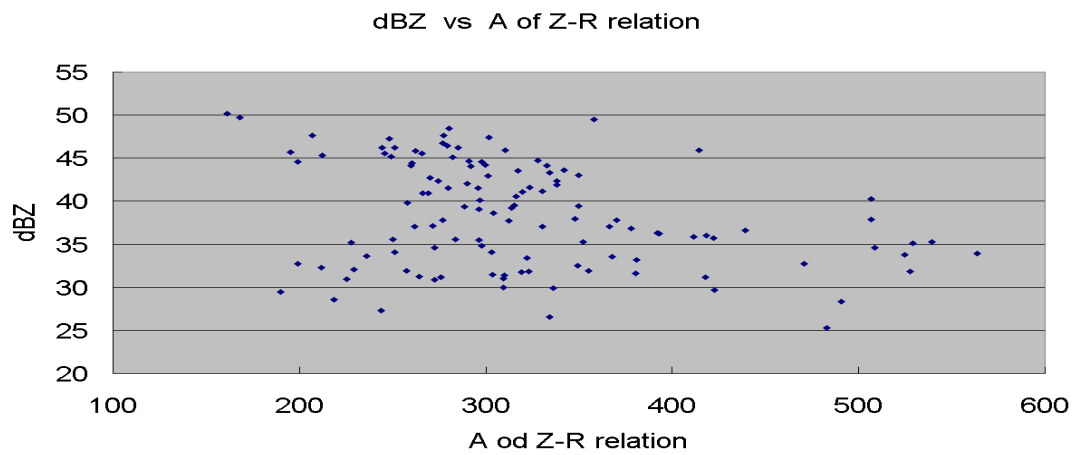


圖 32：每六分鐘一筆共 12 小時資料，雨滴粒徑分布計算之回波強度其對應之理想 Z-R 關係式係數  $A$ 。

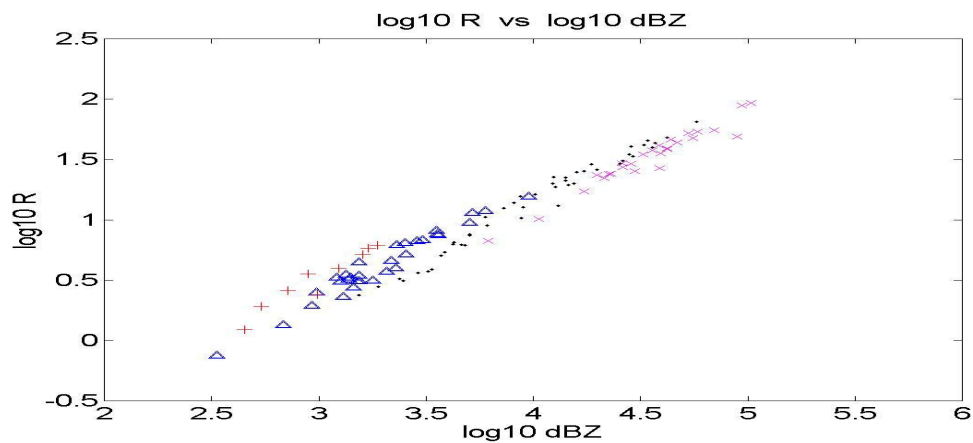


圖 33：同圖 32 之資料，雨滴粒徑分布計算之回波強度其對應之降雨率（均取  $\log_{10}(X)$ ，以便於分析）。

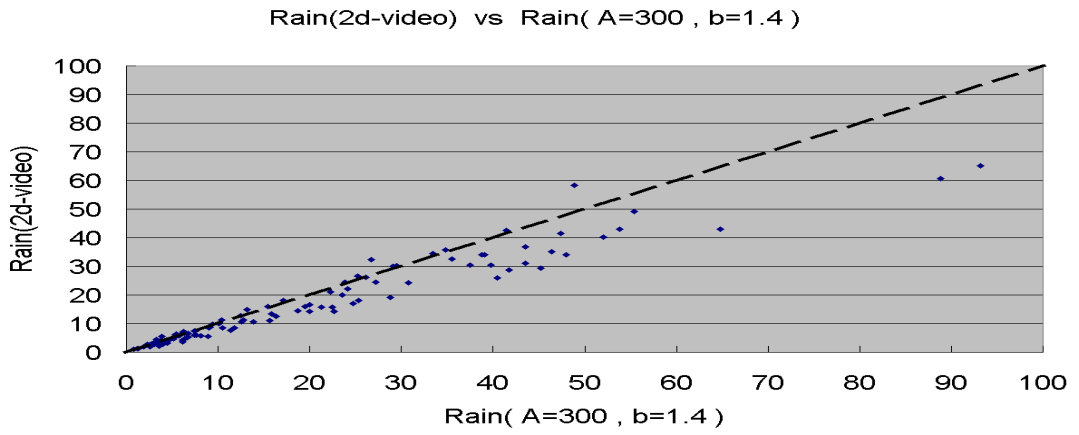


圖 34：每六分鐘一筆共 12 小時資料，滴譜儀觀測之降雨量與  $Z = 300R^{1.4}$  帶入雨滴粒徑分布所計算之回波強度所估計之降雨率。

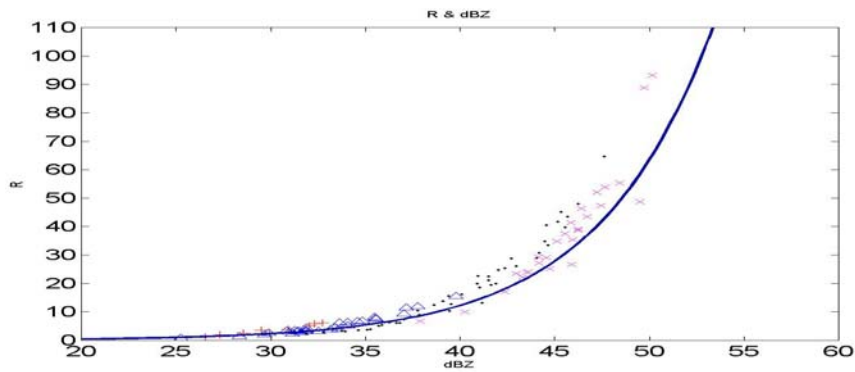


圖 35：每六分鐘一筆共 12 小時資料，滴譜儀觀測之降雨量與雨滴粒徑分布計算之回波強度，帶入  $Z = 300R^{1.4}$  的降雨率曲線（實線）比較。

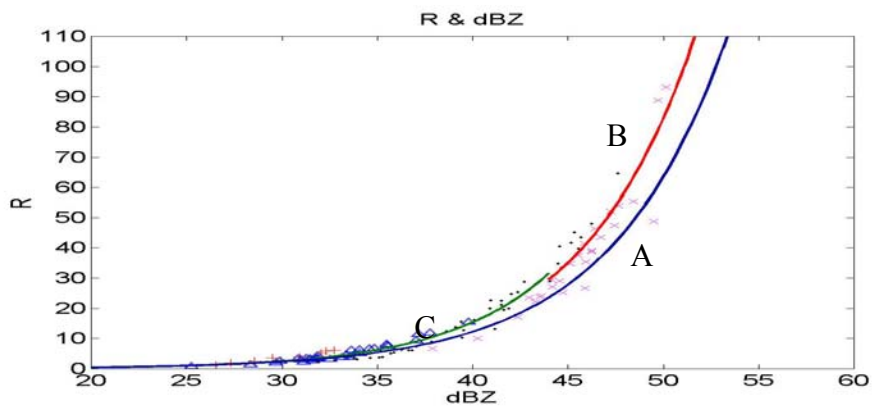


圖 36：同圖 35， $Z = 300R^{1.4}$ （線段 A）及修正之 Z-R 關係式的曲線（ $Z = 268.9R^{1.34}$  線段 B， $Z = 302.6R^{1.28}$  線段 C）比較。

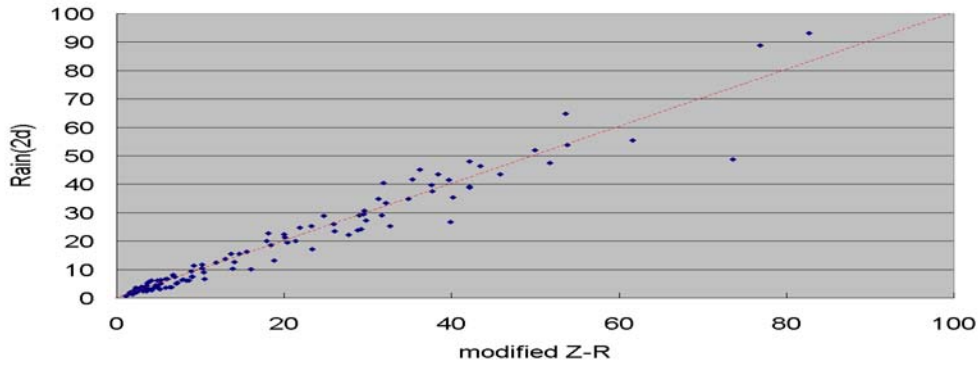


圖 37：每六分鐘一筆共 12 小時資料，修正之 Z-R 關係式帶入雨滴粒徑分布計算之回波強度所估計之降雨率與雨滴譜儀觀測之降雨率。

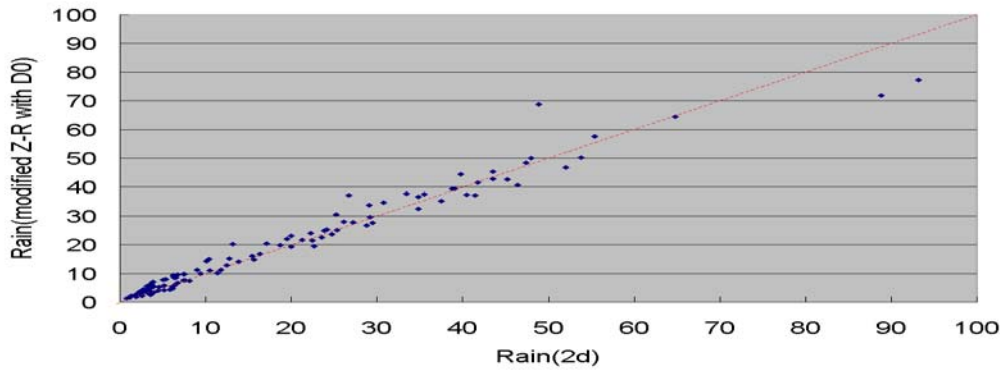


圖 38：每六分鐘一筆共 12 小時資料，以中值體積直徑分為三組之 Z-R 關係式帶入雨滴粒徑分布所計算之回波強度所估計之降雨率與雨滴譜儀觀測之降雨率。

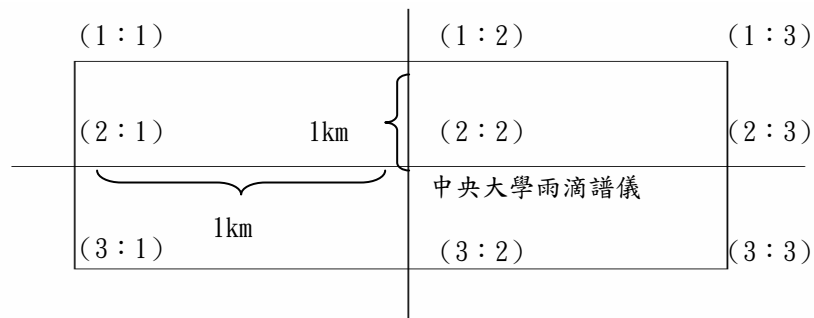


圖 39：平均中央大學上方，由中央氣象局五分山雷達站觀測之回波強度的九個點。

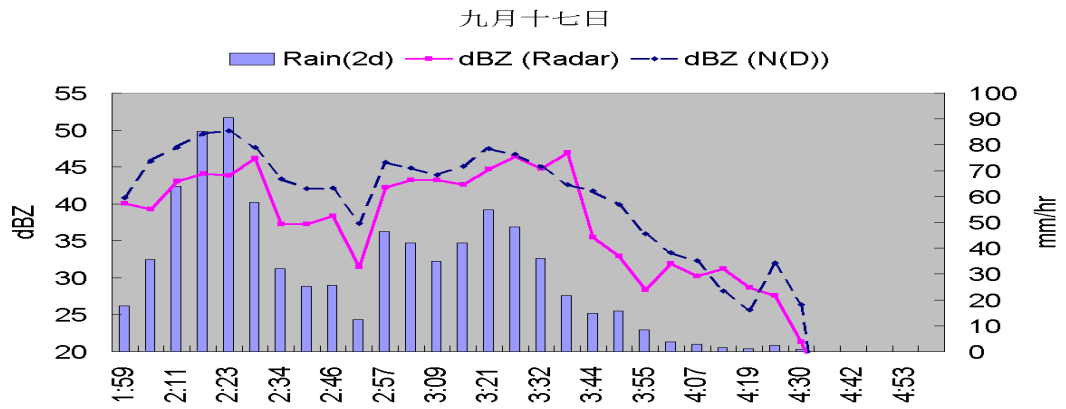
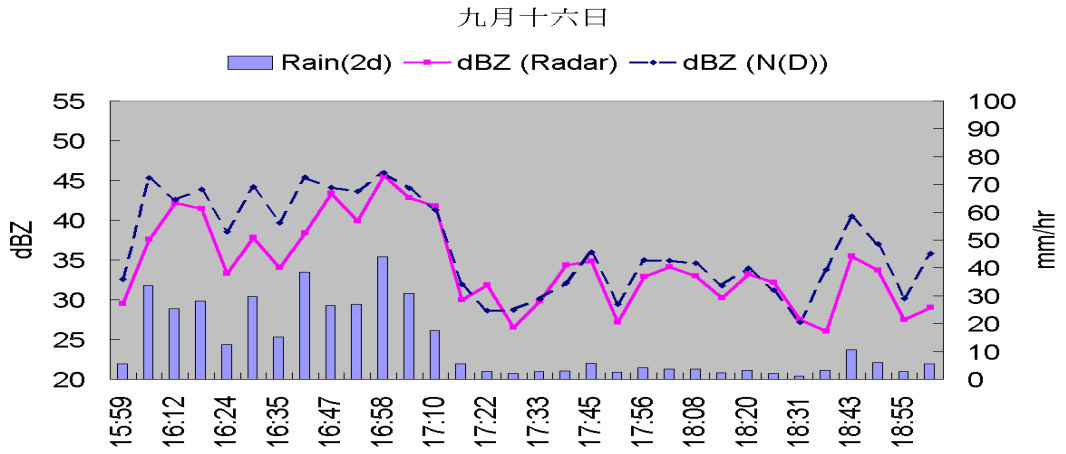


圖 40、41：九月十六日，15：59 到 19：00 (UTC)，及九月十七日，01：59 到 04：59 (UTC)，五分山雷達站觀測之回波強度 (實線) 和雨滴粒徑分布計算之回波強度 (虛線) 及其對應之降雨率 (直條)。

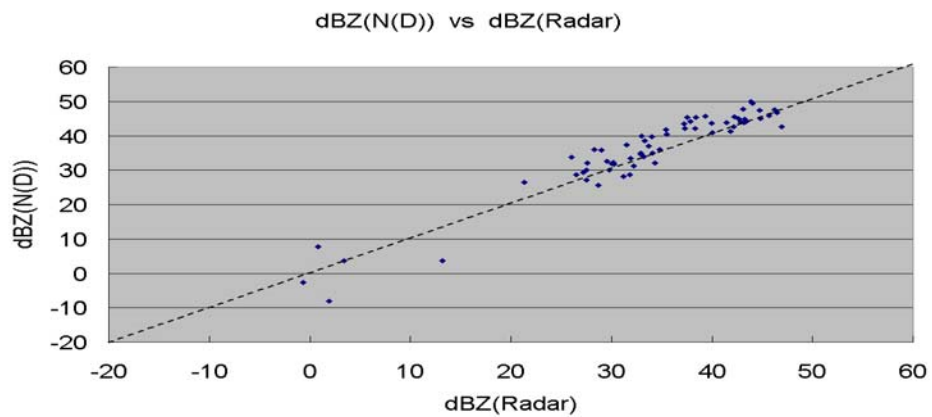


圖 42：五分山雷達站觀測之回波強度及其對應之雨滴粒徑分布計算之回波強度。

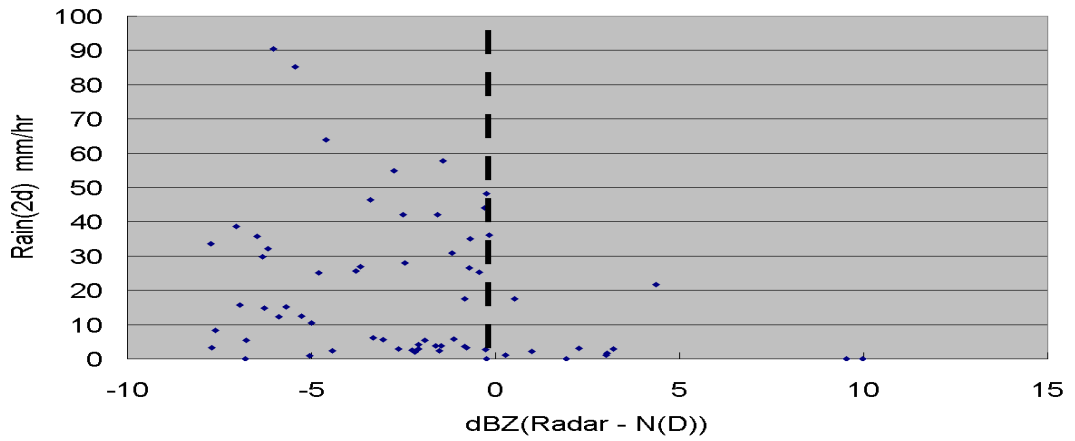


圖 43：五分山雷達站觀測之回波強度和雨滴粒徑分布計算之回波強度之差值，及其對應之雨滴溥儀觀測之降雨率。

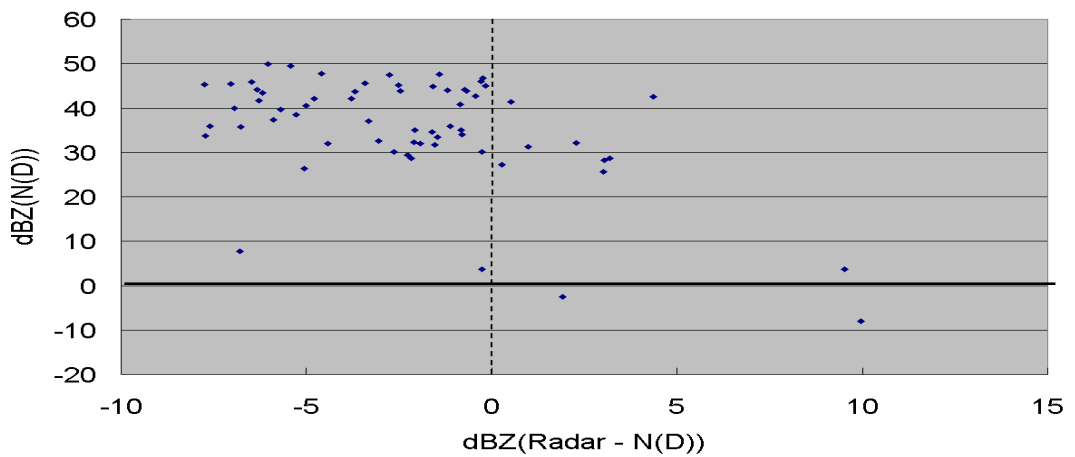


圖 44：五分山雷達站觀測之回波強度和雨滴粒徑分布計算之回波強度之差值，及其對應之雨滴粒徑分布計算之回波強度。

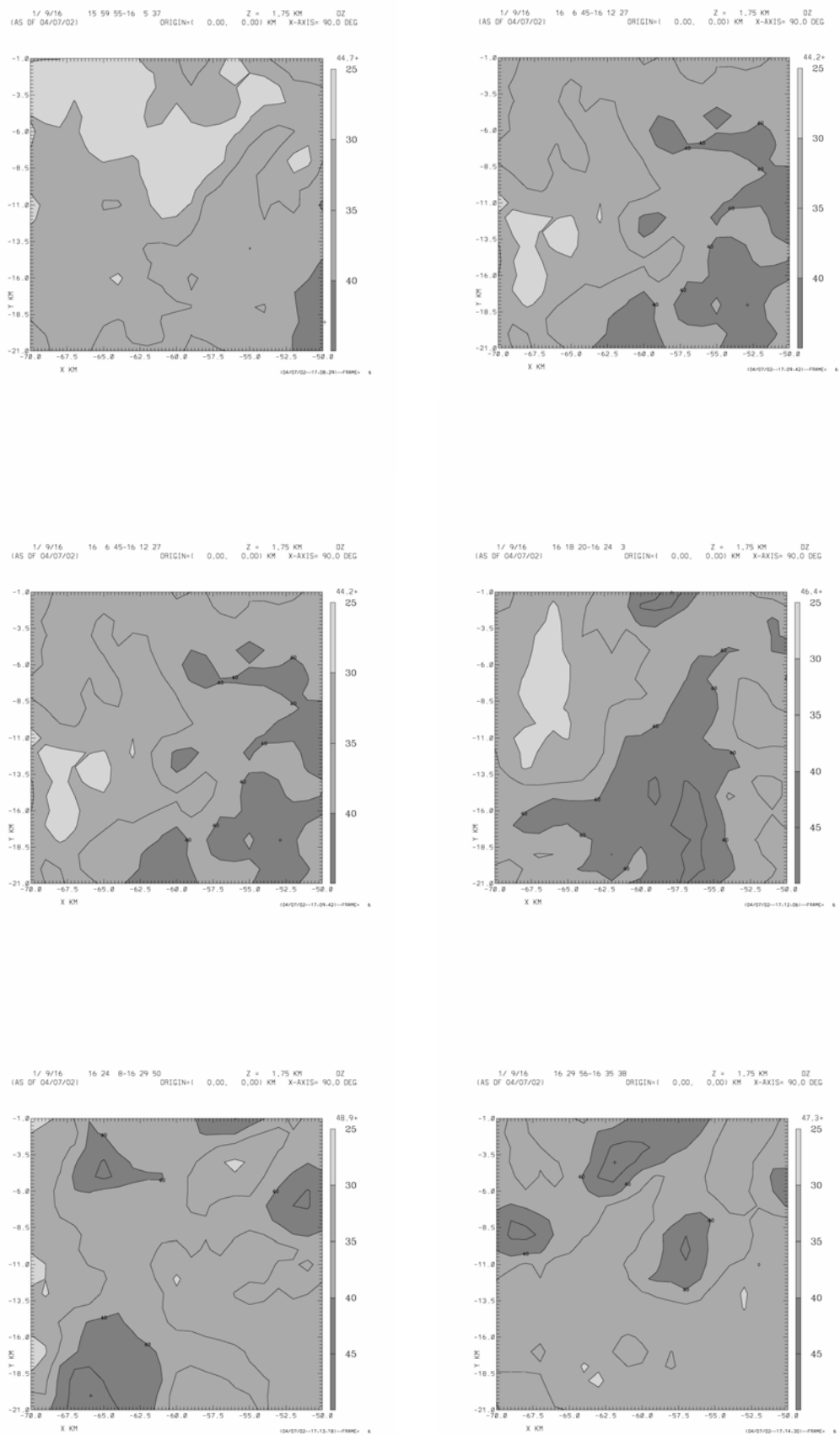


圖 45：九月十六日，15：59 到 16：29 (UTC)，五分山雷達站觀測之水平回波場。

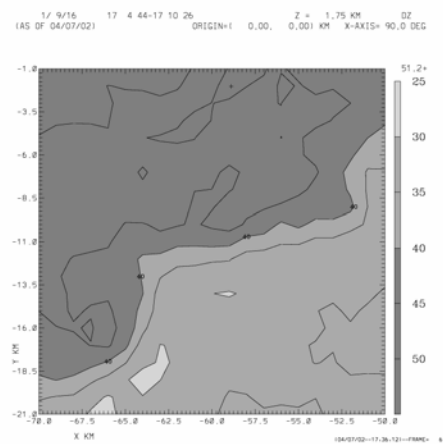
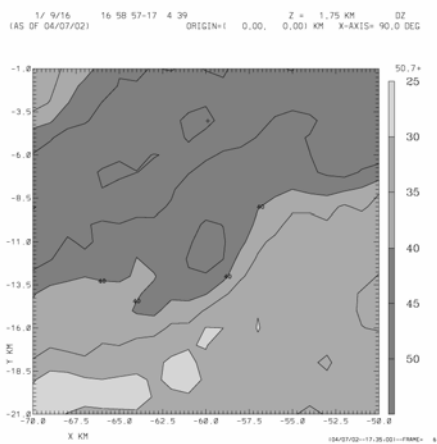
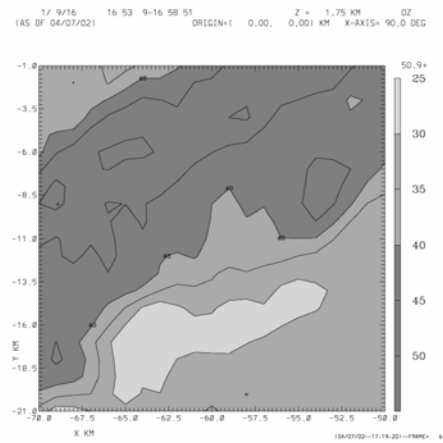
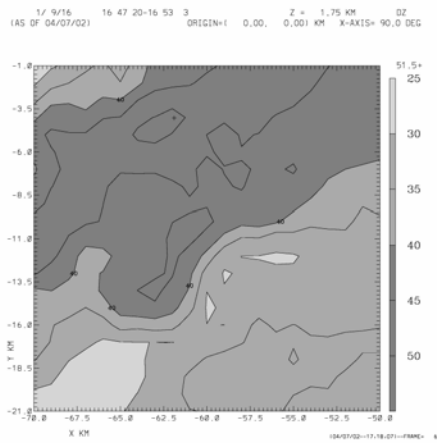
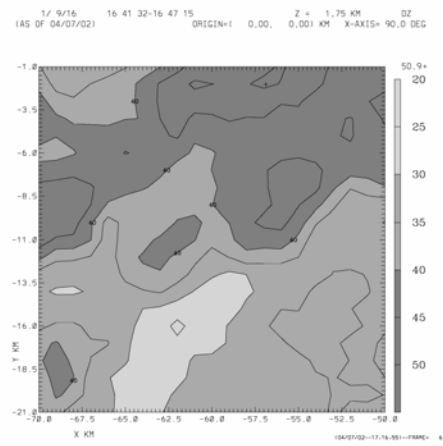
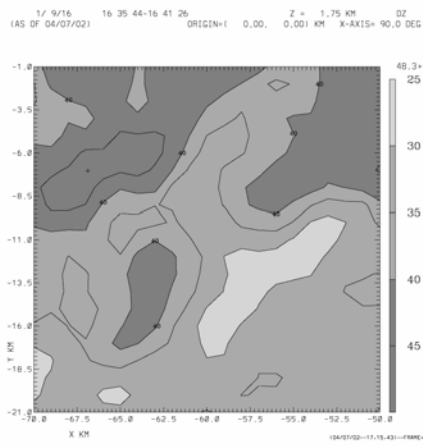


圖 46：九月十六日，16：35 到 17：04 (UTC)，五分山雷達站觀測之  
 水平回波場。

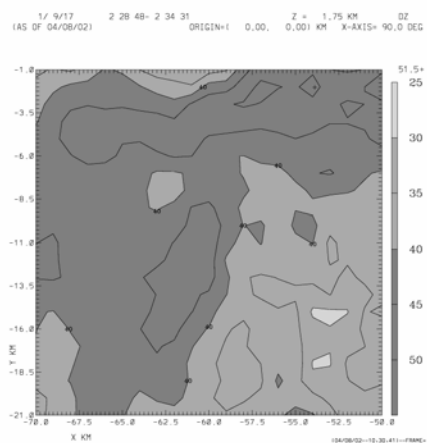
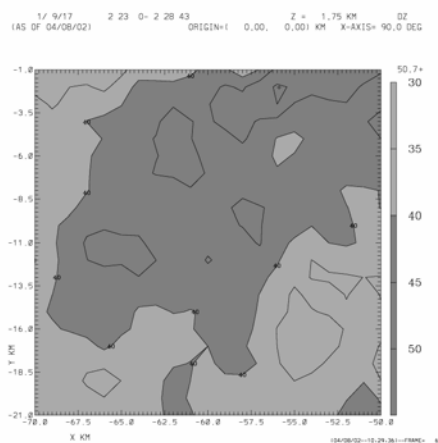
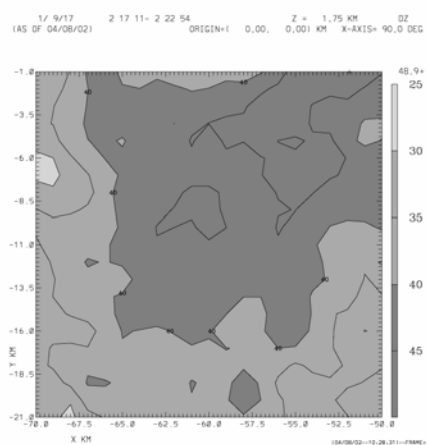
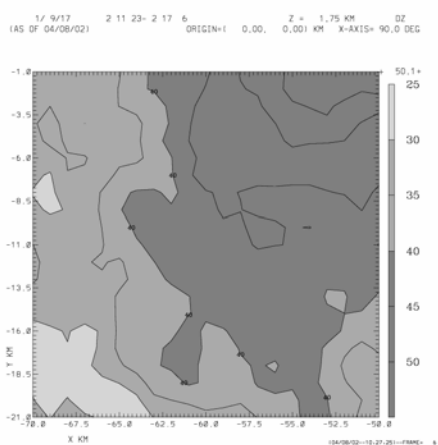
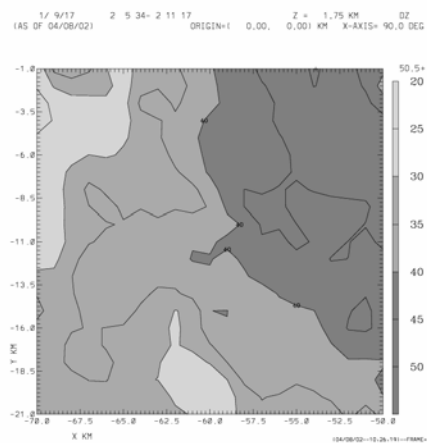
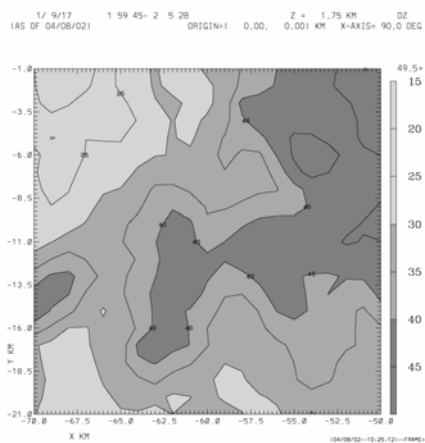


圖 47：九月十七日，01：59 到 02：28 (UTC)，五分山雷達站觀測之水平回波場。

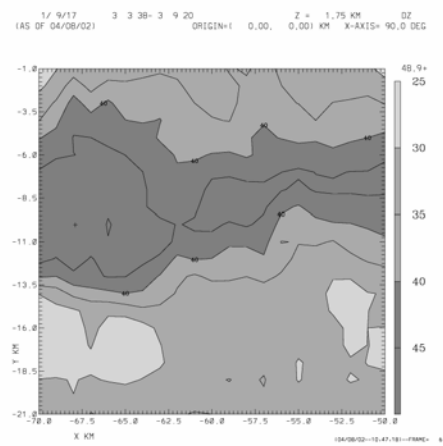
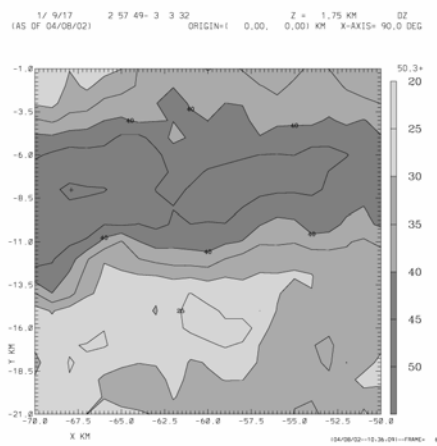
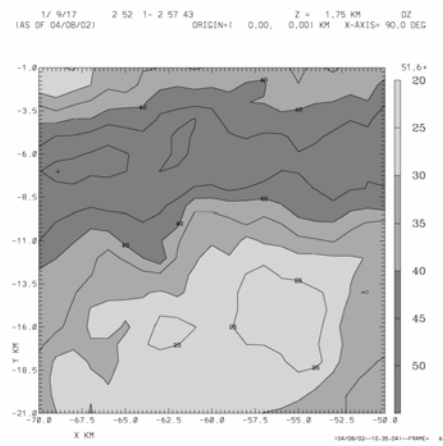
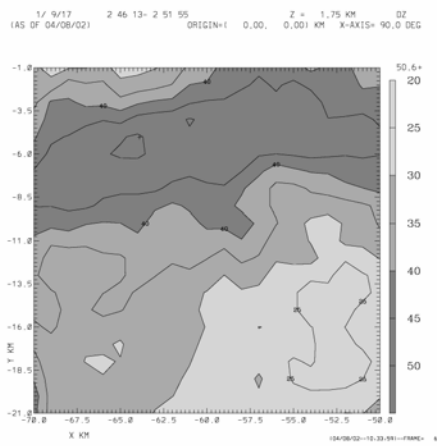
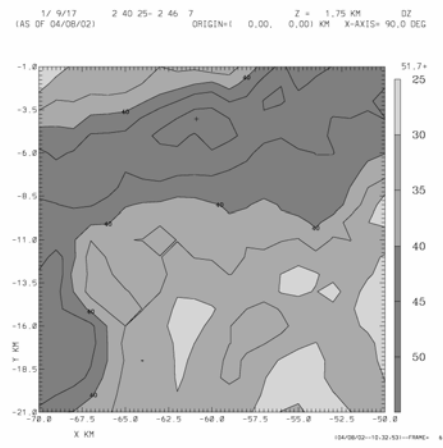
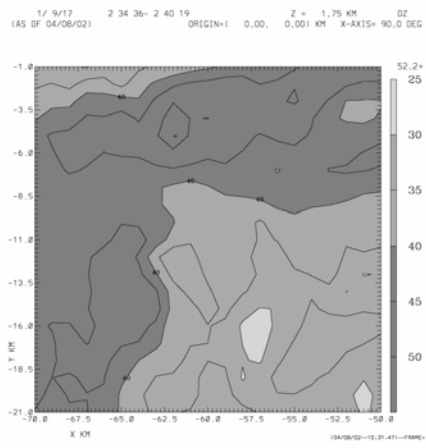


圖 48：九月十七日，02：34 到 03：03 (UTC)，五分山雷達站觀測之水平回波場。

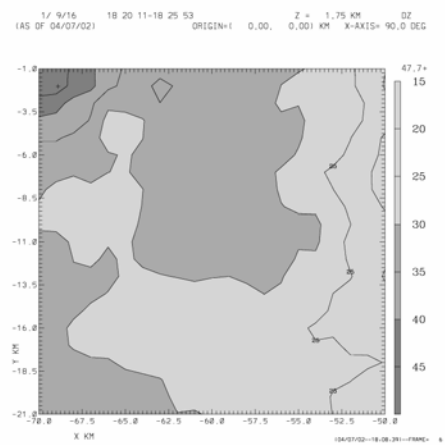
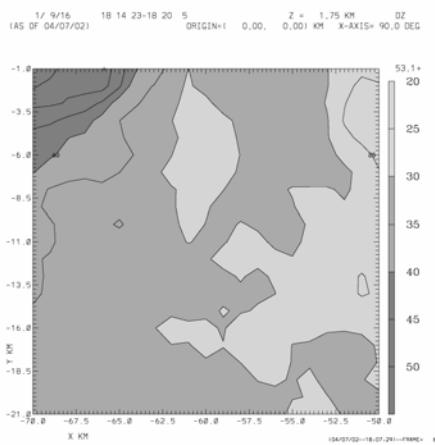
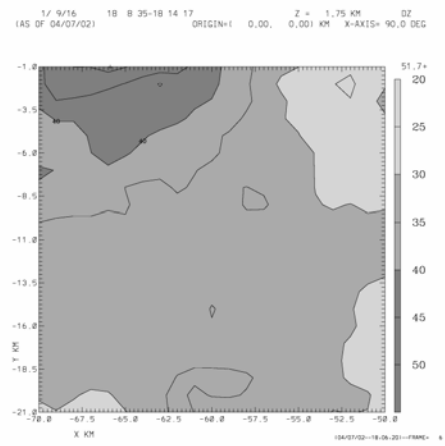
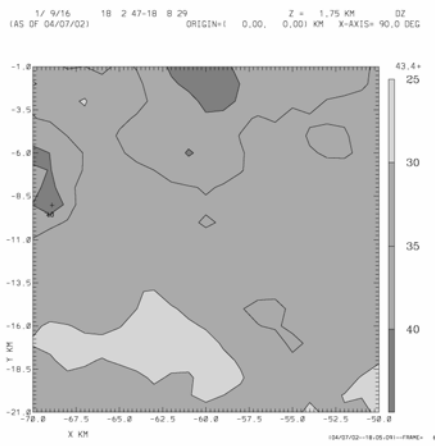
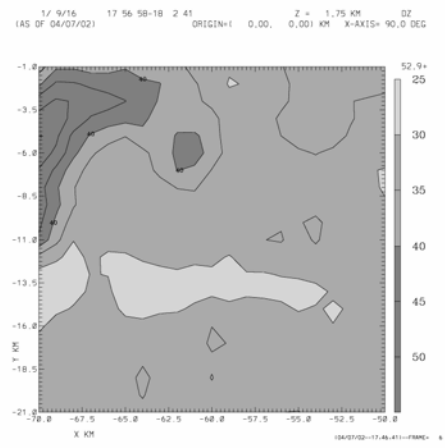
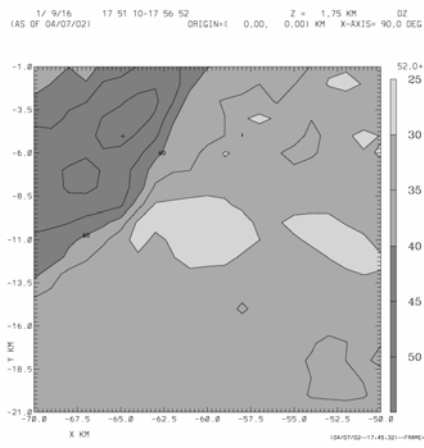


圖 49：九月十六日，17：51 到 18：20 (UTC)，五分山雷達站觀測之水平回波場。

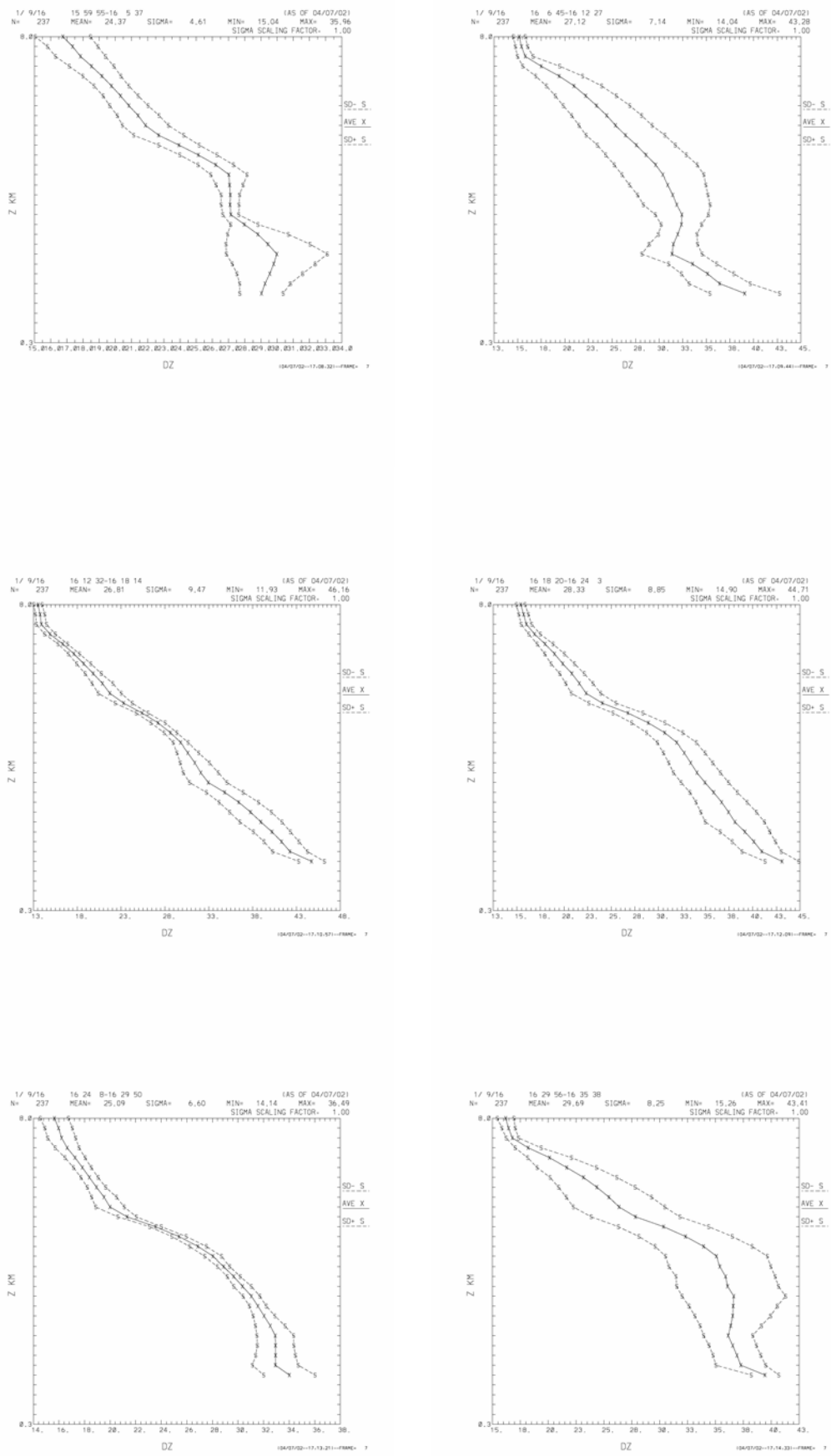


圖 50：九月十六日，15：59 到 16：29 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

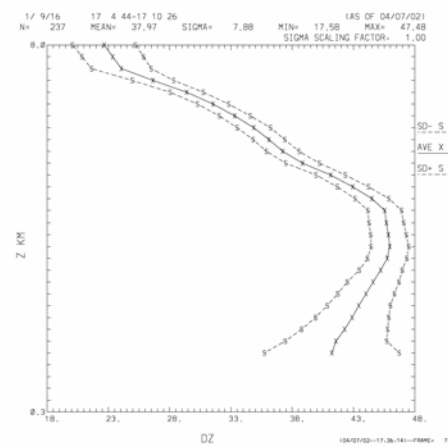
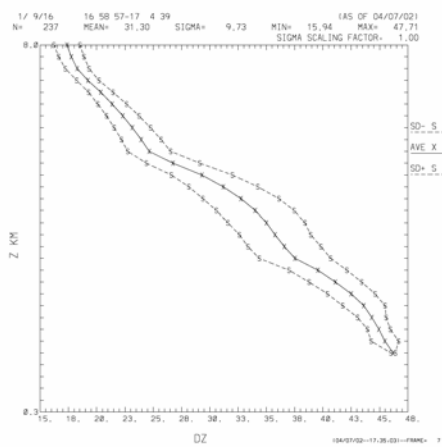
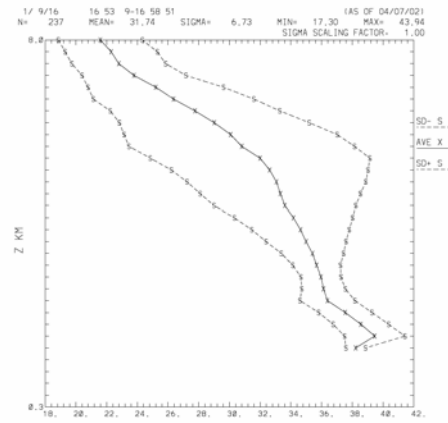
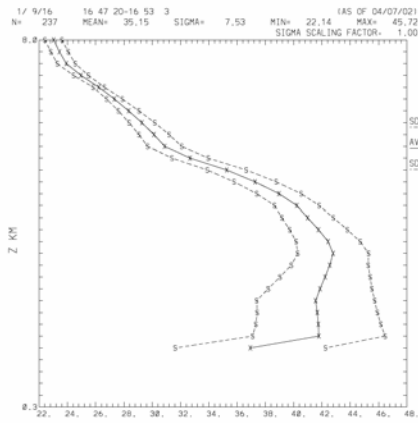
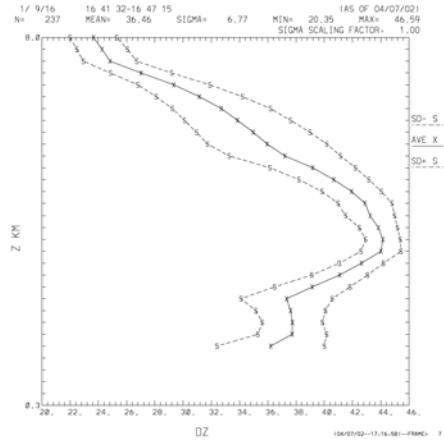
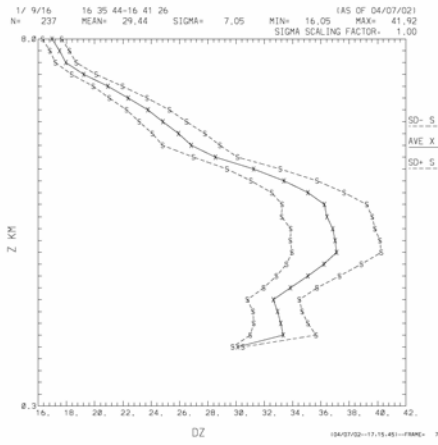


圖 51：九月十六日，16：35 到 17：04 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

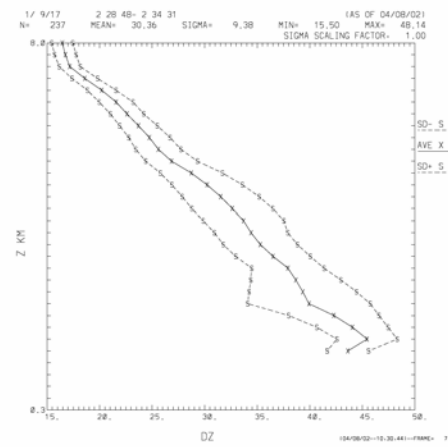
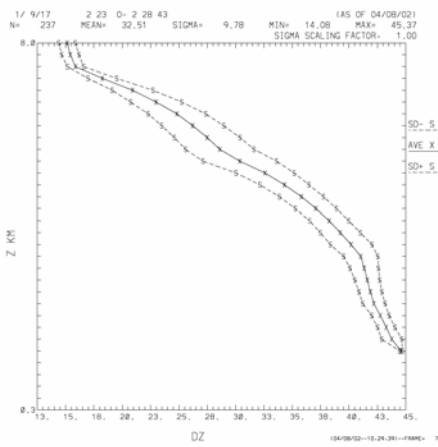
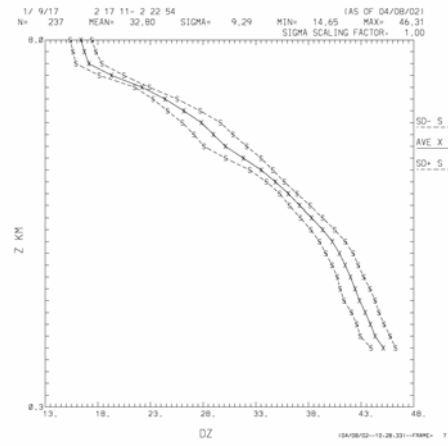
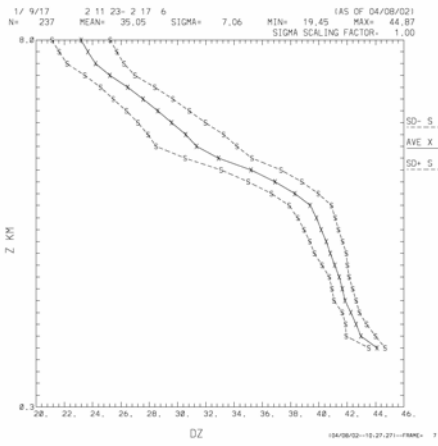
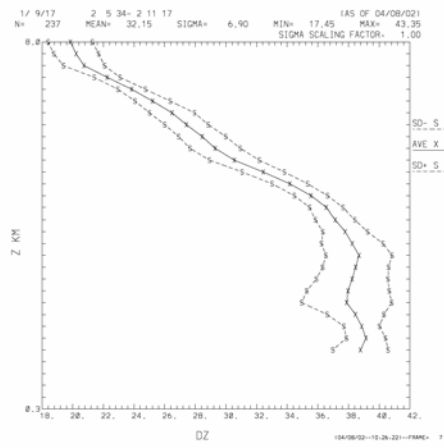
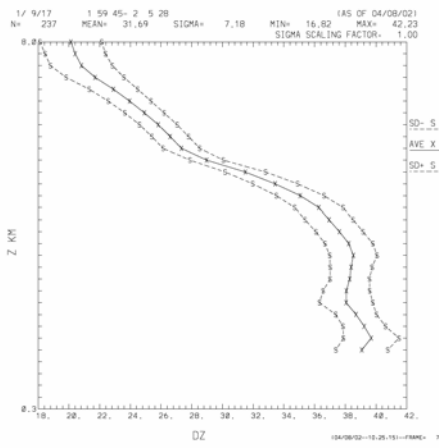


圖 52：九月十七日，01：59 到 02：28 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

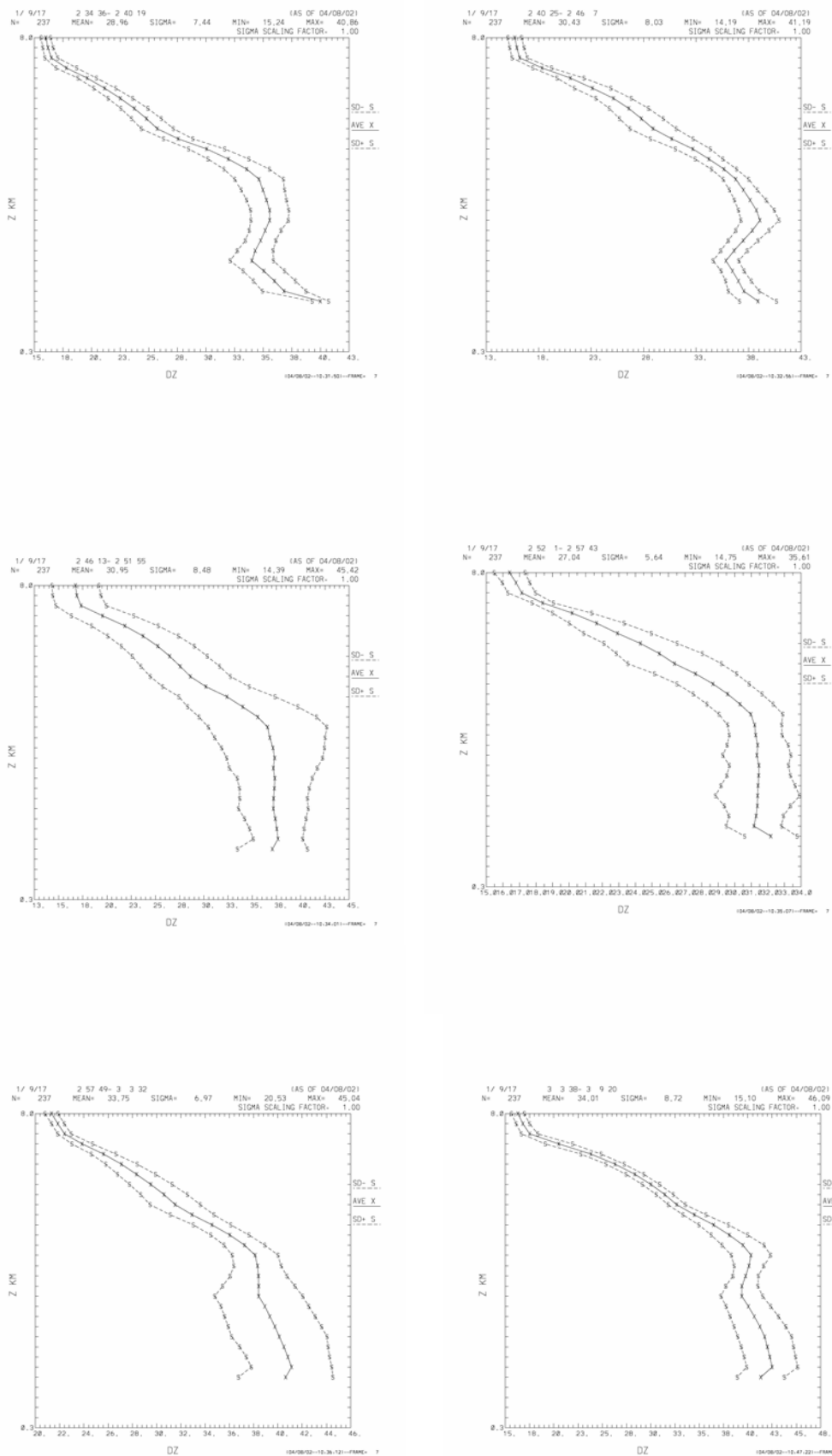


圖 53：九月十七日，02：34 到 03：03 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

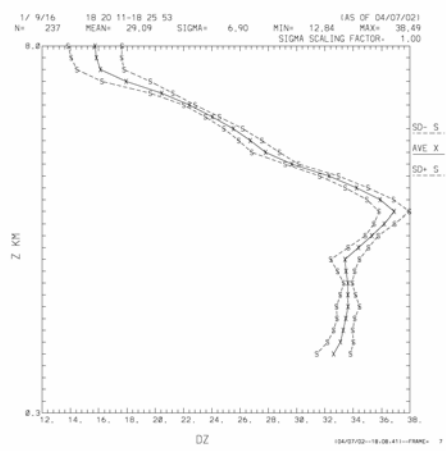
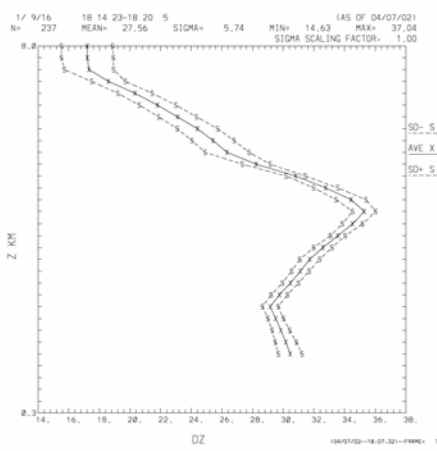
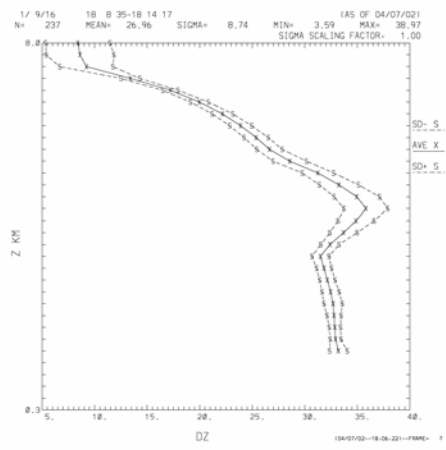
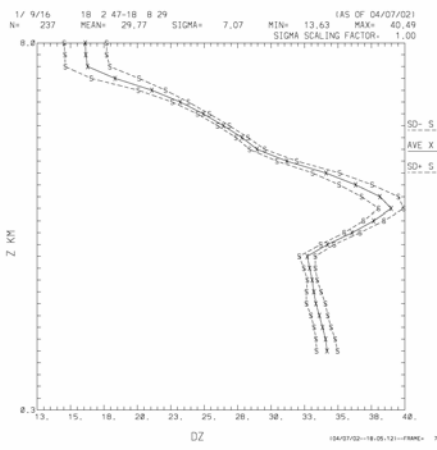
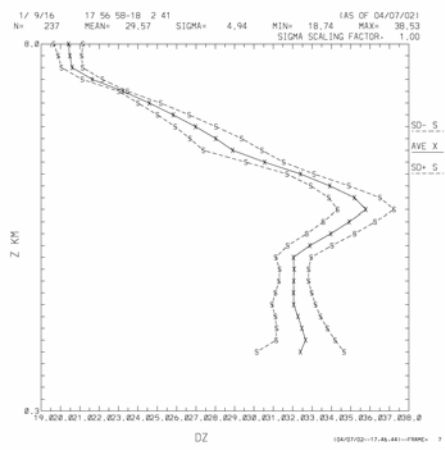
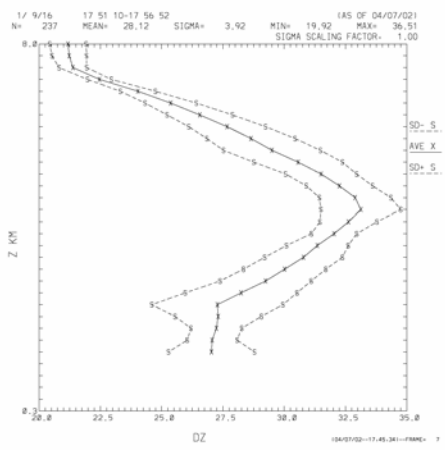


圖 54：九月十六日，17：51 到 18：20 (UTC)，中央大學上方五分山雷達站觀測之回波垂直分布。

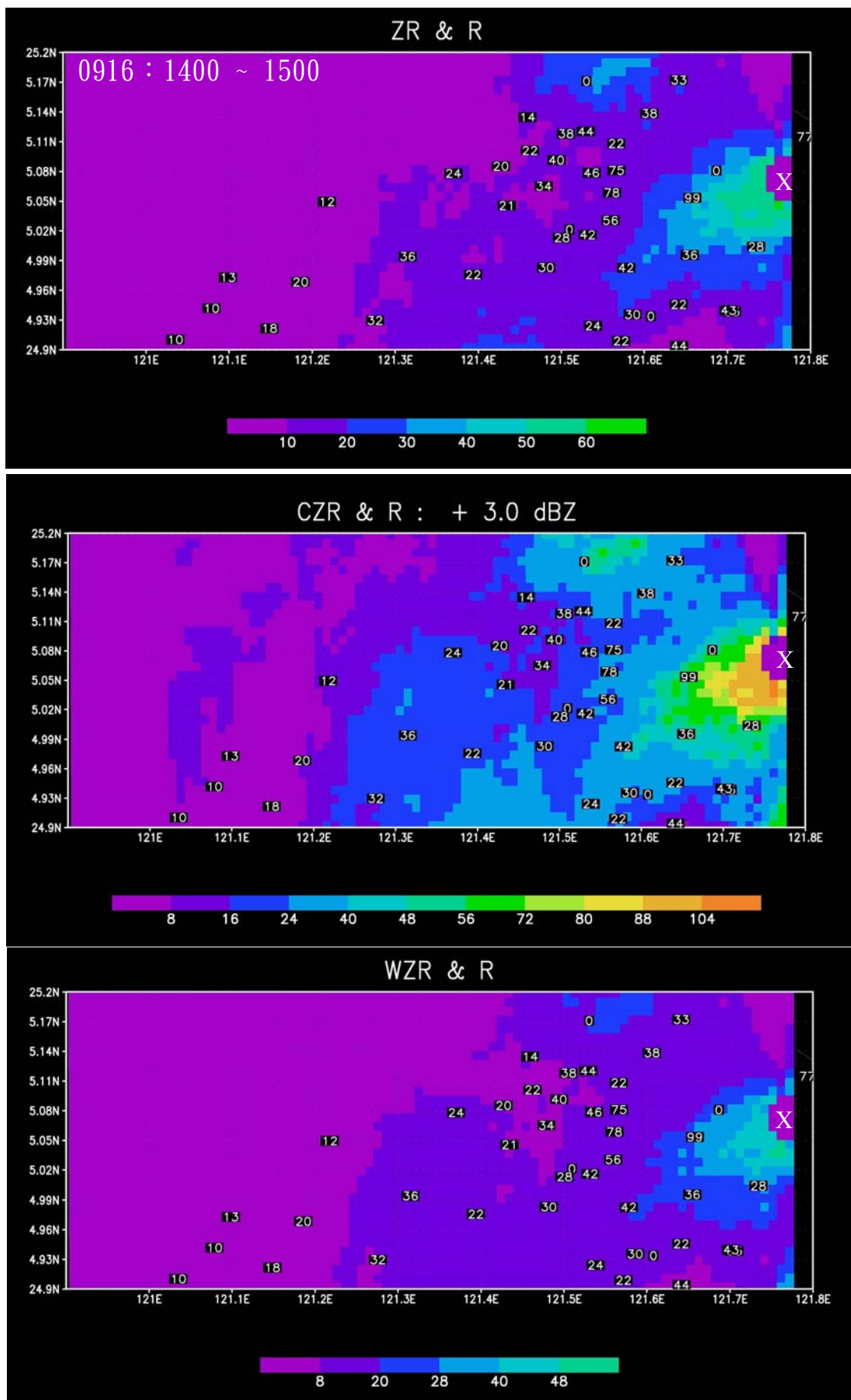


圖 55：九月十六日 14:00 到 15:00 (UTC)，地面測站觀測之降雨量(數字)，與雷達站觀測之回波估計之降雨量(彩色陰影)(圖中 X 為五分山雷達位置)。

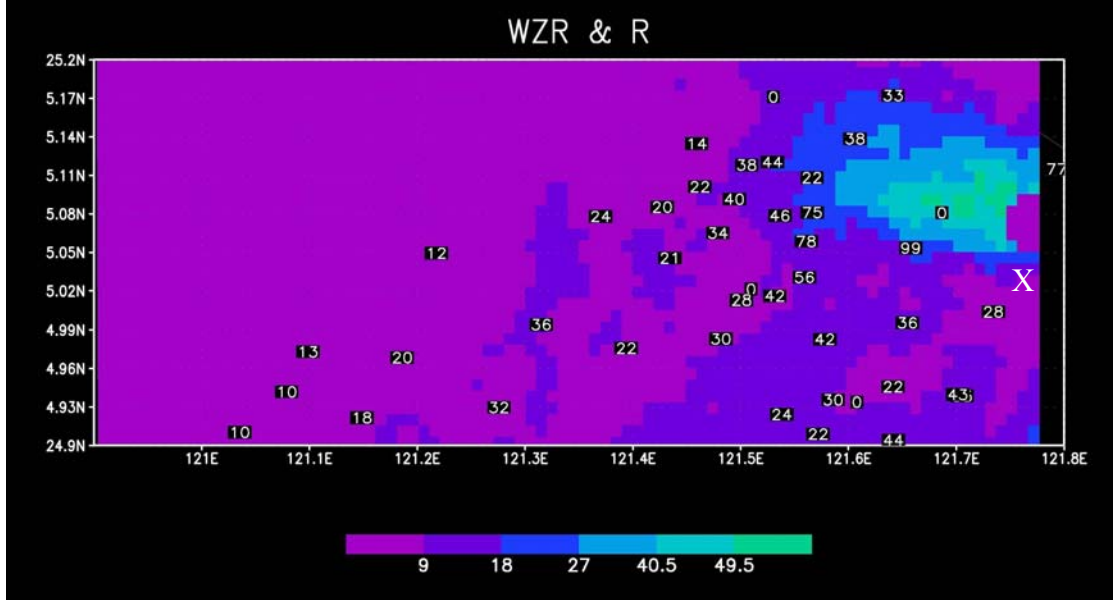
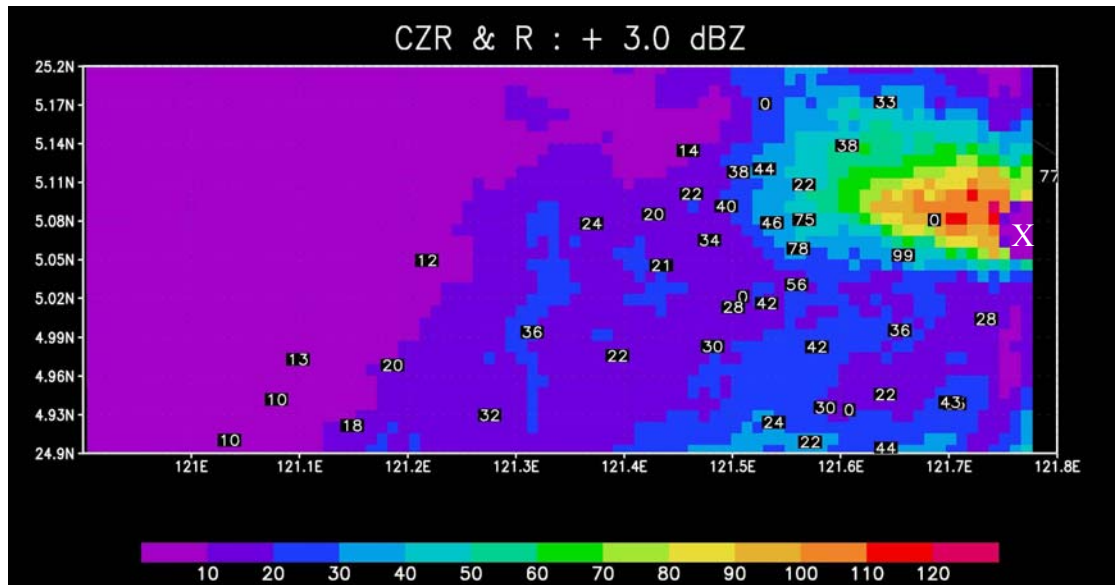
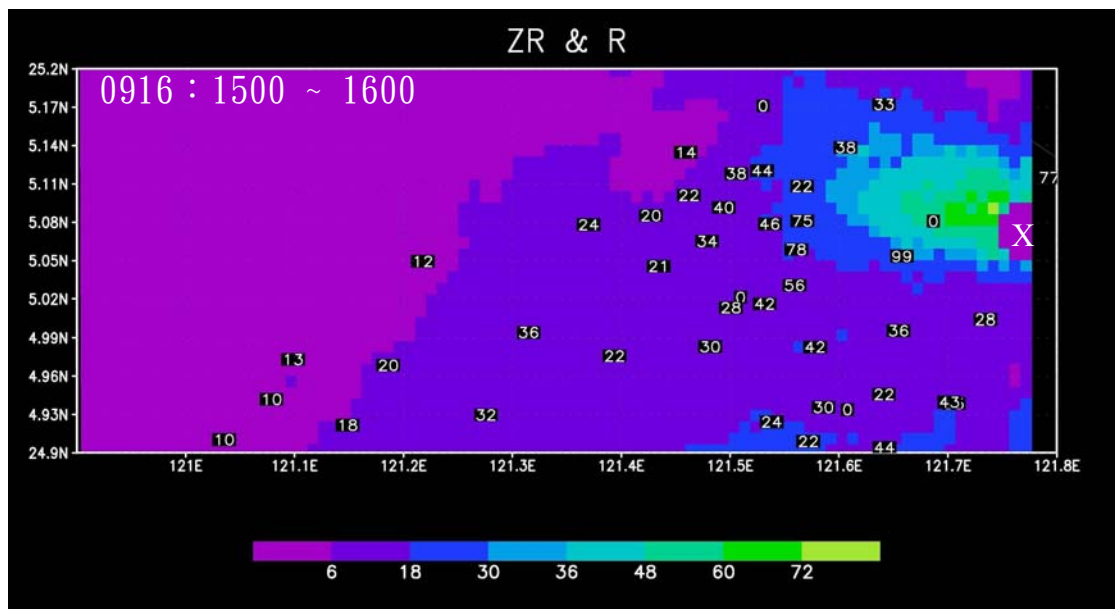


圖 56：九月十六日 15:00 到 16:00 (UTC)，地面測站觀測之降雨量(數字)，與雷達站觀測之回波估計之降雨量(彩色陰影)(圖中 X 為五分山雷達位置)。



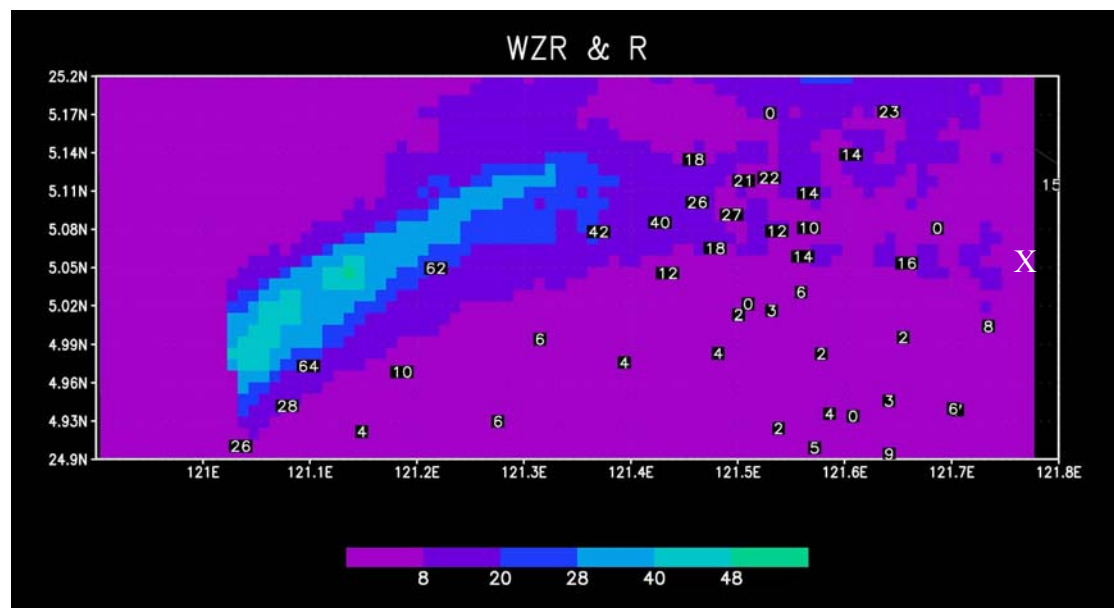
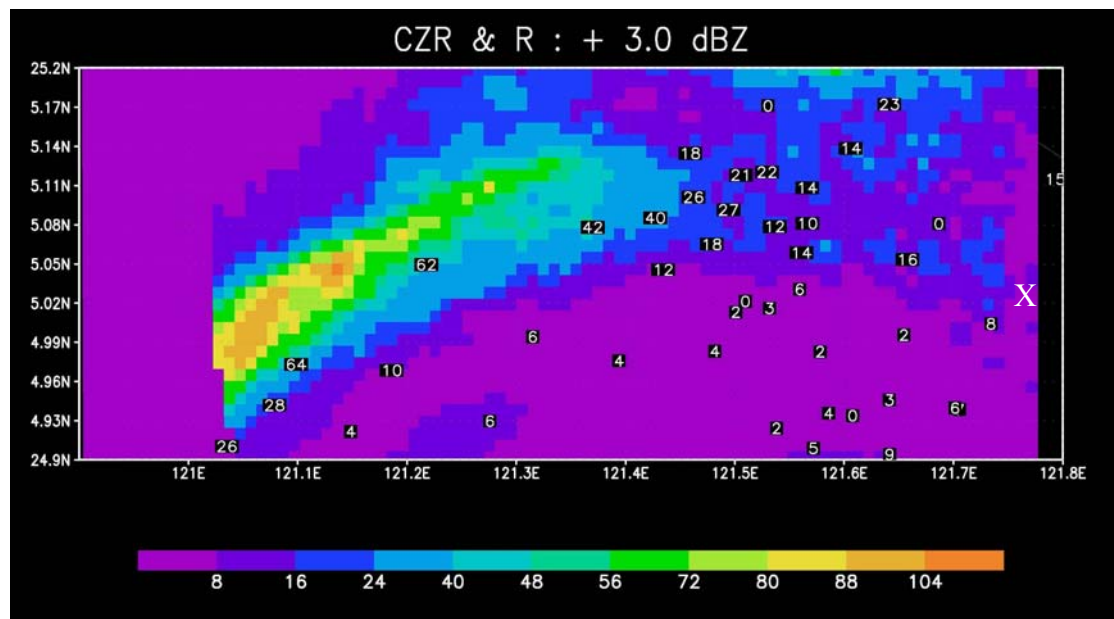
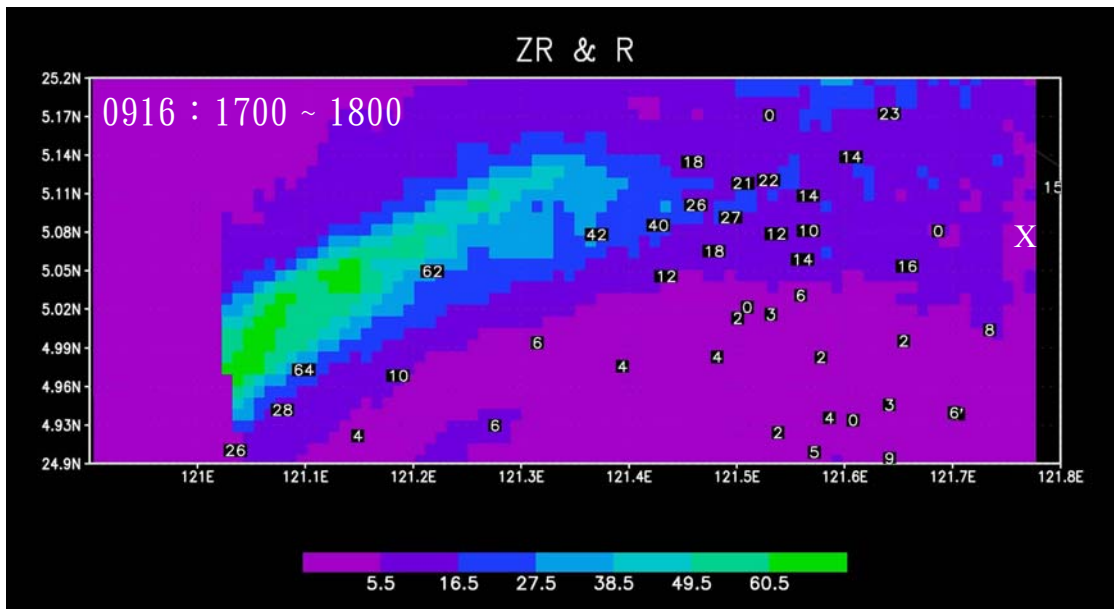


圖 58：九月十六日 17：00 到 18：00 (UTC)，地面測站觀測之降雨量(數字)，與雷達站觀測之回波估計之降雨量(彩色陰影)(圖中 X 為五分山雷達位置)。

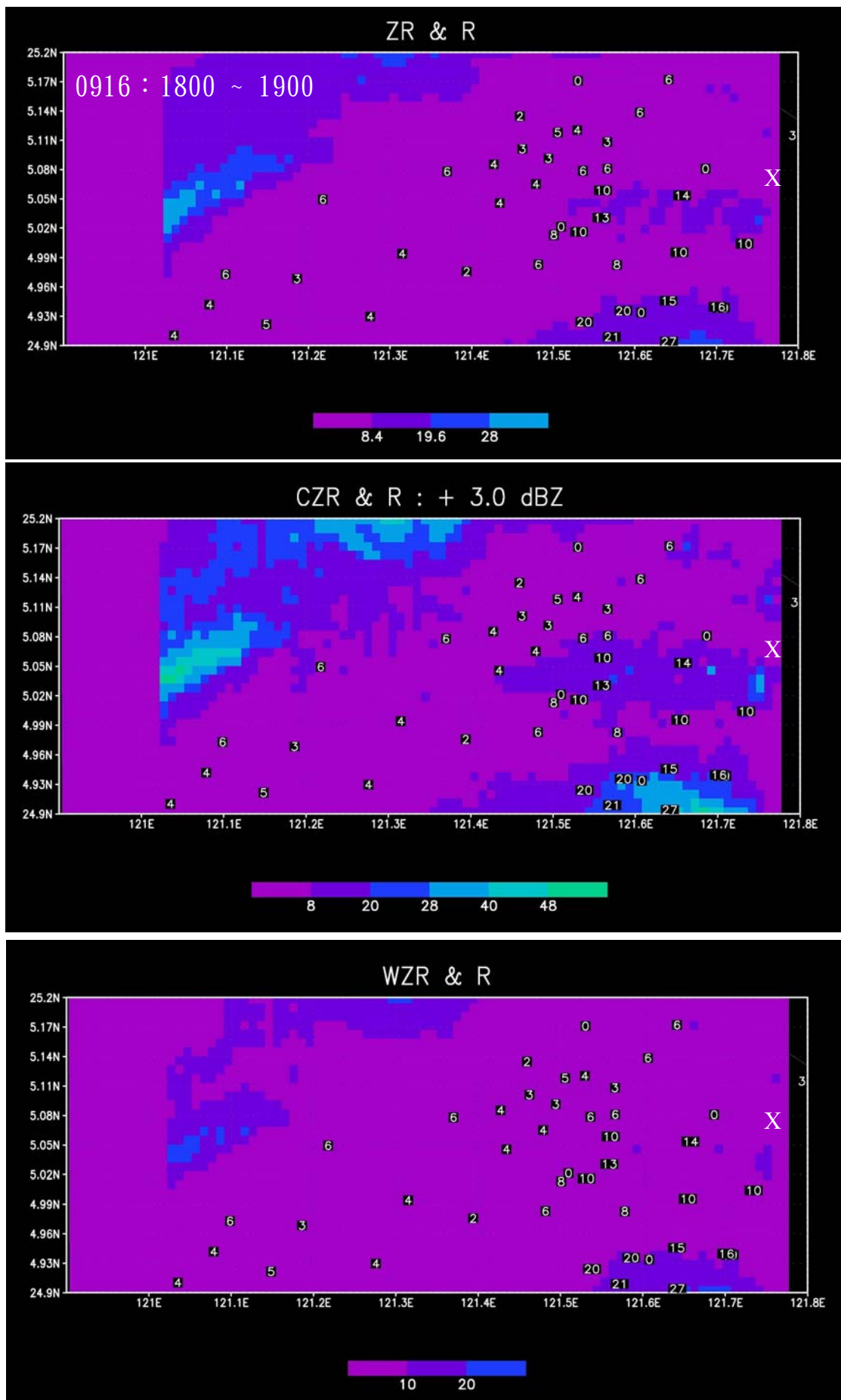


圖 59：九月十六日 18：00 到 19：00 (UTC)，地面測站觀測之降雨量 (數字)，與雷達站觀測之回波估計之降雨量 (彩色陰影) (圖中 X 為五分山雷達位置)。

P	p	$a_p$
Nt	0	1.0
W	3	$0.524 \text{ gcm}^{-3}$
R	3.67	$33.31 \text{ mmh}^{-1} \text{m}^3 \text{cm}^{-3.67}$
Z	6	$10^6 \text{ mm}^6 \text{cm}^{-6}$

表 1：各個降雨積分參數 (P)，及其係數  $a_p$ 、 $p$ 。

	m	$\Lambda$	$N_0$	R ( mm/hr )	Z	$D_0$	A	B
a1	1.35	28.0	$0.35 \times 10^7$	52	47.4	1.79	288.5	1.387
a2	1.85	28.0	$0.35 \times 10^7$	23	44.7	1.97	403.6	1.357
a3	2.35	28.0	$0.35 \times 10^7$	11	42.1	2.15	656.6	1.331
b1	1.35	28.0	$0.35 \times 10^7$	52	47.4	1.79	228.5	1.387
b2	1.35	30.0	$0.35 \times 10^7$	34	44.9	1.67	228.5	1.387
b3	1.35	32.0	$0.35 \times 10^7$	23	42.5	1.56	228.5	1.387
c1	1.35	28.0	$0.35 \times 10^7$	28	44.7	1.79	290.4	1.387
c2	1.35	28.0	$0.65 \times 10^7$	52	47.4	1.79	228.5	1.387
c3	1.35	28.0	$0.95 \times 10^7$	76	49.0	1.79	197.3	1.387

表 2：九組不同之 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、 $m$ ，及其對應之降雨率、回波強度、中值體積直徑、Z-R 關係式之係數 A、b (雨滴直徑單位取 cm)。

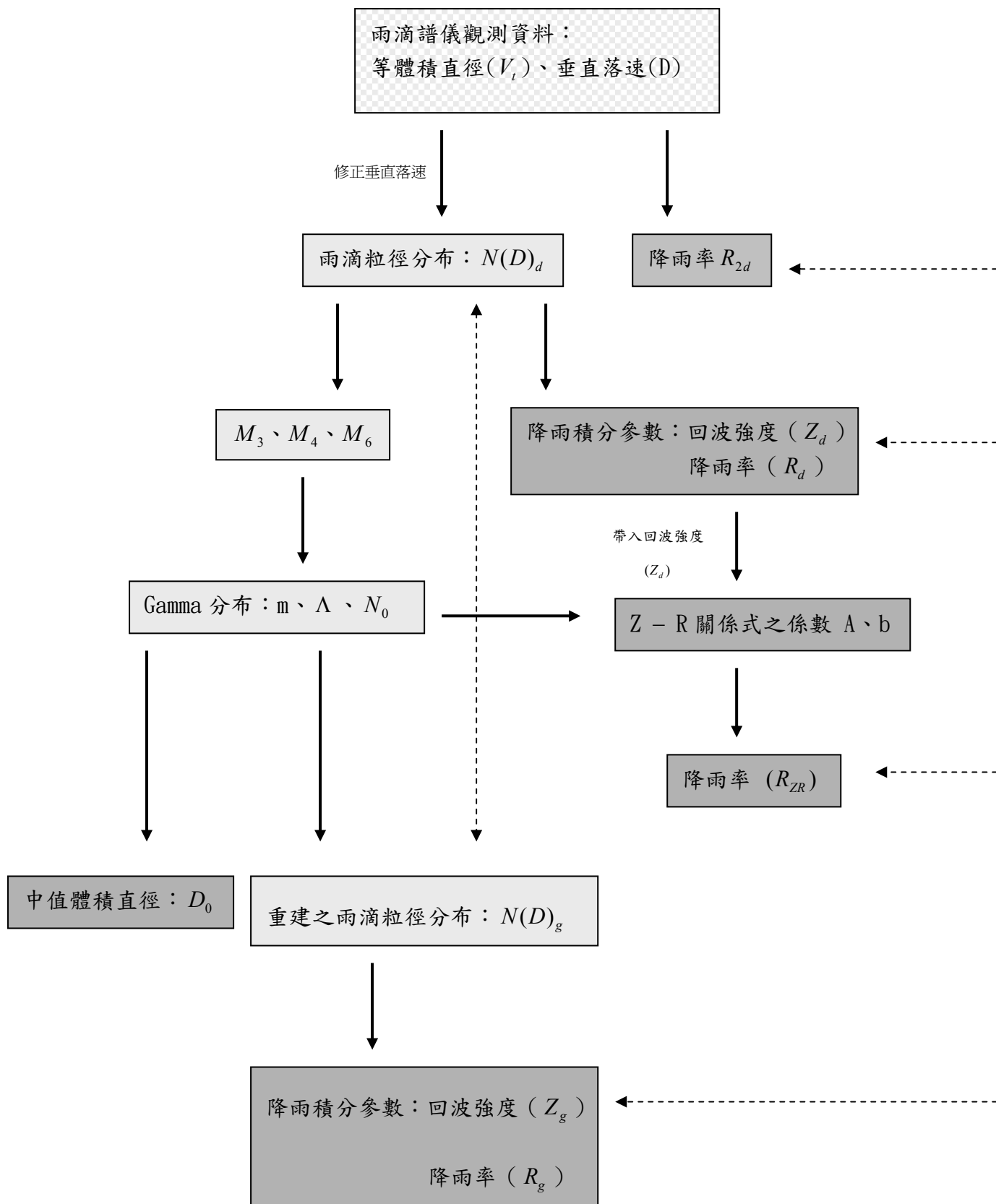
九月十六日	測站	修正之 Z-R 關係式 (不修正回波)	修正之 Z-R 關係式 (修正回波)	$Z = 300R^{1.4}$ (不修正回波)
14:00 ~ 15:00	38.0 mm	15.0 mm	23.9 mm	11.6 mm
15:00 ~ 16:00	38.0 mm	17.4 mm	30.7 mm	14.8 mm
16:00 ~ 17:00	48.5 mm	29.9 mm	45.5 mm	21.9 mm
17:00 ~ 18:00	15.8 mm	11.2 mm	14.7 mm	7.2 mm
18:00 ~ 19:00	5.1 mm	4.1 mm	6.5 mm	3.3 mm
平均誤差	X	25 %	10 %	39 %

表 3：九月十六日，14：00 到 19：00 每一小時共五個小時的地面測站平均降雨量，及雷達估計之降雨量，和相對誤差。

	m	$\Lambda$	$N_0$	R ( mm/hr )	Z	$D_0$	A	B
a1	1.35	2.8	$0.25 \times 10^5$	44.9	46.4	1.79	242.1	1.38
a2	1.85	2.8	$0.25 \times 10^5$	64.5	49.0	1.97	282.2	1.35
a3	2.35	2.8	$0.25 \times 10^5$	96.6	51.5	2.15	321.3	1.33
b1	1.35	2.8	$0.25 \times 10^5$	44.9	56.7	1.79	242.1	1.38
b2	1.35	3.0	$0.25 \times 10^5$	29.6	44.2	1.67	242.1	1.38
b3	1.35	3.2	$0.25 \times 10^5$	20.1	41.9	1.54	242.1	1.38
c1	1.35	2.8	$0.15 \times 10^5$	26.9	44.5	1.79	295.1	1.38
c2	1.35	2.8	$0.25 \times 10^5$	44.9	16.7	1.79	242.1	1.38
c3	1.35	2.8	$0.35 \times 10^5$	62.9	48.2	1.79	212.6	1.38

表 4：九組不同之 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\Lambda$ 、m，及其對應之降雨率、回波強度、中值體積直徑、Z-R 關係式之係數 A、b（雨滴直徑單位取 mm）。

# 附錄 1





附錄 2 .1



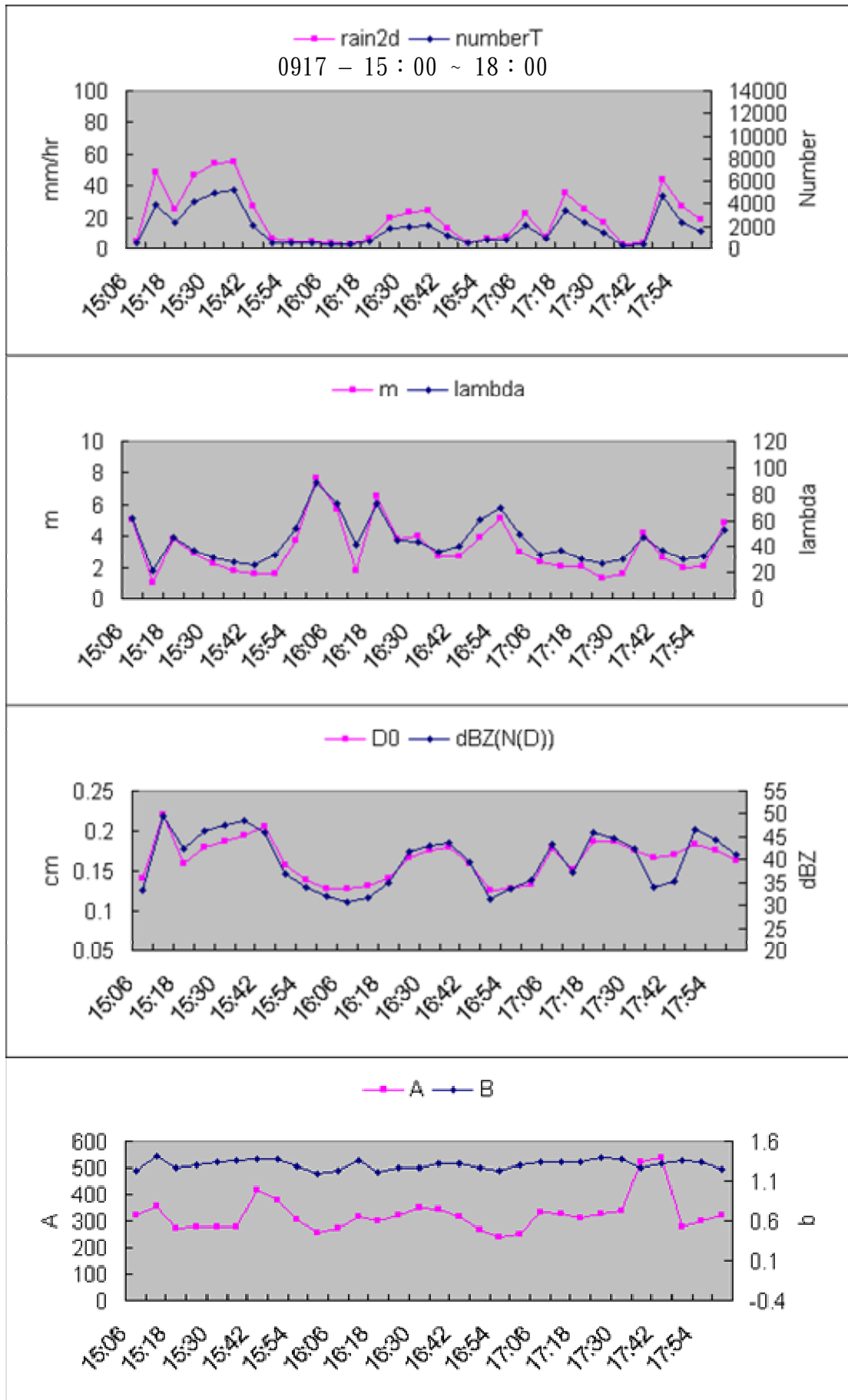
附錄 2 .2

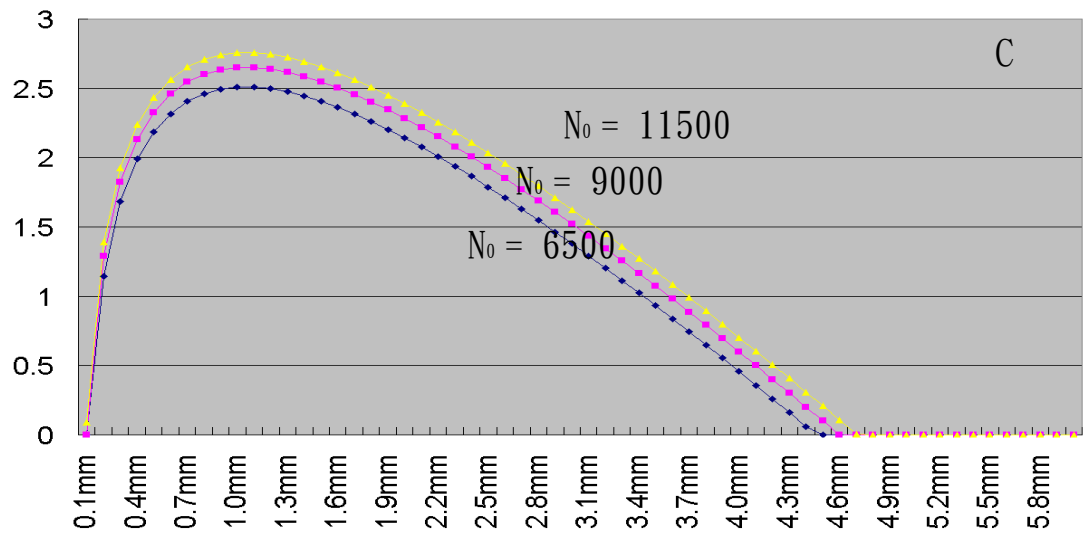
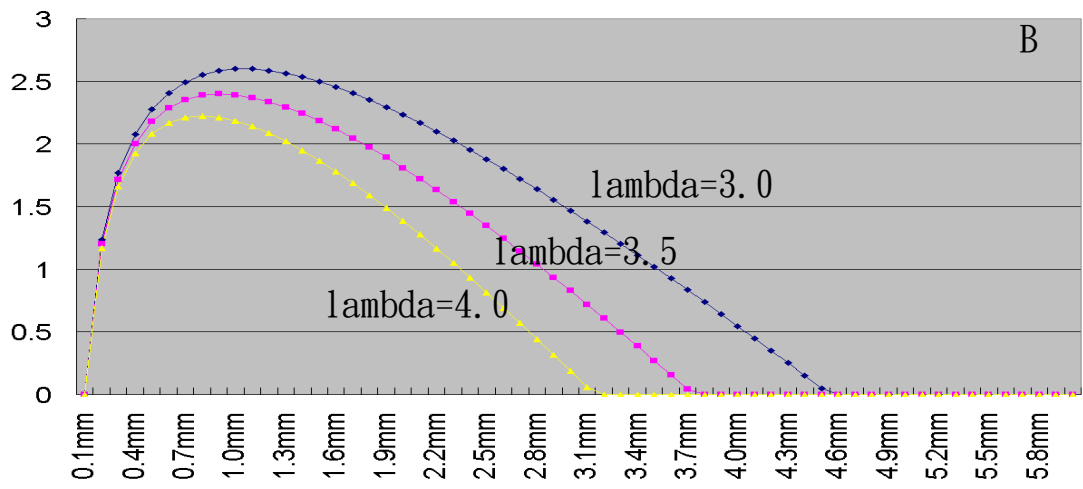
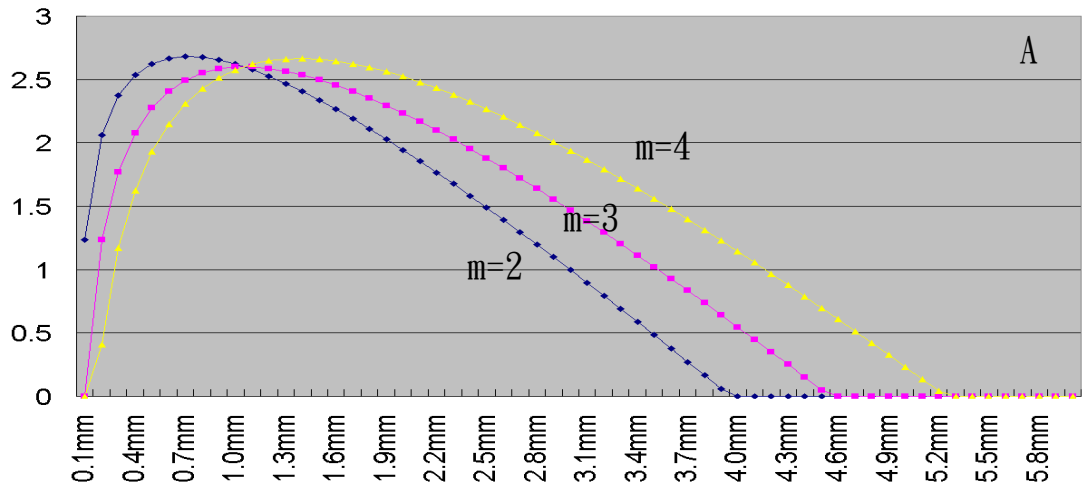


附錄 2 .3

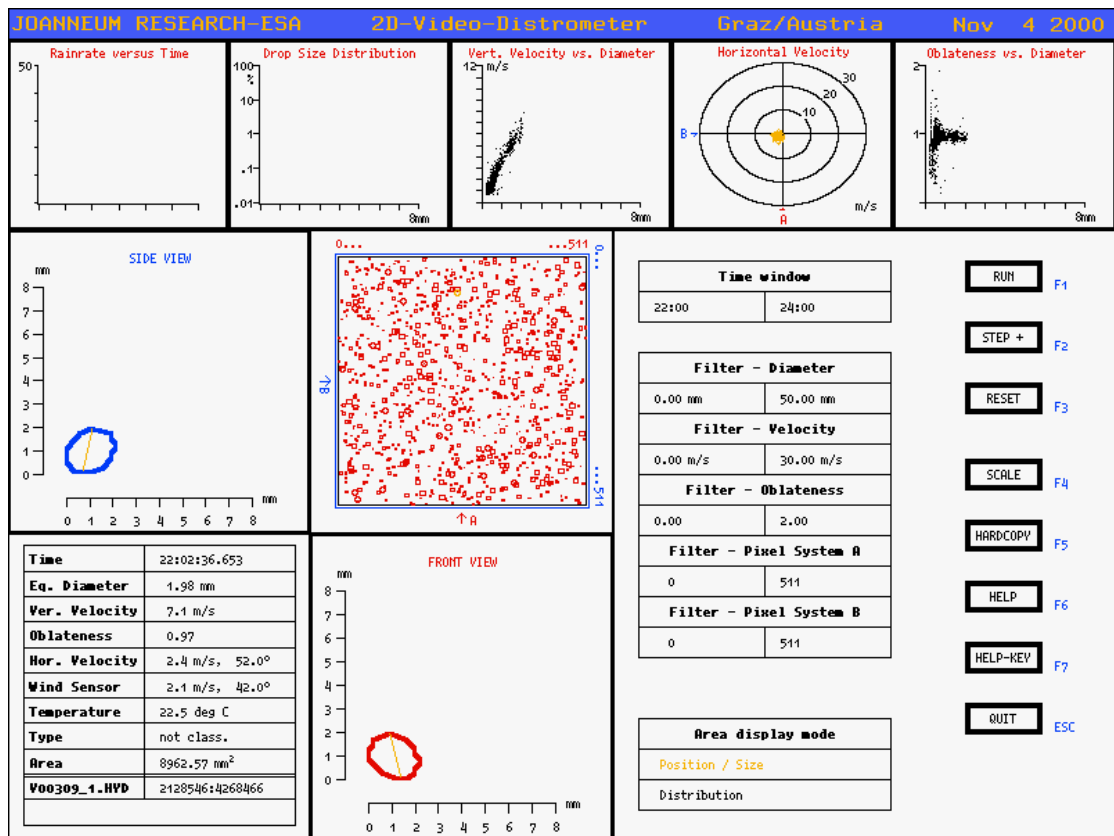


附錄 2 .4





附錄 3：九組不同 Gamma 分布係數  $N_0$ 、 $\lambda$ 、 $m$  所重建之雨滴粒徑分布，雨滴直徑取 mm。



附錄 4：雨滴譜儀軟體的操作介面。